

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования**

**"МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»
(МИИТ)**

ОДОБРЕНО:

Кафедра «Высшая и
прикладная математика»

УТВЕРЖДЕНО:

Декан факультета ТС

«__» _____ 2013 г.

Авторы: Голечков Ю.И., д.физ.-мат.н., доц.; Ридель В.В., д.физ.-мат.н., с.н.с.
(ф.и.о., ученая степень, ученое звание)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Задания на контрольную работу

для студентов 3 курса заочной формы обучения

Направление/специальность: **190300.65. Подвижной состав железных дорог**
(код, наименование специальности /направления)

Профиль/специализация: **«Вагоны» (ПВ)**

Квалификация (степень) выпускника: **специалист**

Форма обучения: **заочная**

Москва 2013 г.

Методические указания по выполнению контрольной работы

По дисциплине «Математическое моделирование» студенту необходимо выполнить одну контрольную работу. Все задачи имеют двойную нумерацию, которая включает порядковый номер задачи и номер варианта. В контрольную работу должны быть включены те задачи, последняя цифра которых совпадает с последней цифрой учебного шифра студента. Например, студент, учебный шифр которого имеет последнюю цифру 7, в контрольной работе решает задачи 1.7, 2.7, 3.7, 4.7, 5.7.

Перед выполнением контрольной работы студент должен ознакомиться с содержанием разделов изучаемой математической дисциплины, на освоение которых ориентирована выполняемая контрольная работа. Необходимую учебную литературу студент может найти в рабочей программе по дисциплине «Математическое моделирование» (в программе указана как основная, так и дополнительная литература).

Каждая контрольная работа выполняется в отдельной тетради, на обложке которой должны быть указаны: дисциплина, номер контрольной работы, шифр студента, курс, фамилия, имя и отчество студента. На обложке вверху справа указывается фамилия и инициалы преподавателя-рецензента. В конце работы студент ставит свою подпись и дату выполнения работы.

В каждой задаче надо полностью выписать ее условие. В том случае, когда несколько задач имеют общую формулировку, следует, переписывая условие задачи, заменить общие данные конкретными, взятыми из соответствующего номера.

Решение каждой задачи должно содержать подробные вычисления, пояснения, ответ, а также, в случае необходимости, и рисунки. Все задачи должны быть решены как аналитически, так и с помощью математических пакетов *Maxima* или *Mathcad*. После каждой задачи следует оставлять место для замечаний преподавателя-рецензента. В случае невыполнения этих требований преподаватель возвращает работу для доработки без ее проверки.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НА ОСНОВЕ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ЗАКОНОВ ПРИРОДЫ И ИЗ ВАРИАЦИОННЫХ ПРИНЦИПОВ

Задание 1. Построить математическую модель механической системы, состоящей из пружины с жесткостью k , один конец которой жестко закреплен, а на другом находится тело массой m . Тело скользит по горизонтальному стержню: коэффициент трения скольжения μ . Смещение тела из положения равновесия равно x_0 .

Найти:

- а) амплитуду, частоту и период свободных колебаний механической системы;
- б) частоту и период затухающих колебаний системы;
- в) уравнение огибающей кривой колебаний;
- г) смещение, скорость и ускорение тела в момент времени t для затухающих колебаний.

Построить графики смещения свободных и затухающих колебаний системы в зависимости от времени.

Задание 1 решить аналитически, а также с помощью математических пакетов *Maxima* или *Mathcad*.

1.1. $k = 94 \text{ н/м}$, $m = 0,6 \text{ кг}$, $\mu = 0,52$, $x_0 = 10 \text{ см}$, $t = 2,5 \text{ с}$;

1.2. $k = 96 \text{ н/м}$, $m = 0,7 \text{ кг}$, $\mu = 0,56$, $x_0 = 12 \text{ см}$, $t = 2 \text{ с}$;

1.3. $k = 98 \text{ н/м}$, $m = 0,8 \text{ кг}$, $\mu = 0,58$, $x_0 = 14 \text{ см}$, $t = 3 \text{ с}$;

1.4. $k = 100 \text{ н/м}$, $m = 0,9 \text{ кг}$, $\mu = 0,6$, $x_0 = 10 \text{ см}$, $t = 3,5 \text{ с}$;

1.5. $k = 102 \text{ н/м}$, $m = 1 \text{ кг}$, $\mu = 0,62$, $x_0 = 11 \text{ см}$, $t = 4,5 \text{ с}$;

1.6. $k = 104 \text{ н/м}$, $m = 1,1 \text{ кг}$, $\mu = 0,64$, $x_0 = 13 \text{ см}$, $t = 4 \text{ с}$;

- 1.7. $k = 106$ н/м , $m = 1,2$ кг , $\mu = 0,66$, $x_0 = 9$ см , $t = 5$ с;
 1.8. $k = 108$ н/м , $m = 1,3$ кг , $\mu = 0,68$, $x_0 = 15$ см , $t = 3,5$ с;
 1.9. $k = 110$ н/м , $m = 1,4$ кг , $\mu = 0,7$, $x_0 = 10$ см , $t = 4$ с;
 1.10. $k = 112$ н/м , $m = 1,6$ кг , $\mu = 0,72$, $x_0 = 14$ см , $t = 5$ с.

Задание 2. Подводная лодка водоизмещением V движется горизонтально со скоростью v на глубине H от поверхности моря. Средняя плотность лодки ρ_1 . В момент $t_0 = 0$ лодка начинает всплытие. Сопротивлением воды пренебречь.

Определить:

- а) время t_1 , когда лодка всплывет на поверхность моря;
- б) расстояние L , которое пройдет лодка в горизонтальном направлении в момент всплытия;
- в) вертикальную скорость u лодки;
- г) траекторию движения подводной лодки в координатах (l, h) ;
- д) тип соответствующей кривой.

Плотность воды принять равной $\rho_0 = 10^{-3}$ кг/м³. Сделать чертеж.

Задание 2 решить аналитически, а также с помощью математических пакетов *Maxima* или *Mathcad*.

- 2.1. $V = 1150$ т, $v = 15$ км/ч, $H = 300$ м, $\rho_1 = 0,5 \cdot 10^{-3}$ кг/м³;
 2.2. $V = 1280$ т, $v = 20$ км/ч, $H = 350$ м, $\rho_1 = 0,6 \cdot 10^{-3}$ кг/м³;
 2.3. $V = 1200$ т, $v = 25$ км/ч, $H = 250$ м, $\rho_1 = 0,8 \cdot 10^{-3}$ кг/м³;
 2.4. $V = 1360$ т, $v = 18$ км/ч, $H = 280$ м, $\rho_1 = 0,7 \cdot 10^{-3}$ кг/м³;
 2.5. $V = 1420$ т, $v = 16$ км/ч, $H = 320$ м, $\rho_1 = 0,65 \cdot 10^{-3}$ кг/м³;
 2.6. $V = 1170$ т, $v = 22$ км/ч, $H = 260$ м, $\rho_1 = 0,85 \cdot 10^{-3}$ кг/м³;
 2.7. $V = 1500$ т, $v = 17$ км/ч, $H = 310$ м, $\rho_1 = 0,55 \cdot 10^{-3}$ кг/м³;
 2.8. $V = 1800$ т, $v = 24$ км/ч, $H = 330$ м, $\rho_1 = 0,75 \cdot 10^{-3}$ кг/м³;

2.9. $V = 1600$ т, $v = 19$ км/ч, $H = 340$ м, $\rho_1 = 0,6 \cdot 10^{-3}$ кг/м³;

2.10. $V = 1700$ т, $v = 25$ км/ч, $H = 280$ м, $\rho_1 = 0,8 \cdot 10^{-3}$ кг/м³.

Задание 3. Канат длиной L и диаметром d лежит на плоской горизонтальной поверхности. Один конец его свободно свисает с поверхности вниз. Канат находится в состоянии равновесия. В некоторый момент времени канат начинает соскальзывать с поверхности под действием силы тяжести.

Определить:

- 1) длину $0 < l < L$ части каната, покоящуюся на поверхности, когда канат еще находится в состоянии равновесия;
- 2) закон движения каната $s(t)$;
- 3) скорость $v(t)$ и ускорение $a(t)$ каната в момент полного соскальзывания с поверхности.

Плотность каната равна $\rho = 0,3 \cdot 10^3$ кг/м³. Коэффициент трения составляет $k = 0,2$. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/сек². Сделать чертеж.

Задание 3 решить аналитически, а также с помощью математических пакетов *Maxima* или *Mathcad*.

3.1. $L = 10$ м, $d = 6,0$ см;

3.2. $L = 11$ м, $d = 5,9$ см;

3.3. $L = 12$ м, $d = 5,8$ см;

3.4. $L = 13$ м, $d = 5,7$ см;

3.5. $L = 14$ м, $d = 5,6$ см;

3.6. $L = 15$ м, $d = 5,5$ см;

3.7. $L = 16$ м, $d = 5,4$ см;

3.8. $L = 17$ м, $d = 5,3$ см;

3.9. $L = 18$ м, $d = 5,2$ см;

3.10. $L = 19$ м, $d = 5,1$ см.

Задание 4. На медной проволоке длиной $l = 1$ м и диаметром d подвешена пустая емкость. В дне целиком заполненного водой цилиндрического бака высотой $H = 1$ м и диаметром $D = 5$ дм сделано

отверстие круглой формы диаметром d_1 , из которого вода перетекает в пустую емкость.

Найти:

- а) объем V вытекающей из бака воды за время t ;
- б) время, когда бак полностью опустеет;
- в) зависимость длины проволоки от времени;
- г) объем воды в емкости, длину проволоки и момент времени, в который произойдет разрыв проволоки.

Предел прочности проволоки равен $\sigma = 2,2 \cdot 10^8$ Па. Плотность воды составляет $\rho = 1,0 \cdot 10^3$ кг/м³. Массой проволоки и емкости пренебречь.

Построить графики функций $V = V(t)$ и $l = l(t)$.

Задание 4 решить аналитически, а также с помощью математических пакетов *Maxima* или *Mathcad*.

- | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| 4.1. $d = 2,0$ мм, $d_1 = 1,5$ см; | 4.2. $d = 2,5$ мм, $d_1 = 2,0$ см; |
| 4.3. $d = 1,5$ мм, $d_1 = 1,0$ см; | 4.4. $d = 1,9$ мм, $d_1 = 2,1$ см; |
| 4.5. $d = 1,5$ мм, $d_1 = 1,2$ см; | 4.6. $d = 2,2$ мм, $d_1 = 1,7$ см; |
| 4.7. $d = 2,4$ мм, $d_1 = 1,8$ см; | 4.8. $d = 1,7$ мм, $d_1 = 1,4$ см; |
| 4.9. $d = 2,3$ мм, $d_1 = 1,9$ см; | 4.10. $d = 2,1$ мм, $d_1 = 1,6$ см. |

Задание 5. Пусть заданы координаты точек A и C плоскости. Точка B лежит на прямой $y = 0$.

Используя вариационные принципы построения математических моделей, найти:

- а) условие при котором ломаная ABC имеет наименьшую длину;
- б) числовое значение этого условия;
- в) наименьшую длину ломаной ABC .

Сделать чертеж.

Задание 5 решить аналитически, а также с помощью математических пакетов *Maxima* или *Mathcad*.

5.1. $A(-5;10)$, $C(25;15)$;

5.3. $A(0;5)$, $C(25;10)$;

5.5. $A(5;10)$, $C(30;15)$;

5.7. $A(-10;5)$, $C(20;15)$;

5.9. $A(5;5)$, $C(30;10)$;

5.2. $A(5;15)$, $C(30;5)$;

5.4. $A(-10;15)$, $C(20;10)$;

5.6. $A(-5;5)$, $C(15;15)$;

5.8. $A(0;10)$, $C(25;5)$;

5.10. $A(-5;15)$, $C(25;10)$.