ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 001

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4+2x^3-14x^2-10x+21$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3-10x^2+8x+64$ и $x^3+2x^2-16x-32$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(6-4i)(2+5i)}{4+3i}$ и представьте результат в виде $a+bi$.

4. Пусть $u=3\left(\cos\dfrac{\pi}{5}+i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$, $v=2\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z=\dfrac{\overline{u}^5}{\overline{v}^7}$.

5. Приведите число $z=6$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z=-5+4i$.

7. Решите уравнение $z^3=-125$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases}(-2-i)z_1-(2-i)z_2=2+16i,\\ -(3-3i)z_1-(1-4i)z_2=25+7i.\end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A=\begin{pmatrix}-3&9\\-7&3\end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-24\end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix}-3\\-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\18\end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u}=\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix}-16&-9&19\\-6&-1&4\\-18&-9&20\end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2,x_3)=-9x_1^2-12x_1x_2+30x_1x_3-20x_2^2-4x_2x_3-34x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3)=4x_1^2-16x_1x_2+20x_1x_3+20x_2^2-52x_2x_3+59x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2)=-17x_1^2-22x_2^2+12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 002

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 6x^4 + 6x^3 + 13x^2 - 22x + 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 3x^2 - 10x - 24$ и $x^3 - 3x^2 - 24x - 28$.

3. Пусть $z_1 = -7 + 8i,\ z_2 = -3 + 6i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} + \overline{z_2}}{z_1 - z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^3 \cdot v^7$.

5. Приведите число $z = 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 6x + 45 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(4-i)\,z_1 + (3+3i)\,z_2 = 4 + i, \\ (1-2i)\,z_1 - (1-i)\,z_2 = 1 - 6i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = 5\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -8 & -1 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 28 \\ -10 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -19 \\ 7 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -1 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 8 & -6 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 - 6x_1x_2 + 18x_1x_3 - 10x_2^2 - 24x_2x_3 - 34x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 - 10x_1x_2 - 30x_1x_3 + 3x_2^2 + 2x_2x_3 - 6x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 13x_1^2 + 7x_2^2 + 8x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 003

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 3x - 3$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3+6x^2-9x-14$ и $x^3-9x^2+24x-20$.

3. Пусть $z_1=1+4i,\ z_2=-1-i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}}-\dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u=3\left(\cos\dfrac{\pi}{2}+i\sin\dfrac{\pi}{2}\right),\ v=2\left(\cos\dfrac{\pi}{5}+i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z=\dfrac{\overline{u}^6}{v^9}$.

5. Приведите число $z=4$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z=-7-8i$.

7. Решите уравнение $z^3=-64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases}(1+i)z_1+(-2+2i)z_2=-19+5i,\\(1+i)z_1+(-1-2i)z_2=-3-8i.\end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v})=5\vec{e}_1-4\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A=\begin{pmatrix}1&-7\\4&-4\end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix}-8\\8\end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w}=\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix}14\\-4\end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix}11&-6&-3\\24&-13&-6\\-12&6&2\end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2,x_3)=x_1^2-6x_1x_2-2x_1x_3+8x_2^2-2x_2x_3-15x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3)=4x_1^2+16x_1x_2+16x_1x_3+20x_2^2+44x_2x_3+34x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2)=9x_1^2+6x_2^2-4x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 004

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5+x^4-8x^3-12x^2-9x+27$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3-6x^2-9x+14$ и $x^3-x^2-16x-20$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(-1+i)(5+2i)}{4+i}$ и представьте результат в виде $a+bi$.

4. Пусть $u=2\left(\cos\dfrac{\pi}{6}+i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$, $v=\left(\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z=\dfrac{\overline{u}^7}{\overline{v}^8}$.

5. Приведите число $z=-2\sqrt{3}+2i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2+6x+58=0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^3=-125$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(5-i)\,z_1+(3+3i)\,z_2=52-10i, \\ (-2-2i)\,z_1+(-1+2i)\,z_2=15+22i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1)=9\vec{e}_1-8\vec{e}_2$, $f(\vec{e}_2)=3\vec{e}_1-3\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix}3\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-11\\-39\end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\-16\end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u}=\begin{pmatrix}-7\\4\end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix}-1&12&-6\\3&-10&6\\6&-24&14\end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2,x_3)=25x_1^2-40x_1x_2+40x_1x_3+41x_2^2-52x_2x_3+20x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3)=9x_1^2+12x_1x_2+24x_1x_3+3x_2^2+18x_2x_3+16x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2)=25x_1^2-15x_2^2+30x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 005

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4+5x^3-x^2-19x-14$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3-13x^2+50x-56$ и $x^3-8x^2+20x-16$.

3. Пусть $z_1 = -9 - 4i,\ z_2 = -7 - 5i$. Вычислите $\dfrac{z_1 + z_2}{\overline{z_1} - \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = \left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^5}{v^4}$.

5. Приведите число $z = 8 + 8i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 7 + 2i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1-2i)\,z_1 - (4-i)\,z_2 = -9 + 17i, \\ -(1-4i)\,z_1 + (5+2i)\,z_2 = 28 - 14i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = -5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -7 & -2 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 \\ -28 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45 \\ -18 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -2 & -2 & 8 \\ -2 & 1 & 4 \\ -2 & -1 & 6 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 16x_1x_2 + 32x_1x_3 - 3x_2^2 - 12x_2x_3 - 12x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 16x_1x_2 - 24x_1x_3 + 5x_2^2 + 4x_2x_3 + 29x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -30x_1^2 + 5x_2^2 - 120x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 006

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 13x + 10$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 5x^2 + 2x + 8$ и $x^3 + x^2 - 34x + 56$.

3. Пусть $z_1 = -1 + 4i,\ z_2 = -2 + i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} + \overline{z_2}}{z_1 - z_2}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$, $v = \left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \frac{\overline{u}^6}{v^7}$.

5. Приведите число $z = -8 - 8i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -2 + 9i$.

7. Решите уравнение $z^3 = -125$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-2 - i)\,z_1 + (-2 + 2i)\,z_2 = 29 - 8i, \\ -(2 + 4i)\,z_1 + (-4 + i)\,z_2 = 52 + 15i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$, $f(\vec{e}_2) = 4\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 9 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -7 & 3 & -1 \\ -6 & 2 & -2 \\ -18 & 9 & -1 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 + 18x_1x_2 + 24x_1x_3 + 6x_2x_3 + 7x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 + 6x_1x_2 - 30x_1x_3 + 26x_2^2 - 50x_2x_3 + 50x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 57x_1^2 + 43x_2^2 + 48x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 007

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 5x^3 + 9x^2 - x - 14$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - x^2 - x + 1$ и $x^3 - 10x^2 + 17x - 8$.

3. Вычислите выражение $\frac{(-5 + 4i)(-6 + 5i)}{1 + 5i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$, $v = 4\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^8 \cdot v^6$.

5. Приведите число $z = 6 - 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 3 - 8i$.

7. Решите уравнение $z^8 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1-i)\,z_1 + (1+4i)\,z_2 = -7+30i, \\ (-2-i)\,z_1 + (4-i)\,z_2 = 27+3i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -3\vec{e}_1 - \vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -7 & -5 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -10 \\ 0 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 2 & 6 & 8 \\ 6 & 7 & 12 \\ -6 & -9 & -14 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 - 16x_1x_2 - 16x_1x_3 - 20x_2^2 + 24x_2x_3 - 20x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 - 12x_1x_2 - 4x_1x_3 - 18x_2^2 + 18x_2x_3 - 18x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 29x_1^2 + 21x_2^2 + 6x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 008

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 + x^4 - 8x^3 + 13x^2 - 11x + 4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 5x^2 + 2x - 8$ и $x^3 - x^2 - 4x + 4$.

3. Пусть $z_1 = 7 - 6i,\ z_2 = -6 - i$. Вычислите $\dfrac{z_1 - \overline{z_2}}{\overline{z_1} + z_2}$.

4. Пусть $u = \left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^8}{v^5}$.

5. Приведите число $z = 8 - 8i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 14x + 98 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(1-5i)\,z_1 + (4+5i)\,z_2 = 67 - 20i, \\ -(2+2i)\,z_1 - (3-i)\,z_2 = -7 + 37i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -6 & 3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 21 \\ -24 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -17 \\ 28 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 11 & 10 & -8 \\ -11 & -10 & 7 \\ 7 & 6 & -6 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 - 15x_2^2 - 24x_2x_3 + 12x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 + 24x_1x_2 - 16x_1x_3 + 6x_2x_3 - 9x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 21x_1^2 + 31x_2^2 - 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 009

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 - 3x^4 - x^3 + 7x^2 - 16x + 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 7x^2 - x + 7$ и
$x^3 - 3x^2 - x + 3$.

3. Пусть $z_1 = -1 - i,\ z_2 = -4 - i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{\overline{z_1}} + \dfrac{\overline{z_1}}{z_2}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^2}{v^5}$.

5. Приведите число $z = -2$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -7 + 3i$.

7. Решите уравнение $z^3 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(4+i)\,z_1 + (1-4i)\,z_2 = 14 + 29i, \\ (4+3i)\,z_1 + (-1+3i)\,z_2 = -2 - 34i\,. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 0\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$.

Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}$.

Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 \\ 8 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -4 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 38 \\ 10 \end{pmatrix}$.

Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -2 & 3 & 4 \\ 2 & -5 & -6 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 25x_1^2 + 40x_1x_2 - 10x_1x_3 + 32x_2^2 - 32x_2x_3 + 10x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 6x_1x_2 - 10x_1x_3 + 7x_2^2 - 62x_2x_3 - 25x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 59x_1^2 + 66x_2^2 + 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 010

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 20x + 21$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + x^2 - 26x + 24$ и $x^3 + x^2 - x - 1$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(3+5i)(6-3i)}{-1+3i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^5}{v^3}$.

5. Приведите число $z = 3\sqrt{3} - 3i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -5 + 6i$.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (4-i)\,z_1 + (1+i)\,z_2 = 15 - 38i, \\ -(1-i)\,z_1 + (-1+i)\,z_2 = 10 + 12i\,. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = 4\vec{e}_1 + 9\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = -3\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 \\ -15 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -5 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 21 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -7 & -9 & 9 \\ 8 & 6 & -2 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 12x_1x_2 - 20x_1x_3 + 5x_2^2 + 18x_2x_3 + 16x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 - 40x_1x_2 + 24x_1x_3 - 29x_2^2 + 34x_2x_3 - 26x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 18x_1^2 + 33x_2^2 - 8x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 011

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 6x^3 + 6x^2 - 6x - 7$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 2x^2 - 21x + 18$ и $x^3 - 7x^2 + 16x - 12$.

3. Пусть $z_1 = 1 - i,\ z_2 = 4 - i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{\overline{z_1}} + \dfrac{\overline{z_1}}{z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^3}{v^9}$.

5. Приведите число $z = 6 + 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 5 + 6i$.

7. Решите уравнение $z^8 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-2+i)\,z_1 - (1+i)\,z_2 = -12 - 17i, \\ (3+2i)\,z_1 + (-2+3i)\,z_2 = -26 + 26i\,. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = 5\vec{e}_1 - \vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = -2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 10 \\ 1 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 9 & 10 & 8 \\ -6 & -7 & -8 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 8x_1x_2 - 16x_1x_3 - 15x_2^2 + 36x_2x_3 - 12x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 20x_1x_2 - 12x_1x_3 + 21x_2^2 + 46x_2x_3 - 3x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 13x_1^2 - 47x_2^2 - 32x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 012

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + 5x^4 + 3x^3 - 11x^2 - 4x + 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 3x^2 - 16x + 12$ и $x^3 - 7x^2 - 4x + 28$.

3. Пусть $z_1 = 1 - i,\ z_2 = 1 - 4i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{z_1} + \dfrac{z_1}{z_2}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^3}{v^6}$.

5. Приведите число $z = -2\sqrt{3} - 2i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 12x + 40 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^8 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(3+2i)\,z_1 + (3-2i)\,z_2 = -5 - 16i, \\ (3-4i)\,z_1 + (1+5i)\,z_2 = 22 - 11i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -7 & -2 \\ 9 & -9 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -5 \\ -29 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -12 & 6 \\ -3 & 10 & -6 \\ -6 & 24 & -14 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 8x_1x_2 - 40x_1x_3 + 3x_2^2 - 2x_2x_3 - 16x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 + 4x_1x_2 - 12x_1x_3 - 26x_2^2 - 44x_2x_3 - 43x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 6x_1^2 + 9x_2^2 + 4x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 013

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + x^3 - 14x^2 + 20x - 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 3x^2 - 6x - 8$ и $x^3 - 5x^2 - 22x + 56$.

3. Пусть $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 3 + 4i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$, $v = \left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^5}{\overline{v}^6}$.

5. Приведите число $z = -8 - 8i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -5 - 2i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+i)\,z_1 + (2+i)\,z_2 = 11 - 6i, \\ -(1+i)\,z_1 - (5+2i)\,z_2 = -10 + 13i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 9 \\ -1 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -13 \\ 22 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 11 \\ -9 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -18 & 6 & 7 \\ -9 & 2 & 3 \\ -28 & 10 & 11 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 16x_1x_2 + 32x_1x_3 + 29x_2^2 + 34x_2x_3 + 41x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 - 8x_1x_2 + 16x_1x_3 - 29x_2^2 + 46x_2x_3 - 26x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 31x_1^2 + 21x_2^2 + 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 014

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - x^3 + 4x^2 - 20x + 16$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 2x^2 - 31x - 28$ и $x^3 + 13x^2 + 44x + 32$.

3. Пусть $z_1 = 8 + 9i$, $z_2 = -4 - 6i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} - \overline{z_2}}{z_1 + z_2}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^3}{\overline{v}^5}$.

5. Приведите число $z = -2\sqrt{3} - 2i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 2 + 3i$.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3-2i)\,z_1 + (4-5i)\,z_2 = -8+48i, \\ (3+2i)\,z_1 + (5+3i)\,z_2 = -49-2i\,. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = -5\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -8 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -2 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 29 \\ -23 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 \\ 10 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 13 & -3 & -6 \\ -12 & 4 & 6 \\ 24 & -6 & -11 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 + 20x_1x_2 + 30x_1x_3 - 5x_2^2 - 10x_2x_3 - 10x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 24x_1x_2 + 18x_1x_3 - 25x_2^2 - 6x_2x_3 - 27x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -49x_1^2 - 19x_2^2 + 16x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 015

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 5x^4 + x^3 + 5x^2 + 22x + 24$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 3x^2 - 34x - 48$ и $x^3 + 12x^2 + 41x + 42$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(5+4i)(3+5i)}{6+i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right),\ v = \left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^8}{v^4}$.

5. Приведите число $z = 8$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 8x + 32 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (4-i)z_1+(-3+2i)z_2=-46-16i, \\ -(2-3i)z_1+(2-3i)z_2=45-9i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=\begin{pmatrix}-9\\-5\end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A=\begin{pmatrix}4 & -2\\-7 & -4\end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix}-8\\4\end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w}=\begin{pmatrix}-3\\-1\end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix}-1\\8\end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u}=\begin{pmatrix}-3\\-2\end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix}-3 & -2 & 3\\16 & 9 & -12\\4 & 2 & -2\end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2,x_3)=-x_1^2+4x_1x_2+2x_1x_3+5x_2^2+26x_2x_3+24x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3)=-16x_1^2+32x_1x_2-24x_1x_3-17x_2^2+30x_2x_3-27x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2)=31x_1^2-14x_2^2-24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 016

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4+6x^3+6x^2-6x-7$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3-3x^2-10x+24$ и $x^3+3x^2-16x-48$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(3-6i)(-3+2i)}{2-i}$ и представьте результат в виде $a+bi$.

4. Пусть $u=3\left(\cos\dfrac{\pi}{9}+i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$, $v=2\left(\cos\dfrac{\pi}{8}+i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z=\dfrac{\overline{u}^4}{v^7}$.

5. Приведите число $z=-4-4\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2-12x+52=0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^3=-64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-2+3i)\,z_1 + (4+4i)\,z_2 = -31-30i, \\ (1-4i)\,z_1 + (-5-i)\,z_2 = 46+9i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -5\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2,$ если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -23 \\ 25 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 9 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 \\ -42 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 11 & -6 & 3 \\ 24 & -13 & 6 \\ -12 & 6 & -4 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 + 24x_1x_2 - 32x_1x_3 - 16x_2^2 + 16x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 + 12x_1x_2 + 8x_1x_3 - 10x_2^2 - 2x_2x_3 - 33x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -19x_1^2 - 11x_2^2 + 6x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 017

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 6x^3 - 11x^2 + 12x + 4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 3x^2 - 24x + 28$ и $x^3 - 5x^2 + 2x + 8$.

3. Пусть $z_1 = 1 + i,\ z_2 = -1 + 4i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{z_2}{z_1}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^7 \cdot v^4$.

5. Приведите число $z = 2 + 2\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -9 - i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(1-4i)\,z_1 + (3+3i)\,z_2 = 10-14i, \\ (4+3i)\,z_1 + (5-3i)\,z_2 = -14-24i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -8\vec{e}_1 - 5\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -37 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 5 & -2 & -4 \\ -8 & -1 & 4 \\ 16 & -4 & -11 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 6x_1x_2 - 8x_1x_3 - 18x_2^2 + 48x_2x_3 - 32x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 + 12x_1x_2 + 30x_1x_3 + 8x_2^2 + 24x_2x_3 + 42x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 19x_1^2 + 49x_2^2 - 16x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 018

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 4x^4 - 4x^3 + 20x^2 - 17x + 4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 10x^2 + 17x - 28$ и $x^3 - x^2 - 14x + 24$.

3. Пусть $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 1 + 4i$. Вычислите $\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{\overline{z_1}}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right)$, $v = 3\left(\cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^4 \cdot v^7$.

5. Приведите число $z = -4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 4x + 40 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+5i)z_1 + (5-4i)z_2 = 52 + 13i, \\ (3-2i)z_1 + (-5-2i)z_2 = -11 - 44i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 7\vec{e}_1 - \vec{e}_2$.

Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$.

Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 60 \\ -30 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 15 \\ -8 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -13 & 15 & -9 \\ -8 & 8 & -7 \\ 8 & -10 & 5 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 + 8x_1x_2 - 32x_1x_3 - 8x_2^2 + 4x_2x_3 + 12x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 - 30x_1x_2 - 40x_1x_3 + 16x_2^2 - 4x_2x_3 - 8x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -19x_1^2 - 11x_2^2 + 6x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 019

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 - 2x^4 - 11x^3 + 19x^2 + 18x - 9$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 7x^2 - 4x - 28$ и $x^3 + 7x^2 + 14x + 8$.

3. Пусть $z_1 = 3 + 4i,\ z_2 = -1 - i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{z_1} + \dfrac{z_1}{z_2}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^8 \cdot \overline{v}^7$

5. Приведите число $z = -8 + 8i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 7 + 3i$.

7. Решите уравнение $z^3 = -27$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-5 - 2i)\,z_1 + (1 + 2i)\,z_2 = 17 - 6i, \\ (3 + 4i)\,z_1 + (2 - i)\,z_2 = -8 - i\,. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -5\vec{e}_1 - \vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = 9\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -6 \\ -8 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -12 \\ -9 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 8 & -6 \\ 2 & 3 & -3 \\ 6 & 12 & -10 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 8x_2^2 - 8x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 - 16x_1x_2 + 8x_1x_3 - 20x_2^2 + 12x_2x_3 - 3x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 34x_1^2 + 41x_2^2 + 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 020

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 17x + 15$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 4x^2 - 4x - 16$ и $x^3 + 10x^2 + 23x + 14$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(-3+5i)(-3+i)}{4-i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^5 \cdot v^3$.

5. Приведите число $z = -1 - \sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 10x + 41 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(1+5i)\,z_1 + (4+3i)\,z_2 = 5 - 46i, \\ (-1+5i)\,z_1 - (2+5i)\,z_2 = -27 + 38i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 9 & -5 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ 16 \end{pmatrix}$ и

$f\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -17 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 11 & -16 & -4 \\ 4 & -5 & -2 \\ 4 & -8 & 1 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 24x_1x_2 + 24x_1x_3 + 34x_2^2 - 48x_2x_3 + 18x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 - 30x_1x_2 + 30x_1x_3 - 13x_2^2 + 14x_2x_3 - 26x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -6x_1^2 + 26x_2^2 - 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 021

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 - 2x^4 + x^3 - 13x^2 - 2x + 15$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 4x^2 - 9x - 36$ и
$x^3 + 11x^2 + 36x + 36$.

3. Пусть $z_1 = 3 + 7i,\ z_2 = 8 - 8i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} + z_2}{z_1 - \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^6 \cdot \overline{v}^3$

5. Приведите число $z = 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 2 + 5i$.

7. Решите уравнение $z^8 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (5-2i)\,z_1 + (5+i)\,z_2 = -14 + 37i, \\ (-4+2i)\,z_1 - (3+i)\,z_2 = 13 - 29i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 4\vec{e}_1 - \vec{e}_2$.

Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$.

Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 16 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 41 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -4 & -1 & -4 \\ -2 & -9 & -16 \\ 1 & 5 & 9 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 8x_1x_2 - 2x_1x_3 - 16x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2^2 - 4x_2x_3 - 9x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -7x_1^2 + 2x_2^2 - 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 022

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 6x^3 - 11x^2 - 12x + 4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 4x^2 - 4x - 16$ и $x^3 + 9x^2 + 14x - 24$.

3. Пусть $z_1 = 9 + 5i$, $z_2 = 8 + 9i$. Вычислите $\dfrac{z_1 + z_2}{\overline{z_1} - \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$, $v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^6 \cdot \overline{v}^4$

5. Приведите число $z = -4$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 8x + 32 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-4 + i)\,z_1 + (5 - 3i)\,z_2 = 29 - 30i, \\ -(2 - 2i)\,z_1 + (3 - 2i)\,z_2 = 9 - 18i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -6 & -8 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -6 \\ -7 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 70 \\ -9 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 48 \\ -5 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -8 & 6 & -3 \\ -15 & 12 & -7 \\ -12 & 10 & -7 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 4x_1x_2 + 10x_1x_3 - 5x_2^2 - 8x_2x_3 + 21x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 16x_1x_2 - 12x_1x_3 + 17x_2^2 - 14x_2x_3 + 38x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -23x_1^2 - 2x_2^2 + 72x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 023

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 + x^4 - 7x^3 - 13x^2 - 18x + 36$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 12x + 16$ и $x^3 + 6x^2 - 9x - 14$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(4-6i)(-6+2i)}{1+6i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^6}{\overline{v}^4}$.

5. Приведите число $z = 4 + 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 14x + 98 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3-2i)\,z_1 + (4+4i)\,z_2 = 21 - 45i, \\ -(1+2i)\,z_1 + (4-3i)\,z_2 = -34 - 20i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что
$f(\vec{e}_1) = -\vec{e}_1 - 9\vec{e}_2$, $f(\vec{e}_2) = -5\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 22 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 37 \\ -31 \end{pmatrix}$.
Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 15 & -12 & -24 \\ -12 & 5 & 16 \\ 18 & -12 & -27 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 6x_1x_2 + 2x_1x_3 + 5x_2^2 - 26x_2x_3 - 24x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 10x_1x_2 - 2x_1x_3 - 29x_2^2 - 2x_2x_3 - 26x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -5x_1^2 + 30x_2^2 - 120x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 024

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 11x + 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 6x^2 - x + 30$ и $x^3 - 8x^2 + 19x - 12$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(6+5i)(1-2i)}{3-4i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = \left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^8}{\overline{v}^2}$.

5. Приведите число $z = -1 + \sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 7 - 2i$.

7. Решите уравнение $z^3 = -8$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(1-5i)\,z_1 + (1+i)\,z_2 = 7 + 37i, \\ (3-2i)\,z_1 + (1-i)\,z_2 = 10 - 15i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ -39 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -3 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ -54 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 14 & -24 & -6 \\ 6 & -10 & -3 \\ 6 & -12 & -1 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму

$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 12x_1x_2 - 4x_1x_3 + 10x_2^2 - 4x_2x_3 + 2x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 10x_1x_2 - 2x_1x_3 - 16x_2^2 + 16x_2x_3 - 9x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -14x_1^2 + 31x_2^2 + 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 025

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + 6x^4 + 8x^3 - x^2 - 6x - 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 5x^2 - 2x + 24$ и $x^3 - 11x^2 + 20x + 32$.

3. Пусть $z_1 = -1 + i,\ z_2 = 2 - i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = u^9 \cdot \overline{v}^6$

5. Приведите число $z = -4 - 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 6x + 13 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1 - i)z_1 + (2 + 3i)z_2 = 26 + i, \\ (-2 - 2i)z_1 + (1 + 2i)z_2 = 20 + i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = -2\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -4 & -8 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 \\ 33 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -3 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 19 & 12 & 24 \\ -12 & -7 & -16 \\ -6 & -4 & -7 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 8x_1x_2 + 16x_1x_3 + 8x_2^2 - 20x_2x_3 + 17x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 32x_1x_2 + 8x_1x_3 + 25x_2^2 + 4x_2x_3 + 21x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -3x_1^2 - 23x_2^2 - 48x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 026

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 14x - 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 5x^2 - 2x + 24$ и $x^3 - 3x^2 - 16x + 48$.

3. Пусть $z_1 = -1 - i$, $z_2 = -3 + 4i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1}}{z_2} - \dfrac{z_2}{\overline{z_1}}$.

4. Пусть $u = \left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^7}{v^4}$.

5. Приведите число $z = -2 + 2\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -6 + 7i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-4 - i)\,z_1 + (-5 + 4i)\,z_2 = -22 - 27i, \\ -(2 - 2i)\,z_1 + (2 + 3i)\,z_2 = -14 + 5i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -7\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -3 & -9 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -21 \\ 5 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 30 \\ -20 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -3 & 6 \\ -16 & 5 & -14 \\ -11 & 5 & -12 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 25x_1^2 + 30x_1x_2 + 50x_1x_3 + 18x_2^2 + 60x_2x_3 + 50x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 + 32x_1x_2 + 40x_1x_3 + 32x_2^2 + 32x_2x_3 + 42x_3^2$

положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -18x_1^2 - 33x_2^2 + 8x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 027

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 5x^3 + x^2 + 17x - 14$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 11x^2 + 35x - 25$ и $x^3 - 11x^2 + 31x - 21$.

3. Пусть $z_1 = -1 + i,\ z_2 = 3 - 4i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} + \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right),\ v = \left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^5}{v^4}$.

5. Приведите число $z = -\sqrt{3} - i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 14x + 53 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+i)\,z_1 + (2-i)\,z_2 = -21 + 2i, \\ (1-2i)\,z_1 + (-1-2i)\,z_2 = 8 + 22i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ 10 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 \\ -18 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 13 & -3 & -6 \\ 12 & -2 & -6 \\ 16 & -4 & -7 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 8x_1x_2 - 32x_1x_3 + 10x_2^2 + 20x_2x_3 + 20x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 4x_1x_2 - 6x_1x_3 - 20x_2^2 + 20x_2x_3 - 11x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 7x_1^2 + 13x_2^2 + 8x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 028

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4-9x^3+11x^2+11x-10$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3+5x^2-12x-36$ и $x^3+10x^2+32x+32$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(-4+2i)(-3+i)}{-2+5i}$ и представьте результат в виде $a+bi$.

4. Пусть $u=4\left(\cos\dfrac{\pi}{8}+i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$, $v=3\left(\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z=\overline{u}^9\cdot v^5$.

5. Приведите число $z=8-8i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z=-6+5i$.

7. Решите уравнение $z^4=-16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases}(-2-5i)\,z_1+(3-4i)\,z_2=56-24i,\\ -(5+i)\,z_1-(1+4i)\,z_2=10-53i\,.\end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=-2\vec{e}_1+4\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A=\begin{pmatrix}4&-4\\-8&1\end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=\begin{pmatrix}9\\-4\end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix}6\\-59\end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w}=\begin{pmatrix}-6\\4\end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix}0\\38\end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix}-3&4&-12\\3&-8&21\\2&-2&7\end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2,x_3)=9x_1^2+12x_1x_2+30x_1x_3-5x_2^2+32x_2x_3+21x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3)=-16x_1^2+40x_1x_2+32x_1x_3-34x_2^2-34x_2x_3-21x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2)=-5x_1^2+10x_2^2+20x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 029

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4-5x^3+11x^2-7x-24$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: x^3-2x^2-5x+6 и $x^3-5x^2-4x+20$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(-5+5i)(2-i)}{-2+5i}$ и представьте результат в виде $a+bi$.

4. Пусть $u=2\left(\cos\dfrac{\pi}{2}+i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$, $v=3\left(\cos\dfrac{\pi}{5}+i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z=\overline{u}^4\cdot v^6$.

5. Приведите число $z=2\sqrt{3}+2i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2-12x+85=0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4=81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases}(1-3i)\,z_1+(4+3i)\,z_2=-22+26i,\\(3+2i)\,z_1-(5-4i)\,z_2=-26-33i.\end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=-\vec{e}_1-\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A=\begin{pmatrix}-7&3\\-6&1\end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=\begin{pmatrix}1\\-5\end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix}-11\\-17\end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w}=\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix}-27\\27\end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix}-14&6&3\\-24&10&6\\-12&6&1\end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2,x_3)=25x_1^2+30x_1x_2+30x_1x_3+36x_2x_3+0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3)=4x_1^2-16x_1x_2+8x_1x_3+32x_2^2-24x_2x_3+9x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2)=30x_1^2+35x_2^2+12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 030

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4-6x^3-x^2+22x-16$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3+5x^2-17x-21$ и

$x^3-10x^2+31x-30$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(4-2i)(3+5i)}{1+4i}$ и представьте результат в виде $a+bi$.

4. Пусть $u=\left(\cos\dfrac{\pi}{5}+i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$, $v=3\left(\cos\dfrac{\pi}{7}+i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z=\dfrac{u^5}{\overline{v}^4}$.

5. Приведите число $z=-4+4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2+14x+53=0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4=-16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases}-(5+i)\,z_1+(2+i)\,z_2=-37+8i,\\ -(4+3i)\,z_1+(1+2i)\,z_2=-34-8i.\end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=-4\vec{e}_1-8\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A=\begin{pmatrix}2&-4\\1&5\end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=\begin{pmatrix}-1\\-3\end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix}-3\\5\end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w}=\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix}-6\\-10\end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix}13&-3&-6\\12&-2&-6\\24&-6&-11\end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1,x_2,x_3)=-16x_1^2-8x_1x_2+16x_1x_3-5x_2^2+8x_2x_3-5x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3)=-16x_1^2-16x_1x_2-32x_1x_3-20x_2^2+8x_2x_3-29x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2)=-66x_1^2-59x_2^2+24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 031

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5+x^4-8x^3+3x^2+21x-18$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3-11x^2+31x-21$ и $x^3-31x+30$.

3. Пусть $z_1 = -1 - i,\ z_2 = -4 + 3i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{z_1} - \dfrac{z_1}{z_2}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right),\ v = \left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^4}{\overline{v}^2}$.

5. Приведите число $z = 4 + 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 2x + 50 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3+i)z_1 + (3-2i)z_2 = 28 + 6i, \\ -(2+5i)z_1 - (5+i)z_2 = -16 - 39i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = -5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -6 \\ 41 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 5 \\ -33 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 14 & -9 & 6 \\ 12 & -7 & 6 \\ -8 & 6 & -2 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 - 18x_1x_2 - 24x_1x_3 - 34x_2^2 + 16x_2x_3 - 32x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 24x_1x_2 + 12x_1x_3 + 32x_2^2 + 8x_2x_3 + 38x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 15x_1^2 - 25x_2^2 + 30x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 032

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 5x^3 + x^2 + 5x - 2$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + x^2 - 37x + 35$ и $x^3 + 4x^2 - 11x + 6$.

3. Пусть $z_1 = 2 - i,\ z_2 = 1 - i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{z_1} - \dfrac{z_1}{z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right)$, $v = 2\left(\cos\frac{\pi}{7} + i\sin\frac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^4 \cdot v^5$.

5. Приведите число $z = -4 + 4\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 9 - 7i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3-4i)z_1 + (1+4i)z_2 = 53 - 13i, \\ (-2+2i)z_1 - (1+3i)z_2 = -31 + 11i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = -2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 5 \\ 19 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -5 \\ 8 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -7 & -6 & -2 \\ 5 & 2 & 3 \\ 10 & 6 & 5 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 + 12x_1x_2 - 8x_1x_3 + 16x_2^2 + 62x_2x_3 + 21x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 12x_1x_2 + 6x_1x_3 - 20x_2^2 + 12x_2x_3 - 21x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 7x_2^2 - 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 033

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 8x^3 - x^2 - 20x + 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 6x^2 - 19x + 84$ и $x^3 + 9x^2 - 4x - 96$.

3. Пусть $z_1 = -7 + i,\ z_2 = -3 + 4i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} + \overline{z_2}}{z_1 - z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\frac{\pi}{7} + i\sin\frac{\pi}{7}\right)$, $v = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^4 \cdot v^2$.

5. Приведите число $z = -4 - 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 3 - 7i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (2-3i)\,z_1 + (-2-i)\,z_2 = 39 - 19i, \\ (-4+4i)\,z_1 + (3+i)\,z_2 = -61 + 23i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 8\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -5 & -1 \\ -8 & 2 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -7 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -22 \\ 26 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -1 & -4 & 8 \\ -4 & 5 & -16 \\ -2 & 4 & -11 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 8x_1x_2 + 10x_1x_3 + 32x_2x_3 + 24x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 4x_1x_2 - 6x_1x_3 - 13x_2^2 - 24x_2x_3 - 29x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -3x_1^2 - 23x_2^2 - 48x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 034

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + x^3 - 12x^2 + 14x - 4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 4x^2 + x + 6$ и $x^3 + 6x^2 - 9x - 14$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(5+3i)(4-i)}{2+3i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$, $v = 4\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = u^8 \cdot \overline{v}^4$

5. Приведите число $z = 3 - 3\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 2 + 3i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3-i)z_1 + (2-2i)z_2 = 21 + 5i, \\ (-3+i)z_1 - (2-i)z_2 = -18 - 12i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -3 & -8 \\ -5 & -7 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -45 \\ 24 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 9 \\ -4 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -65 \\ 30 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -2 & 12 & -6 \\ 3 & -11 & 6 \\ 6 & -24 & 13 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 6x_1x_2 + 2x_1x_3 - 13x_2^2 - 10x_2x_3 - 17x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 6x_1x_2 + 6x_1x_3 + 26x_2^2 - 32x_2x_3 + 11x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -31x_1^2 + 14x_2^2 + 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 035

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 7x^4 + 10x^3 + 5x^2 - 11x + 2$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 12x - 16$ и $x^3 + x^2 - 26x + 24$.

3. Пусть $z_1 = -4 + 3i$, $z_2 = +2 + 2i$. Вычислите $\dfrac{z_1 - \overline{z_2}}{\overline{z_1} + z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right)$, $v = 4\left(\cos\frac{\pi}{7} + i\sin\frac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^4}{v^3}$.

5. Приведите число $z = 2 + 2i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -4 - 5i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (4-i)\,z_1 + (2-2i)\,z_2 = 6 + 27i, \\ (2+4i)\,z_1 + (2+i)\,z_2 = -25 + 6i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 6\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -3 \\ -21 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -1 \\ 16 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 8 & 24 & 7 \\ -5 & -13 & -3 \\ 10 & 24 & 5 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 - 16x_1x_2 - 24x_1x_3 + 5x_2^2 - 18x_2x_3 - 8x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 6x_1x_2 + 6x_1x_3 - 10x_2^2 + 28x_2x_3 - 30x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 14x_1^2 - x_2^2 + 36x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 036

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 5x^4 + 2x^3 + 19x^2 - 23x + 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 2x^2 - 20x + 24$ и $x^3 - 2x^2 - x + 2$.

3. Пусть $z_1 = 3 + 5i,\ z_2 = +1 + 6i$. Вычислите $\dfrac{z_1 - \overline{z_2}}{\overline{z_1} + z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = u^7 \cdot \overline{v}^5$

5. Приведите число $z = -\sqrt{3} + i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 1 - 8i$.

7. Решите уравнение $z^8 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-4 - i)z_1 + (-2 - 4i)z_2 = 4 - 27i, \\ (2 - 2i)z_1 + (2 + i)z_2 = 11 + 16i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2$, $f(\vec{e}_2) = 7\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 36 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ -6 \end{pmatrix}$.

Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 4 & 24 & 11 \\ -1 & -13 & -7 \\ 2 & 24 & 13 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 + 16x_1x_2 + 16x_1x_3 - 7x_2^2 - 56x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 25x_1^2 - 30x_1x_2 + 40x_1x_3 - 54x_2x_3 + 0x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -25x_1^2 + 15x_2^2 + 30x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 037

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 9x^3 + 7x^2 - 15x - 2$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 8x^2 + 13x + 6$ и $x^3 - 4x^2 - 19x - 14$.

3. Пусть $z_1 = 1 - i$, $z_2 = 1 + 4i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{z_1} - \dfrac{z_1}{z_2}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$, $v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^4 \cdot \overline{v}^5$

5. Приведите число $z = 6 + 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -6 + i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(4 + i)z_1 + (3 + 2i)z_2 = 13 - 14i, \\ (4 - i)z_1 - (5 + i)z_2 = -14 + 16i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -7 & -5 \\ -6 & -4 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 1 \\ -15 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -7 \\ -4 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 6 & -2 & 1 \\ 9 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 12x_1x_2 - 12x_1x_3 - 12x_2^2 + 40x_2x_3 - 12x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 12x_1x_2 + 12x_1x_3 - 5x_2^2 - 4x_2x_3 - 24x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -x_1^2 + 14x_2^2 - 36x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 038

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 7x^3 + 2x^2 - 14x + 4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 7x + 6$ и $x^3 + 8x^2 + 9x - 18$.

3. Пусть $z_1 = 9 - 4i$, $z_2 = 5 - 2i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} + \overline{z_2}}{z_1 - z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$, $v = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^2}{v^5}$.

5. Приведите число $z = -\sqrt{3} - i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 8x + 20 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (5 + 2i)\,z_1 + (-4 + i)\,z_2 = 20 - i, \\ (4 - i)\,z_1 + (-3 + 2i)\,z_2 = 15 - 14i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -9\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = 5\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 37 \\ -9 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 19 \\ -7 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 14 & -18 & -11 \\ 21 & -26 & -15 \\ -16 & 18 & 9 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 + 24x_1x_2 - 24x_1x_3 + 20x_2^2 - 52x_2x_3 + 41x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 12x_1x_2 + 8x_1x_3 + 8x_2^2 - 18x_2x_3 - 14x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 7x_2^2 - 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 039

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 9x + 2$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 6x^2 + 5x - 12$ и $x^3 + x^2 - 5x + 3$.

3. Пусть $z_1 = 1 + 3i,\ z_2 = +2 - 4i$. Вычислите $\dfrac{z_1 - z_2}{\overline{z_1} + \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = u^3 \cdot \overline{v}^9$

5. Приведите число $z = -4 - 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -6 - i$.

7. Решите уравнение $z^3 = 8$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-2 - i)z_1 + (-3 - i)z_2 = 12 - 15i, \\ (1 + 2i)z_1 + (3 + i)z_2 = -15 + 20i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 15 \\ 10 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 29 \\ 2 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -9 & 2 & 4 \\ -5 & 2 & 2 \\ -11 & 7 & 3 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 25x_1^2 - 20x_1x_2 + 30x_1x_3 + 3x_2^2 - 8x_2x_3 + 5x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 - 40x_1x_2 - 32x_1x_3 - 26x_2^2 - 46x_2x_3 - 26x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 29x_1^2 + 21x_2^2 - 6x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 040

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 6x^3 - x^2 + 22x - 16$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 6x^2 - 19x - 84$ и $x^3 + x^2 - 14x - 24$.

3. Пусть $z_1 = 1 - i$, $z_2 = -1 - 2i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1}}{z_2} + \dfrac{z_2}{\overline{z_1}}$.

4. Пусть $u = \left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^3}{\overline{v}^4}$.

5. Приведите число $z = 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 2x + 50 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(1-i)\,z_1 + (2+3i)\,z_2 = 8 - 20i, \\ (-3-2i)\,z_1 + (-4+5i)\,z_2 = 37 + 10i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = \vec{e}_1 + 0\vec{e}_2$.

Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$.

Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 15 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix}$.

Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 5 & -16 & -4 \\ 4 & -11 & -2 \\ -4 & 8 & -1 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 8x_1x_2 - 6x_1x_3 + 7x_2^2 - 42x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 32x_1x_2 + 16x_1x_3 - 25x_2^2 - 10x_2x_3 - 6x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 26x_1^2 - 6x_2^2 - 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 041

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 + x^4 - 10x^3 - 5x^2 + 19x - 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 6x^2 + 5x - 12$ и $x^3 + 4x^2 + x - 6$.

3. Пусть $z_1 = -8 - 7i$, $z_2 = +5 - 6i$. Вычислите $\dfrac{z_1 - \overline{z_2}}{\overline{z_1} + z_2}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = u^5 \cdot \overline{v}^7$

5. Приведите число $z = 6 + 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 6x + 34 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (2+i)\,z_1 + (4+2i)\,z_2 = 4 - 33i, \\ (3+3i)\,z_1 + (5+3i)\,z_2 = 13 - 49i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -7\vec{e}_1 - 8\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 45 \\ -19 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -25 \\ 11 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -7 & 6 & 12 \\ 6 & -2 & -8 \\ -9 & 6 & 14 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 12x_1x_3 - 12x_2^2 - 20x_2x_3 - 7x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 40x_1x_2 - 24x_1x_3 + 29x_2^2 + 38x_2x_3 + 22x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -39x_1^2 - 11x_2^2 + 96x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 042

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 - x^4 - 13x^3 + 7x^2 + 24x - 18$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - x^2 - 30x + 72$ и $x^3 - 5x^2 - 2x + 24$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(6-3i)(1-3i)}{3-3i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^2 \cdot v^7$.

5. Приведите число $z = 4 + 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -1 + 6i$.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+2i)\,z_1 + (-1+3i)\,z_2 = -27 - 14i, \\ (4-2i)\,z_1 + (3+2i)\,z_2 = -25 + 39i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -3\vec{e}_1 - 8\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -6 & -7 \\ -8 & 5 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 22 \\ -10 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 8 & 9 & 8 \\ -4 & -4 & -3 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 8x_1x_2 - 8x_1x_3 + 10x_2^2 - 4x_2x_3 + 2x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 2x_1x_2 - 8x_1x_3 - 26x_2^2 + 32x_2x_3 - 48x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 31x_1^2 + 21x_2^2 + 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 043

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 - x^4 - 7x^3 + 3x^2 + 12x + 4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 13x^2 + 48x + 36$ и $x^3 + 4x^2 + 5x + 2$.

3. Пусть $z_1 = -2 - 8i$, $z_2 = -8 + 9i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} + z_2}{z_1 - \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$, $v = \left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^4}{\overline{v}^5}$.

5. Приведите число $z = -2 - 2\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 12x + 52 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(5+4i)\,z_1 - (4-4i)\,z_2 = -23 + 6i, \\ (4-i)\,z_1 - (1+4i)\,z_2 = 9 - 15i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 6\vec{e}_1 - \vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -1 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ -9 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ -7 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 10 & -24 & 6 \\ 6 & -14 & 3 \\ 6 & -12 & 1 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 16x_1x_2 + 24x_1x_3 + 20x_2^2 - 28x_2x_3 + 13x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 10x_1x_2 - 2x_1x_3 - 29x_2^2 + 10x_2x_3 - 35x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 17x_1^2 - 7x_2^2 - 18x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 044

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 2x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 8x + 3$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 4x^2 - 9x - 36$ и $x^3 + 3x^2 - x - 3$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(-3+2i)(5-5i)}{-2+i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = \left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^7}{\overline{v}^5}$.

5. Приведите число $z = 4 + 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 12x + 40 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(3-4i)\,z_1 + (2+5i)\,z_2 = 31 + 56i, \\ (-4+2i)\,z_1 + (-1+5i)\,z_2 = -1 + 61i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -5 & -8 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 9 \\ -4 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 31 \\ -25 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -9 & -9 & 5 \\ 10 & 11 & -7 \\ 6 & 8 & -6 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 2x_1x_2 - 10x_1x_3 + 10x_2^2 + 16x_2x_3 + 26x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 + 12x_1x_2 - 24x_1x_3 - 12x_2^2 + 16x_2x_3 - 9x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -26x_1^2 + 6x_2^2 + 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 045

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 7x^3 + 13x^2 - x - 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 8x^2 - 9x + 72$ и $x^3 + 4x^2 - 9x - 36$.

3. Пусть $z_1 = 5 - 2i$, $z_2 = -1 - 3i$. Вычислите $\dfrac{z_1 - \overline{z_2}}{\overline{z_1} + z_2}$.

4. Пусть $u = \left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$, $v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^9}{v^6}$.

5. Приведите число $z = -4 + 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 8 + 9i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3 - i)\,z_1 - (2 - 5i)\,z_2 = 20 + 22i, \\ (1 - i)\,z_1 + (1 + 2i)\,z_2 = 8 + 2i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = 3\vec{e}_1 - 7\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -20 \\ 24 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 14 \\ -18 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} -10 & -3 & 15 \\ 6 & 1 & -10 \\ -6 & -4 & 7 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 2x_1x_2 - 6x_1x_3 + 26x_2^2 - 4x_2x_3 + 10x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 13x_2^2 - 20x_2x_3 + 33x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 6x_1^2 - 19x_2^2 + 60x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 046

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 7x^3 - 2x^2 - 18x + 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 7x^2 + 7x + 15$ и $x^3 + 5x^2 - 12x - 36$.

3. Пусть $z_1 = -1 + i,\ z_2 = 4 - 3i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} - \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^3 \cdot v^7$.

5. Приведите число $z = 2\sqrt{3} - 2i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -3 - i$.

7. Решите уравнение $z^3 = 216$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+3i)\,z_1 - (2+2i)\,z_2 = 14 + 4i, \\ (1+5i)\,z_1 - (3+2i)\,z_2 = 29 + 2i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = 3\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -7 & 4 \\ -4 & -9 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 11 \\ 2 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 37 \\ 16 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} -5 & 12 & 8 \\ -2 & 5 & 4 \\ 1 & -3 & 5 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 6x_1x_2 - 8x_1x_3 - 8x_2^2 - 16x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 8x_1x_2 + 4x_1x_3 - 20x_2^2 + 28x_2x_3 - 17x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 19x_1^2 + 49x_2^2 + 16x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 047

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 8x^3 + 13x^2 + 2x - 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 12x^2 + 39x + 28$ и $x^3 + 13x^2 + 48x + 36$.

3. Пусть $z_1 = 1 - 4i,\ z_2 = -1 - i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} - \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = u^4 \cdot \overline{v}^6$

5. Приведите число $z = -4 - 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 10x + 50 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^8 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+3i)\,z_1 + (-2-2i)\,z_2 = 7 - 3i, \\ (-3-4i)\,z_1 + (5+3i)\,z_2 = -16 + 9i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = -5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -5 & -8 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -24 \\ -51 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -25 \\ -60 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -6 \\ 2 & -4 & -6 \\ -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 18x_1x_2 + 24x_1x_3 + 13x_2^2 - 32x_2x_3 + 20x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 - 24x_1x_2 - 12x_1x_3 - 17x_2^2 - 26x_2x_3 - 30x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 34x_1^2 + 41x_2^2 + 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 048

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 9x^4 + 11x^3 + 13x^2 - 12x - 4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 2x^2 - 19x + 20$ и $x^3 - 11x^2 + 31x - 21$.

3. Пусть $z_1 = -1 - i,\ z_2 = 2 - i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_2}}{z_1} - \dfrac{z_1}{\overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^2}{\overline{v}^4}$.

5. Приведите число $z = -6$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 9 + 4i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(1-5i)\,z_1 + (1+4i)\,z_2 = -11 - 24i, \\ (4+5i)\,z_1 + (5+3i)\,z_2 = -28 - 8i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 0\vec{e}_1 - 7\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 9 & -3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -35 \\ -34 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -20 \\ -18 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -6 & -13 & -11 \\ 6 & 14 & 12 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 + 8x_1x_2 + 8x_1x_3 - 15x_2^2 - 38x_2x_3 - 24x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 + 30x_1x_2 + 40x_1x_3 - 10x_2^2 - 18x_2x_3 - 34x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 39x_1^2 + 11x_2^2 + 96x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 049

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 + 2x^4 + x^3 + 13x^2 - 2x - 15$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 5x^2 - 2x + 24$ и $x^3 - 10x^2 + 8x + 64$.

3. Пусть $z_1 = -4 - i$, $z_2 = -7 - 6i$. Вычислите $\dfrac{z_1 + z_2}{\overline{z_1} - \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$, $v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^2}{v^3}$.

5. Приведите число $z = -\sqrt{3} - i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 14x + 58 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^8 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера
$$\begin{cases} (-4 - 5i)\,z_1 + (-4 - i)\,z_2 = -63 + 11i, \\ (2 + 4i)\,z_1 + (3 + i)\,z_2 = 47 - i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -8 \\ -8 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -2 & -9 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -7 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -17 \\ 8 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -7 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе

$\vec{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 8 & -6 & -2 \\ -4 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 - 8x_1x_2 - 16x_1x_3 - 2x_2^2 - 2x_2x_3 - 5x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 - 18x_1x_2 + 24x_1x_3 + 7x_2^2 + 56x_2x_3 - 16x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 26x_1^2 - 6x_2^2 - 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 050

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 9x^3 + 14x^2 - 6x - 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 5x^2 - 2x - 24$ и $x^3 + 2x^2 - 23x - 60$.

3. Пусть $z_1 = -2 - 9i,\ z_2 = -1 - 8i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} - z_2}{z_1 + \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = \left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^4}{v^6}$.

5. Приведите число $z = -\sqrt{3} - i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -1 - 4i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3 - i)\,z_1 + (-2 + 4i)\,z_2 = 5 + 45i, \\ (2 - 4i)\,z_1 + (2 + 5i)\,z_2 = 45 + 34i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = -\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2$.
Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}$.
Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 16 \\ 58 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -10 \\ -32 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 4 & 6 & -12 \\ 6 & 13 & -24 \\ 3 & 6 & -11 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 24x_1x_2 + 16x_1x_3 + 34x_2^2 - 32x_2x_3 + 8x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 + 8x_1x_2 - 16x_1x_3 - 5x_2^2 + 26x_2x_3 - 42x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 11x_1^2 + 19x_2^2 + 6x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 051

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 8x^3 - 5x^2 - 8x + 4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 6x^2 - 19x - 24$ и $x^3 + x^2 - 24x + 36$.

3. Пусть $z_1 = -4 + i$, $z_2 = -1 + i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} + \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^6 \cdot v^5$.

5. Приведите число $z = -3 + 3\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 8x + 20 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (5 - 4i)\, z_1 - (3 + i)\, z_2 = 4 - 37i, \\ (4 + 3i)\, z_1 + (1 - 2i)\, z_2 = 28 + 3i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -5\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 12 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 9 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 \\ -3 \end{pmatrix}$.
Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} -15 & -12 & -24 \\ 12 & 11 & 16 \\ 6 & 4 & 11 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 20x_1x_2 - 4x_1x_3 + 24x_2^2 - 4x_2x_3 - 8x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 12x_1x_2 + 6x_1x_3 + 5x_2^2 - 10x_2x_3 - 9x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 26x_1^2 - 6x_2^2 + 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 052

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 7x - 15$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 2x^2 - 16x + 32$ и $x^3 - 7x^2 + 14x - 8$.

3. Пусть $z_1 = -4 - i$, $z_2 = -1 + i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{\overline{z_1}} + \dfrac{\overline{z_1}}{z_2}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^4}{v^5}$.

5. Приведите число $z = -8i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 10x + 41 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (4-3i)\,z_1 + (2+3i)\,z_2 = 27 + 28i, \\ (4-4i)\,z_1 + (3+2i)\,z_2 = 33 + 21i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 3 & -8 \\ -5 & -4 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 \\ 13 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ -43 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 9 & 16 & -12 \\ -2 & -3 & 3 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 6x_1x_2 + 12x_1x_3 + 17x_2^2 + 28x_2x_3 + 20x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 8x_1x_3 + 10x_2^2 - 14x_2x_3 + 17x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -18x_1^2 - 33x_2^2 + 8x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 053

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 13x^2 - 8x - 20$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 10x^2 + 28x + 24$ и $x^3 - 5x^2 - 2x + 24$.

3. Пусть $z_1 = -1 + i$, $z_2 = -1 + 4i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$, $v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^5}{v^9}$.

5. Приведите число $z = 2\sqrt{3} + 2i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 8x + 65 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1-i)z_1 - (1+i)z_2 = -7 + 3i, \\ (3+i)z_1 + (5-2i)z_2 = 16 - 8i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 5\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -5 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -6 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -66 \\ 18 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 53 \\ -17 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -7 & -16 & 12 \\ -4 & -7 & 6 \\ -12 & -24 & 19 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 25x_1^2 + 40x_1x_2 + 10x_1x_3 + 7x_2^2 + 32x_2x_3 - 15x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 - 16x_1x_2 + 20x_1x_3 - 17x_2^2 + 34x_2x_3 - 50x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 7x_1^2 - 17x_2^2 + 18x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 054

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 4x^4 - 4x^3 + 20x^2 - 17x + 4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 7x^2 - 4x - 28$ и $x^3 + 6x^2 - 32$.

3. Пусть $z_1 = 2 + i,\ z_2 = -1 + i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} + \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^8 \cdot v^3$.

5. Приведите число $z = 2\sqrt{3} - 2i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 10x + 34 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3-4i)\,z_1 + (3+i)\,z_2 = -20 + 20i, \\ -(3+4i)\,z_1 + (2-3i)\,z_2 = 17 + 24i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = 7\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = 6\vec{e}_1 - 9\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -26 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -19 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 6 & 6 & 8 \\ -6 & -7 & -12 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 30x_1x_2 + 24x_1x_3 - 24x_2^2 - 48x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 25x_1^2 - 10x_1x_2 + 10x_1x_3 + 5x_2^2 + 18x_2x_3 + 35x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не

знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 19x_1^2 - 6x_2^2 - 60x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 055

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + x^4 + x^3 - 11x^2 - 20x + 28$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 5x^2 + 7x - 3$ и $x^3 + 3x^2 - 10x - 24$.

3. Пусть $z_1 = 3 - 3i$, $z_2 = 9 + 2i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} + z_2}{z_1 - \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^5}{v^3}$.

5. Приведите число $z = 8 - 8i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 14x + 65 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (2+5i)\,z_1 + (1+3i)\,z_2 = -12 - 20i, \\ -(1-3i)\,z_1 + (-1+i)\,z_2 = 5 - 13i\,. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = \vec{e}_1 - 5\vec{e}_2$, $f(\vec{e}_2) = 6\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 1 \\ -34 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -14 \\ 12 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -10 & 19 & -7 \\ -6 & 12 & -5 \\ -6 & 14 & -7 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 - 20x_1x_2 - 4x_1x_3 - 24x_2^2 - 8x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 4x_1x_2 - 6x_1x_3 - 13x_2^2 + 24x_2x_3 - 14x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 59x_1^2 + 66x_2^2 + 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 056

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - x^4 - 12x^3 - x^2 + x + 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 10x^2 + 23x + 14$ и $x^3 + 2x^2 - x - 2$.

3. Пусть $z_1 = -7 + 2i,\ z_2 = -2 - 4i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} + z_2}{z_1 - \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = u^3 \cdot \overline{v}^6$

5. Приведите число $z = 2$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -5 + 3i$.

7. Решите уравнение $z^6 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (2+3i)\,z_1 + (-1+4i)\,z_2 = 37 + 2i, \\ (2-2i)\,z_1 + (5+i)\,z_2 = -7 - 41i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -9\vec{e}_1 + \vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = 6\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -4 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 32 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 \\ -23 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 10 & 6 \\ -1 & -12 & -7 \\ 4 & 20 & 11 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 - 8x_1x_2 - 16x_1x_3 - 20x_2^2 - 56x_2x_3 - 41x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 + 20x_1x_2 - 40x_1x_3 - 5x_2^2 + 8x_2x_3 - 36x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -29x_1^2 - 21x_2^2 + 6x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 057

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x + 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 9x^2 + 11x - 21$ и

x^3+7x^2-36.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(2-3i)(4-5i)}{-3+5i}$ и представьте результат в виде $a+bi$.

4. Пусть $u=2\left(\cos\dfrac{\pi}{8}+i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$, $v=3\left(\cos\dfrac{\pi}{7}+i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z=\dfrac{\overline{u}^6}{v^5}$.

5. Приведите число $z=4+4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2+8x+32=0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4=-16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(1-i)\,z_1+(3-2i)\,z_2=30+3i, \\ -(1+2i)\,z_1+(5+3i)\,z_2=14+46i\,. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v})=7\vec{e}_1+4\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A=\begin{pmatrix}-2 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=\begin{pmatrix}1\\ -7\end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix}29\\ -16\end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w}=\begin{pmatrix}-6\\ 5\end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix}-26\\ 22\end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix}-2 & -6 & 12\\ -4 & -7 & 16\\ -3 & -6 & 13\end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2,x_3)=-9x_1^2-12x_1x_2-30x_1x_3+5x_2^2-14x_2x_3-24x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3)=-25x_1^2-20x_1x_2-50x_1x_3-8x_2^2-36x_2x_3-57x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2)=17x_1^2+22x_2^2+12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 058

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5-2x^4-7x^3+23x^2-18x-45$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3+5x^2-13x+7$ и
$x^3-6x^2+11x-6$.

3. Пусть $z_1 = -1 + 3i,\ z_2 = +4 - i$. Вычислите $\dfrac{z_1 - z_2}{\overline{z_1} + \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^2 \cdot v^6$.

5. Приведите число $z = 6 + 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 8x + 41 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^3 = -64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1 + 4i)\,z_1 - (2 + i)\,z_2 = 23 - 29i, \\ (3 - 3i)\,z_1 + (2 + i)\,z_2 = -34 + 21i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -\vec{e}_1 - 7\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = -2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 6 \\ 24 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -42 \\ -40 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 5 & -4 & -16 \\ -4 & -1 & 8 \\ 4 & -2 & -11 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 + 50x_1x_2 - 30x_1x_3 - 24x_2^2 + 38x_2x_3 + 7x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 29x_2^2 - 34x_2x_3 + 35x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 19x_1^2 - 6x_2^2 - 60x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 059

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 2x^3 - 14x^2 - 10x + 21$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 10x^2 + 33x - 36$ и $x^3 - x^2 - 30x + 72$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(-3 + 5i)(-2 + 4i)}{2 + 2i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$, $v = 3\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \frac{\overline{u}^3}{v^5}$.

5. Приведите число $z = 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 6x + 18 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3+4i)\,z_1 + (-3+5i)\,z_2 = 14+10i, \\ (-4-2i)\,z_1 + (1-4i)\,z_2 = -8-3i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -8\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -4 & -7 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -39 \\ -21 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -3 & 10 & -20 \\ 1 & -6 & 10 \\ -1 & -7 & 7 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 + 16x_1x_2 + 32x_1x_3 + 5x_2^2 + 20x_2x_3 + 20x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 7x_2^2 - 34x_2x_3 - x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 28x_1^2 + 12x_2^2 - 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 060

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 7x + 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 7x^2 - 14x + 48$ и $x^3 - 4x^2 - 11x + 30$.

3. Пусть $z_1 = 1 + i$, $z_2 = -2 + i$. Вычислите $\frac{\overline{z_1} + z_2}{z_1 - \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right)$, $v = 2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \frac{\overline{u}^6}{v^3}$.

5. Приведите число $z = 4\sqrt{3} - 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 10x + 61 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^3 = -27$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(3-5i)\,z_1 + (-3+3i)\,z_2 = -16-8i, \\ (5-2i)\,z_1 + (5-i)\,z_2 = 13+19i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 22 \\ 27 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 11 \\ 45 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 23 & 12 & 18 \\ -16 & -9 & -12 \\ -24 & -12 & -19 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 10x_1x_2 - 8x_1x_3 + 21x_2^2 - 60x_2x_3 - 9x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 18x_1x_2 - 24x_1x_3 + 10x_2^2 + 28x_2x_3 + 36x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 6x_1^2 - 26x_2^2 - 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 061

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + x^4 - x^3 - x^2 - 4x + 4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 6x^2 - 9x + 14$ и $x^3 + 7x^2 + 4x - 12$.

3. Пусть $z_1 = 1 + i,\ z_2 = 3 + 4i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} + \dfrac{z_2}{z_1}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = \left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^4}{v^5}$.

5. Приведите число $z = -4 - 4\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 12x + 85 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3+i)\,z_1 - (4-2i)\,z_2 = 11+17i, \\ (2-5i)\,z_1 + (2+5i)\,z_2 = 19-19i\,. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 0\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -7 & -6 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -1 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ 15 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 11 & -4 & -16 \\ 4 & 1 & -8 \\ 4 & -2 & -5 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 25x_1^2 - 30x_1x_2 + 30x_1x_3 + 25x_2^2 + 6x_2x_3 + 18x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 20x_2^2 + 4x_2x_3 + 18x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -13x_1^2 - 7x_2^2 + 8x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 062

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - x^3 - 14x^2 - 20x - 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 10x^2 + 32x - 32$ и $x^3 - 10x^2 + 29x - 20$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(1+2i)(-1+6i)}{1-4i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = \left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^9}{\overline{v}^5}$.

5. Приведите число $z = -4\sqrt{3} - 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 3 + i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (5-4i)\,z_1 + (1-4i)\,z_2 = -25+51i, \\ (-1+5i)\,z_1 + (2+3i)\,z_2 = -14-47i\,. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -3\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = -7\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ -7 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -5 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ -10 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -14 & -6 & 24 \\ 6 & 1 & -12 \\ -6 & -3 & 10 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 18x_1x_2 - 12x_1x_3 + 34x_2^2 + 42x_2x_3 + 13x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 - 16x_1x_2 - 24x_1x_3 - 20x_2^2 - 28x_2x_3 - 17x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -6x_1^2 + 19x_2^2 - 60x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 063

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 5x^4 - x^3 + 23x^2 - 10x - 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 10x^2 + 13x + 24$ и $x^3 + 3x^2 - 10x - 24$.

3. Пусть $z_1 = -2+5i,\ z_2 = +8-4i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} - \overline{z_2}}{z_1 + z_2}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^2 \cdot v^7$.

5. Приведите число $z = 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 2x + 5 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^8 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-4+i)\,z_1 + (4+i)\,z_2 = -36+9i, \\ (4+4i)\,z_1 + (-1-5i)\,z_2 = 34+32i\,. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = 7\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = -2\vec{e}_1 - 7\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}19\\-5\end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9\\7\end{pmatrix}$.
Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix}14&3&-27\\2&-1&-4\\10&2&-19\end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1,x_2,x_3) = -4x_1^2-16x_1x_2-12x_1x_3-56x_2x_3+7x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_1x_2+6x_1x_3-3x_2^2+2x_2x_3+4x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2) = -10x_1^2+5x_2^2-20x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 064

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4-2x^3+4x^2-13x+10$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: x^3+7x^2-36 и $x^3-x^2-17x-15$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(-2+3i)(-4+3i)}{5+2i}$ и представьте результат в виде $a+bi$.

4. Пусть $u=3\left(\cos\frac{\pi}{7}+i\sin\frac{\pi}{7}\right)$, $v=4\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z=u^2\cdot\overline{v}^4$

5. Приведите число $z=-6$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2-8x+25=0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^3=64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases}-(2-i)\,z_1-(1+3i)\,z_2=-5+4i,\\(-1+2i)\,z_1-(3+4i)\,z_2=-4+18i.\end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1)=3\vec{e}_1+9\vec{e}_2$, $f(\vec{e}_2)=2\vec{e}_1-\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=\begin{pmatrix}-4\\1\end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix}-18\\19\end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w}=\begin{pmatrix}5\\-2\end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix}24\\-20\end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 11 & 3 & -6 \\ 12 & 2 & -6 \\ 24 & 6 & -13 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 6x_1x_2 + 4x_1x_3 - 10x_2^2 + 22x_2x_3 - 29x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 - 10x_1x_2 - 20x_1x_3 - 17x_2^2 - 12x_2x_3 - 14x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 21x_1^2 + 29x_2^2 + 6x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 065

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 2x^4 - 7x^3 + 23x^2 - 18x - 45$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 28x + 48$ и $x^3 - 4x^2 - 4x + 16$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(3+4i)(3+i)}{6-i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$, $v = \left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^3}{\overline{v}^9}$.

5. Приведите число $z = -\sqrt{3} + i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -1 + 7i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1-2i)\,z_1 + (-3+4i)\,z_2 = -41 + 10i, \\ -(2+i)\,z_1 + (5+4i)\,z_2 = 14 + 51i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 8\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 3 \\ -9 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -2 \\ 14 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 5 & -16 & -4 \\ 4 & -11 & -2 \\ -4 & 8 & -1 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 17x_2^2 - 14x_2x_3 - 5x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 30x_1x_2 - 24x_1x_3 + 9x_2^2 + 56x_2x_3 - 4x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = x_1^2 - 14x_2^2 - 36x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 066

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^4 - 4x^3 - 11x^2 + 10x + 16$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 9x^2 + 26x + 24$ и $x^3 + 11x^2 + 36x + 36$.

3. Пусть $z_1 = 3 - 2i$, $z_2 = -1 - i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} + \dfrac{z_2}{z_1}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^3 \cdot \overline{v}^2$

5. Приведите число $z = 4 - 4\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 2 + 3i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-5 + 2i)\, z_1 + (3 + 4i)\, z_2 = 29 + 51i, \\ (-5 + i)\, z_1 + (2 + 5i)\, z_2 = 14 + 55i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = \vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$.
Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -7 & 2 \end{pmatrix}$.
Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -43 \\ -10 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -30 \\ -9 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 5 & -9 & -9 \\ -4 & 3 & 5 \\ 8 & -14 & -14 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 40x_1x_2 - 24x_1x_3 - 50x_2^2 + 60x_2x_3 - 18x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 6x_1x_2 + 2x_1x_3 - 25x_2^2 + 10x_2x_3 - 9x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 59x_1^2 + 66x_2^2 - 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 067

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 3x + 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 3x + 2$ и $x^3 + 5x^2 + 2x - 8$.

3. Пусть $z_1 = -1 + 2i,\ z_2 = 1 + i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1}}{z_2} + \dfrac{z_2}{z_1}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^3}{v^2}$.

5. Приведите число $z = -3 - 3\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 8 - 5i$.

7. Решите уравнение $z^6 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3-5i)\,z_1 + (3-2i)\,z_2 = 20 - 5i, \\ (1+3i)\,z_1 - (1-i)\,z_2 = -8 + 14i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = 8\vec{e}_1 - 6\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -17 \\ 9 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 41 \\ -17 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 4 & -8 & 11 \\ 3 & -13 & 21 \\ 2 & -8 & 13 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 8x_1x_2 + 6x_1x_3 + 64x_2x_3 - 16x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 + 4x_1x_2 + 12x_1x_3 + 8x_2^2 - 30x_2x_3 - 2x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -17x_1^2 + 7x_2^2 + 18x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 068

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 5x - 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 8x^2 + 9x - 18$ и $x^3 + 9x^2 + 26x + 24$.

3. Пусть $z_1 = -1 + i$, $z_2 = 3 + 2i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} + \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^4 \cdot \overline{v}^6$

5. Приведите число $z = -6 - 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 14x + 50 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(4+3i)\,z_1 + (2+3i)\,z_2 = -41 - 19i, \\ (3+2i)\,z_1 - (2+i)\,z_2 = 34 + 6i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -3 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 2 \\ 42 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -7 \\ -4 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -3 \\ 52 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} -11 & -28 & 10 \\ 7 & 18 & -6 \\ 3 & 9 & -2 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму

$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 32x_1x_2 - 32x_1x_3 + 40x_2x_3 + 15x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 + 50x_1x_2 - 20x_1x_3 - 26x_2^2 + 18x_2x_3 - 9x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 19x_1^2 - 6x_2^2 - 60x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 069

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + x^4 - 11x^3 - 7x^2 + 10x + 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 5x^2 - x + 5$ и $x^3 - x^2 - 4x + 4$.

3. Пусть $z_1 = -1 - i$, $z_2 = 2 + 3i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} - \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$, $v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^3}{\overline{v}^8}$.

5. Приведите число $z = 2 - 2\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -5 - i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (4+3i)\,z_1 + (5-i)\,z_2 = -41 + 46i, \\ -(1-3i)\,z_1 + (2+3i)\,z_2 = -38 - 13i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = -2\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -7 & -4 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 2 \\ 19 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -2 \\ 9 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 10 & 12 \\ 1 & -8 & -12 \\ 1 & 5 & 5 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 20x_1x_2 - 16x_1x_3 + 21x_2^2 + 20x_2x_3 - 9x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 8x_1x_2 - 2x_1x_3 + 32x_2^2 - 48x_2x_3 + 42x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -23x_1^2 - 3x_2^2 + 48x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 070

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 4x^3 - 9x^2 + 4x + 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 6x^2 + 5x + 12$ и $x^3 - 12x - 16$.

3. Пусть $z_1 = -1 + i$, $z_2 = -1 + 4i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{z_1} - \dfrac{z_1}{z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$, $v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^4}{v^8}$.

5. Приведите число $z = 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 5 - 6i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (2-5i)\,z_1 + (2-3i)\,z_2 = 3 + 19i, \\ (4-5i)\,z_1 + (3-4i)\,z_2 = 2 + 16i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -6 & -8 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -18 \\ 38 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -4 \\ 16 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 7 & -5 & -2 \\ 8 & -6 & -2 \\ 15 & -9 & -5 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 5x_2^2 - 4x_2x_3 - 8x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 8x_1x_2 + 10x_1x_3 + 41x_2^2 + 70x_2x_3 + 38x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -29x_1^2 + 46x_2^2 + 40x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 071

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 6x^3 + 3x^2 - 16x + 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 2x^2 - 9x - 18$ и $x^3 + 8x^2 + 9x - 18$.

3. Пусть $z_1 = -1 - i,\ z_2 = 3 - 2i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} + \dfrac{z_2}{z_1}$.

4. Пусть $u = \left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^7}{v^2}$.

5. Приведите число $z = 6$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 7 + 9i$.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1 - i)\,z_1 + (4 + i)\,z_2 = 27 + 28i, \\ (-2 + i)\,z_1 + (1 - 4i)\,z_2 = 33 - 30i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -9 \\ 5 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ -8 & 1 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 15 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & -8 \\ 1 & 2 & -5 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 + 10x_1x_2 + 40x_1x_3 + 24x_2^2 + 22x_2x_3 - 7x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 - 20x_1x_2 + 4x_1x_3 - 26x_2^2 + 6x_2x_3 - 6x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -14x_1^2 - 11x_2^2 - 4x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 072

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + x^4 - 8x^3 - 12x^2 - 9x + 27$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 12x^2 + 41x - 42$ и $x^3 + x^2 - 24x + 36$.

3. Пусть $z_1 = 1 + 4i,\ z_2 = -1 - i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{z_1} - \dfrac{z_1}{z_2}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^7 \cdot v^8$.

5. Приведите число $z = 3 - 3\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 10x + 34 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+3i)\,z_1 + (1-i)\,z_2 = -19 + 17i, \\ (5+5i)\,z_1 + (1-4i)\,z_2 = -26 + 54i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -7\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = 7\vec{e}_1 - 5\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 21 \\ 12 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 24 \\ 6 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 11 & 4 & -6 \\ 16 & 11 & -12 \\ 24 & 12 & -15 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 - 8x_1x_2 - 16x_1x_3 - 8x_2^2 - 8x_2x_3 - 20x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 + 16x_1x_2 - 8x_1x_3 - 41x_2^2 - 24x_2x_3 - 45x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 59x_1^2 + 66x_2^2 + 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 073

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 3x^3 - 8x^2 + 6x + 4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ и $x^3 - 5x^2 + 7x - 3$.

3. Пусть $z_1 = -1 + i$, $z_2 = 2 - 3i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{z_2}{\overline{z_1}}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^7 \cdot v^3$.

5. Приведите число $z = 4\sqrt{3} + 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 8x + 41 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (4+3i)\,z_1 + (-2+3i)\,z_2 = -8-8i, \\ -(3-2i)\,z_1 - (1+2i)\,z_2 = 10-2i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -8\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 \\ -17 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 38 \\ -22 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$$\begin{pmatrix} -2 & -6 & 12 \\ 6 & 13 & -24 \\ 3 & 6 & -11 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 10x_1x_3 + 5x_2^2 - 2x_2x_3 + 34x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 12x_1x_2 - 4x_1x_3 + 25x_2^2 + 22x_2x_3 + 21x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 19x_1^2 + 11x_2^2 - 6x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 074

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 2x^3 - 8x^2 - 9x + 14$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 7x^2 - 4x - 28$ и $x^3 + 5x^2 - 12x - 36$.

3. Пусть $z_1 = 3 - 2i,\ z_2 = -1 + i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^3}{\overline{v}^5}$.

5. Приведите число $z = -3\sqrt{3} + 3i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 6x + 25 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+i)z_1 + (1-i)z_2 = -3 - 9i, \\ (-3-i)z_1 - (1-2i)z_2 = 14 + 8i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -7\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = 6\vec{e}_1 - 5\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -6 \\ 79 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 4 \\ -44 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 10 & -9 & -9 \\ 14 & -11 & -12 \\ 2 & -3 & -2 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 - 40x_1x_2 + 20x_1x_3 - 15x_2^2 + 18x_2x_3 - 3x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 25x_1^2 - 10x_1x_2 + 40x_1x_3 + 5x_2^2 - 12x_2x_3 + 42x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -46x_1^2 + 29x_2^2 + 40x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 075

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 3x^3 - 12x^2 + 17x - 3$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 4x^2 - 19x - 14$ и $x^3 + 3x^2 - 10x - 24$.

3. Пусть $z_1 = -1 + 4i,\ z_2 = 1 - i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1}}{z_2} + \dfrac{z_2}{z_1}$.

4. Пусть $u = \left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^9}{\overline{v}^5}$.

5. Приведите число $z = -2 + 2\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 7 - 3i$.

7. Решите уравнение $z^6 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+4i)\,z_1 + (1+3i)\,z_2 = -10 + 17i, \\ -(1-3i)\,z_1 + (-1+2i)\,z_2 = -14 + 10i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -6\vec{e}_1 - 5\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = -7\vec{e}_1 + 9\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 34 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -6 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -38 \\ 15 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 12 & 7 & 29 \\ 2 & -1 & 2 \\ -6 & -3 & -14 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 + 8x_1x_2 + 16x_1x_3 - 13x_2^2 - 4x_2x_3 - 20x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 6x_1x_2 + 8x_1x_3 - 10x_2^2 - 30x_2x_3 - 41x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 50x_1^2 + 35x_2^2 - 8x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 076

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4-3x^3+x^2-5x+6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3-8x^2-4x+32$ и $x^3+4x^2-19x+14$.

3. Пусть $z_1=-1-i,\ z_2=1-4i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{z_2}+\dfrac{z_2}{z_1}$.

4. Пусть $u=2\left(\cos\dfrac{\pi}{8}+i\sin\dfrac{\pi}{8}\right),\ v=3\left(\cos\dfrac{\pi}{6}+i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z=\dfrac{\overline{u}^5}{v^6}$.

5. Приведите число $z=\sqrt{3}-i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z=-6-i$.

7. Решите уравнение $z^4=81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases}(1-4i)\,z_1+(2-2i)\,z_2=-30+35i,\\(2+4i)\,z_1-(1-4i)\,z_2=1-57i.\end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v})=6\vec{e}_1+4\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A=\begin{pmatrix}-4&2\\9&-1\end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix}-3\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-29\\-19\end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}38\\22\end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u}=\begin{pmatrix}-1\\9\end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix}-4&12&-6\\-3&11&-6\\-6&24&-13\end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2,x_3)=-16x_1^2-40x_1x_2-8x_1x_3-16x_2^2+2x_2x_3+3x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_1x_2+8x_1x_3+10x_2^2+14x_2x_3+33x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2)=-17x_1^2+7x_2^2+18x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 077

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 8x^3 - 7x^2 + 8x + 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 6x^2 - x + 30$ и $x^3 - 9x^2 + 2x + 48$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(-4+6i)(-5+5i)}{-1+4i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$, $v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^4 \cdot \overline{v}^8$

5. Приведите число $z = -6$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 1 - i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1-2i)\,z_1 + (1-4i)\,z_2 = -17-21i, \\ (1+i)\,z_1 + (1+4i)\,z_2 = 19+14i\,. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -5\vec{e}_1 - \vec{e}_2$, $f(\vec{e}_2) = -4\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -24 \\ 15 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -55 \\ 33 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -7 & -6 & -12 \\ -6 & -2 & -8 \\ 9 & 6 & 14 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 8x_1x_2 - 12x_1x_3 - 16x_2x_3 + 8x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 8x_1x_2 + 6x_1x_3 - 32x_2^2 + 32x_2x_3 - 14x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 21x_1^2 + 29x_2^2 - 6x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 078

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + 2x^4 - 4x^3 - 8x^2 - 9x + 18$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 6x^2 + 5x + 12$ и $x^3 - 4x^2 - 4x + 16$.

3. Пусть $z_1 = -4 + i,\ z_2 = +6 - 2i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} - \overline{z_2}}{z_1 + z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^6}{v^3}$.

5. Приведите число $z = 3\sqrt{3} - 3i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -7 - 3i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (5+i)\,z_1 + (5-2i)\,z_2 = 48 + 11i, \\ (-5-i)\,z_1 + (-4+i)\,z_2 = -41 - 8i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = 6\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = 3\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -10 \\ -40 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 10 \\ 1 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -5 & -3 & -5 \\ 10 & 6 & 8 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 - 24x_1x_2 - 16x_1x_3 + 16x_2^2 + 18x_2x_3 + 5x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 12x_1x_2 - 12x_1x_3 - 13x_2^2 + 20x_2x_3 - 9x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -14x_1^2 + x_2^2 - 36x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 079

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 5x + 2$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 11x^2 + 26x + 16$ и $x^3 + 2x^2 - 16x - 32$.

3. Пусть $z_1 = -3 + 4i,\ z_2 = -1 + i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_2}}{z_1} + \dfrac{z_1}{\overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^7 \cdot v^5$.

5. Приведите число $z = -3 - 3\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 12x + 61 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^8 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (5+3i)\,z_1 + (3-4i)\,z_2 = -36 - 46i, \\ (5+2i)\,z_1 + (3-4i)\,z_2 = -40 - 41i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -7\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -6 & -1 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -66 \\ -30 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -18 \\ -20 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 8 & -16 & -14 \\ -5 & 11 & 10 \\ 11 & -23 & -21 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 18x_1x_2 + 6x_1x_3 - 10x_2^2 - 16x_2x_3 - 26x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 - 16x_1x_2 + 16x_1x_3 - 41x_2^2 + 12x_2x_3 - 21x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -14x_1^2 + x_2^2 + 36x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 080

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 7x^3 + 7x^2 + 7x - 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 5x^2 - 13x - 7$ и $x^3 + 9x^2 + 20x + 12$.

3. Пусть $z_1 = 1 - 2i,\ z_2 = -1 - i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{z_1} + \dfrac{z_1}{z_2}$.

4. Пусть $u = \left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^7}{v^2}$.

5. Приведите число $z = 2i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -7 - 6i$.

7. Решите уравнение $z^8 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(2+i)z_1 + (-2+i)z_2 = 18 - 12i, \\ -(2-4i)z_1 + (-1+5i)z_2 = -8 - 38i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -7 \\ -7 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 \\ -8 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -28 \\ -12 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 6 & -10 & 11 \\ 17 & -27 & 29 \\ 14 & -20 & 21 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 24x_1x_2 + 40x_1x_3 + 5x_2^2 - 42x_2x_3 + 16x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 + 10x_1x_2 - 20x_1x_3 - 17x_2^2 - 12x_2x_3 - 17x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 22x_1^2 + 17x_2^2 - 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 081

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 + x^4 - 6x^3 - 13x^2 - 13x - 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ и $x^3 + 7x^2 - 4x - 28$.

3. Пусть $z_1 = -3 - 4i$, $z_2 = -1 + i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{\overline{z_1}} - \dfrac{\overline{z_1}}{z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^5 \cdot v^6$.

5. Приведите число $z = 2$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -4 + i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (2+i)z_1 + (-2+2i)z_2 = -1+21i, \\ (-2-4i)z_1 + (5-i)z_2 = 22-32i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -1 & -8 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -17 \\ -4 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 16 \\ 5 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 6 & 16 & -12 \\ -2 & -6 & 3 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 15x_2^2 + 42x_2x_3 - 24x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 - 30x_1x_2 + 20x_1x_3 - 18x_2^2 + 6x_2x_3 - 14x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -6x_1^2 + 19x_2^2 + 60x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 082

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - x^3 - 10x^2 + 22x - 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 4x^2 - x + 4$ и $x^3 - 11x^2 + 35x - 25$.

3. Пусть $z_1 = 1 - 6i$, $z_2 = +3 + 4i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} - \overline{z_2}}{z_1 + z_2}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = u^3 \cdot \overline{v}^6$

5. Приведите число $z = 4 - 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 4 + 7i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (2+i)\,z_1 + (1-2i)\,z_2 = 2+i, \\ (1+3i)\,z_1 + (1-2i)\,z_2 = 3+14i\,. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -5 & -15 & 11 \\ 12 & 28 & -19 \\ 12 & 26 & -17 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 2x_1x_2 + 8x_1x_3 - 10x_2x_3 + 15x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 - 4x_1x_2 - 12x_1x_3 - 5x_2^2 - 18x_2x_3 - 34x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 7x_2^2 + 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 083

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 3x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 24x - 32$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - x^2 - 4x + 4$ и $x^3 - 5x^2 - 4x + 20$.

3. Пусть $z_1 = -1 - i,\ z_2 = 1 - 4i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_2}}{z_1} - \dfrac{z_1}{\overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^2 \cdot v^3$.

5. Приведите число $z = 4$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 10x + 50 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (4+3i)\,z_1 + (4+2i)\,z_2 = -1 + 12i, \\ (-1+i)\,z_1 + (-2+i)\,z_2 = -7 - 6i\,. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = -6\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -5 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ -25 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -21 \\ 8 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -7 & 4 & 16 \\ -4 & 3 & 8 \\ -4 & 2 & 9 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 10x_1x_2 - 8x_1x_3 + 9x_2^2 + 48x_2x_3 + 15x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 32x_1x_2 - 16x_1x_3 - 25x_2^2 - 8x_2x_3 - 36x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 31x_1^2 + 21x_2^2 + 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 084

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 8x - 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 5x^2 - 22x - 16$ и $x^3 + 10x^2 + 28x + 24$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(5-4i)(3+3i)}{3+4i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^7 \cdot v^6$.

5. Приведите число $z = 1 - \sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 14x + 50 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^3 = -125$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1-5i)\,z_1 + (-2-4i)\,z_2 = 27 + 47i, \\ -(1+i)\,z_1 + (-2-i)\,z_2 = 16 + 11i\,. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 0\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2$.

Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 18 \\ 0 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -12 \\ -2 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -7 \\ -2 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -3 & 6 & -8 \\ -6 & 10 & -12 \\ -2 & 3 & -3 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 16x_1x_2 - 12x_1x_3 + 12x_2^2 + 8x_2x_3 - 7x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 24x_1x_2 + 30x_1x_3 + 25x_2^2 - 22x_2x_3 + 50x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 29x_1^2 + 21x_2^2 - 6x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 085

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 + x^4 - 8x^3 + 3x^2 + 21x - 18$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 8x^2 + 21x - 18$ и $x^3 - 9x^2 + 11x + 21$.

3. Пусть $z_1 = -1 - i,\ z_2 = -3 - 4i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1}}{z_2} + \dfrac{z_2}{z_1}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^4 \cdot \overline{v}^5$

5. Приведите число $z = 8i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 8 - i$.

7. Решите уравнение $z^6 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(3+2i)\,z_1 + (5+3i)\,z_2 = 24+27i, \\ (2-i)\,z_1 + (-1+i)\,z_2 = -11+8i\,. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 9\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -36 \\ 51 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 30 \\ 17 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 10 & -6 & 3 \\ 16 & -10 & 4 \\ -12 & 6 & -5 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 4x_1x_2 + 6x_1x_3 - 20x_2^2 - 28x_2x_3 - 13x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 12x_1x_2 - 16x_1x_3 + 13x_2^2 - 28x_2x_3 + 33x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 11x_1^2 - x_2^2 + 16x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 086

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 5x - 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ и $x^3 + 5x^2 - 8x - 12$.

3. Пусть $z_1 = -1 + i,\ z_2 = 3 - 4i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} - \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^6 \cdot v^5$.

5. Приведите число $z = -6 + 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 8x + 32 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1-4i)\,z_1 + (2+i)\,z_2 = -36-14i, \\ (-5+3i)\,z_1 + (1-4i)\,z_2 = -2+59i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -6\vec{e}_1 - 8\vec{e}_2,$ если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -6 & -7 \end{pmatrix}.$

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ -33 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 8 \end{pmatrix}.$ Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -11 & 24 & 6 \\ -6 & 13 & 3 \\ 6 & -12 & -2 \end{pmatrix}.$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 + 20x_1x_2 - 8x_1x_3 - 29x_2^2 + 32x_2x_3 - 13x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 + 24x_1x_2 + 24x_1x_3 + 20x_2^2 + 44x_2x_3 + 21x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 19x_1^2 + 11x_2^2 - 6x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 087

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 - 2x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 18x + 9\,.$

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 2x^2 - 15x + 36$ и $x^3 + 6x^2 - 19x - 24\,.$

3. Пусть $z_1 = -1 + i,\ z_2 = -2 - i\,.$ Вычислите $\dfrac{z_2}{z_1} - \dfrac{z_1}{z_2}\,.$

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right).$ Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^3 \cdot v^8\,.$

5. Приведите число $z = -3\sqrt{3} + 3i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 6x + 13 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (2+i)\,z_1 - (3-3i)\,z_2 = -23+2i, \\ (2+2i)\,z_1 + (-5+3i)\,z_2 = -33-7i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -\vec{e}_1 - 6\vec{e}_2,$ если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -5 & 5 \end{pmatrix}.$

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 35 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -28 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 15 & 24 & 12 \\ -18 & -27 & -12 \\ 12 & 16 & 5 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 + 16x_1x_2 + 8x_1x_3 - 15x_2^2 - 12x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 8x_1x_2 - 4x_1x_3 - 17x_2^2 + 22x_2x_3 - 14x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 47x_1^2 - 13x_2^2 + 32x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 088

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 7x^3 + 4x^2 - 7x - 5$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 8x^2 + 19x - 12$ и $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(3-4i)(6+3i)}{6-i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^6}{v^3}$.

5. Приведите число $z = 4\sqrt{3} - 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 4 - 3i$.

7. Решите уравнение $z^3 = -125$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (4-i)\,z_1 + (-4-2i)\,z_2 = 17 + 30i, \\ (3-2i)\,z_1 - (5+i)\,z_2 = 30 + 19i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ -19 \end{pmatrix}$ и

$f\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -22 \\ 22 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -11 & 24 & 6 \\ -6 & 13 & 3 \\ -6 & 12 & 4 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 - 12x_1x_2 + 16x_1x_3 - 8x_2^2 + 16x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 5x_2^2 - 2x_2x_3 + 6x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = x_1^2 - 11x_2^2 + 16x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 089

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 3x^4 - 7x^3 + 19x^2 + 14x - 24$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 10x^2 + 23x - 14$ и $x^3 + 2x^2 - 7x + 4$.

3. Пусть $z_1 = 1 + i,\ z_2 = -1 - 4i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_2}}{z_1} + \dfrac{z_1}{\overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^3 \cdot v^4$.

5. Приведите число $z = 4$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 8 + i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(3-4i)\,z_1 + (2+3i)\,z_2 = 4 - 51i, \\ -(3+i)\,z_1 + (-1+2i)\,z_2 = 32 - 10i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -7 & 3 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 17 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -7 \\ 4 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 3 & -4 & -3 \\ -3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 + 6x_1x_2 + 6x_1x_3 - 3x_2^2 - 2x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 + 16x_1x_2 - 16x_1x_3 - 32x_2^2 + 8x_2x_3 - 34x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -6x_1^2 - 9x_2^2 + 4x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 090

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 14x - 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 2x^2 - 4x - 8$ и $x^3 - 4x^2 - 4x + 16$.

3. Пусть $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 2 + i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1}}{z_2} - \dfrac{z_2}{\overline{z_1}}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^8}{\overline{v}^5}$.

5. Приведите число $z = 1 - \sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 5 - 8i$.

7. Решите уравнение $z^6 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(4 - i)\,z_1 + (3 - 4i)\,z_2 = 5 + 62i, \\ -(2 + 2i)\,z_1 + (3 + i)\,z_2 = -38 + 20i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -\vec{e}_1 - 7\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -4 & -5 \\ -1 & -6 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ равно

$\begin{pmatrix} -14 \\ 50 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 19 \\ -57 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -10 & 5 & -9 \\ 14 & -7 & 12 \\ 22 & -10 & 19 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 + 18x_1x_2 - 24x_1x_3 + 5x_2^2 - 32x_2x_3 + 12x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 2x_1x_2 - 6x_1x_3 - 2x_2^2 - 4x_2x_3 - 14x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -23x_1^2 - 3x_2^2 - 48x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 091

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 6x - 4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$ и $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$.

3. Пусть $z_1 = 1 + i$, $z_2 = -2 + i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} + \dfrac{z_2}{z_1}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$, $v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^6}{\overline{v}^8}$.

5. Приведите число $z = -\sqrt{3} - i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -5 + 7i$.

7. Решите уравнение $z^3 = 27$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (5 - i)z_1 + (-2 - 2i)z_2 = 1 + 11i, \\ (4 + 2i)z_1 + (-1 - i)z_2 = -11 + 9i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 \\ 0 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 17 & -12 & 14 \\ 1 & -2 & 2 \\ -23 & 15 & -18 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 6x_1x_2 + 8x_1x_3 + 7x_2^2 + 0x_2x_3 - 7x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 8x_1x_2 - 20x_1x_3 + 29x_2^2 - 20x_2x_3 + 40x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -6x_1^2 + 19x_2^2 - 60x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 092

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 - 5x^4 + x^3 + 5x^2 + 22x + 24$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 8x^2 + x - 42$ и $x^3 - 7x + 6$.

3. Пусть $z_1 = -1 - i$, $z_2 = -1 - 4i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1}}{z_2} - \dfrac{z_2}{\overline{z_1}}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$, $v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^9 \cdot v^5$.

5. Приведите число $z = 2 - 2i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 2 - i$.

7. Решите уравнение $z^3 = -64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+2i)\,z_1 + (1-i)\,z_2 = 13 - 18i, \\ (-1+4i)\,z_1 + (4+i)\,z_2 = 42 + 2i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -8\vec{e}_1 + \vec{e}_2$, $f(\vec{e}_2) = 5\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 26 \\ -3 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} -27 & 18 & -12 \\ -24 & 15 & -12 \\ 16 & -12 & 5 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 24x_1x_2 - 24x_1x_3 + 15x_2^2 + 38x_2x_3 + 7x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 10x_1x_2 + 10x_1x_3 + 41x_2^2 + 90x_2x_3 + 51x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 28x_1^2 + 12x_2^2 - 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 093

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - x^3 - x^2 - 5x + 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ и $x^3 + 8x^2 + 19x + 12$.

3. Пусть $z_1 = -1 - i,\ z_2 = -1 + 2i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1}}{z_2} + \dfrac{z_2}{\overline{z_1}}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^9 \cdot v^8$.

5. Приведите число $z = -4\sqrt{3} + 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 12x + 85 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1-2i)\,z_1 + (-2+i)\,z_2 = 18 - 4i, \\ (2-2i)\,z_1 - (1-i)\,z_2 = 19 - 3i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -8 \\ 5 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 0 \\ -6 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -7 \\ -3 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -40 \\ 2 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 14 & 6 & -24 \\ -6 & -1 & 12 \\ 6 & 3 & -10 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 25x_1^2 - 10x_1x_2 - 10x_1x_3 + 2x_2^2 - 4x_2x_3 + 10x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 2x_1x_2 - 6x_1x_3 - 10x_2^2 + 12x_2x_3 - 14x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 30x_1^2 - 5x_2^2 - 120x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 094

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 2x^3 + x^2 - 4x + 4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + x^2 - 9x - 9$ и $x^3 - 2x^2 - 9x + 18$.

3. Пусть $z_1 = -1 + 2i,\ z_2 = 1 + i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{z_1} - \dfrac{z_1}{z_2}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^6 \cdot v^5$.

5. Приведите число $z = -1 - \sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 3 - 2i$.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (4+3i)\,z_1 + (3+5i)\,z_2 = -9 + 14i, \\ (2+2i)\,z_1 + (2+3i)\,z_2 = -3 + 12i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = 5\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -10 \\ 3 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -44 \\ 3 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} -3 & -2 & 3 \\ -8 & -3 & 6 \\ -12 & -6 & 10 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 32x_1x_2 + 24x_1x_3 + 17x_2^2 - 26x_2x_3 + 10x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 25x_1^2 - 10x_1x_2 + 10x_1x_3 + 5x_2^2 - 14x_2x_3 + 14x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 19x_1^2 - 6x_2^2 - 60x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 095

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + x^4 - 8x^3 - x^2 + 13x - 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 10x^2 + 23x - 14$ и $x^3 - x^2 - 4x + 4$.

3. Пусть $z_1 = -1 + 3i$, $z_2 = -2 - 4i$. Вычислите $\dfrac{z_1 - z_2}{\overline{z_1} + \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$, $v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^3 \cdot v^7$.

5. Приведите число $z = -4 + 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -4 + 7i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1 - 5i)\,z_1 + (2 + 3i)\,z_2 = 30 - 7i, \\ (2 + 3i)\,z_1 - (3 + i)\,z_2 = -13 + 18i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} -7 & -1 & -3 \\ -10 & -6 & -7 \\ 20 & 10 & 13 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 6x_1x_2 - 2x_1x_3 - 5x_2^2 + 22x_2x_3 + 15x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 - 16x_1x_2 + 8x_1x_3 - 13x_2^2 - 20x_2x_3 - 42x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 12x_1^2 + 28x_2^2 - 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 096

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 20x + 21$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 11x^2 + 26x + 16$ и $x^3 - 7x - 6$.

3. Пусть $z_1 = 2 - i,\ z_2 = 1 - i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} - \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^6 \cdot \overline{v}^3$

5. Приведите число $z = \sqrt{3} - i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -8 + i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(1+i)\,z_1 + (3-2i)\,z_2 = 8 - 25i, \\ (-3+3i)\,z_1 + (-4-5i)\,z_2 = -55 - 14i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45 \\ 24 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -21 \\ -7 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 10 & -29 & 11 \\ 6 & -19 & 8 \\ 6 & -22 & 11 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 - 10x_1x_2 - 10x_1x_3 + 3x_2^2 + 6x_2x_3 + 3x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 12x_1x_2 - 16x_1x_3 + 8x_2^2 - 16x_2x_3 + 9x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -29x_1^2 + 46x_2^2 + 40x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 097

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + 2x^4 - 10x^3 - 14x^2 - 15x + 36$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 7x^2 + 14x - 8$ и $x^3 - 8x^2 + 19x - 12$.

3. Пусть $z_1 = -1 + i,\ z_2 = 4 - i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_2}}{z_1} + \dfrac{z_1}{\overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = \left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^6}{v^3}$.

5. Приведите число $z = 4\sqrt{3} - 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 8x + 20 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3-2i)\,z_1 + (3+2i)\,z_2 = 7 + 30i, \\ (1-2i)\,z_1 + (2+i)\,z_2 = 9 + 12i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -3\vec{e}_1 - 9\vec{e}_2,$ если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 23 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ 18 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ 11 & 1 & -5 \\ 14 & -4 & -3 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму

$\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 6x_1x_2 + 6x_1x_3 + 8x_2^2 - 16x_2x_3 + 8x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 - 8x_1x_2 - 16x_1x_3 - 20x_2^2 - 40x_2x_3 - 41x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 17x_1^2 - 7x_2^2 - 18x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 098

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + x^3 - x^2 + 23x + 24$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 3x^2 - x + 3$ и $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$.

3. Пусть $z_1 = 8 + 3i$, $z_2 = -3 + 2i$. Вычислите $\dfrac{z_1 - \overline{z_2}}{\overline{z_1} + z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = u^3 \cdot \overline{v}^5$

5. Приведите число $z = -4 - 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 12x + 45 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1 + 2i)\,z_1 + (3 - 2i)\,z_2 = -18 + 27i, \\ (3 - 3i)\,z_1 - (4 - i)\,z_2 = 44 - 25i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 7\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -34 \\ -6 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -9 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 13 & -7 & 1 \\ 24 & -13 & 2 \\ -24 & 11 & -4 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 - 32x_1x_2 - 8x_1x_3 - 20x_2^2 - 24x_2x_3 - 17x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 6x_1x_2 - 6x_1x_3 - 13x_2^2 + 38x_2x_3 - 35x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не

знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 9x_1^2 + 6x_2^2 + 4x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 099

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 2x^4 - 11x^3 + 19x^2 + 18x - 9$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 4x^2 - 19x - 14$ и $x^3 + 4x^2 - 4x - 16$.

3. Пусть $z_1 = -4 + i,\ z_2 = -1 + i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1}}{z_2} + \dfrac{z_2}{z_1}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = u^6 \cdot \overline{v}^8$

5. Приведите число $z = 3 + 3\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 2x + 26 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+4i)\,z_1 + (2-4i)\,z_2 = 15 - 25i, \\ (-3-2i)\,z_1 + (3+4i)\,z_2 = 13 + 24i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -5 & -2 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -10 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 16 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -4 & -12 & 6 \\ -3 & -13 & 6 \\ -6 & -24 & 11 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 32x_1x_2 - 8x_1x_3 + 0x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 10x_1x_2 + 8x_1x_3 + 34x_2^2 - 58x_2x_3 + 26x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 18x_1^2 + 33x_2^2 - 8x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 100

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - x^4 - 2x^3 - x^2 + x + 2$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 3x^2 - 18x + 40$ и $x^3 + 8x^2 + 4x - 48$.

3. Пусть $z_1 = -1 - i$, $z_2 = -1 - 2i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1}}{z_2} + \dfrac{z_2}{z_1}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^8 \cdot \overline{v}^5$

5. Приведите число $z = 2\sqrt{3} - 2i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 4x + 40 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (2-i)z_1 + (3+2i)z_2 = 30 + 12i, \\ -(2+2i)z_1 + (-1-5i)z_2 = -7 - 41i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -6\vec{e}_1 + \vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -9 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 4 \\ 12 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 6 \\ 42 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -1 & -10 & -12 \\ -1 & 8 & 12 \\ -1 & -5 & -5 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 8x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2^2 - 12x_2x_3 + 17x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 - 16x_1x_2 - 8x_1x_3 - 17x_2^2 - 10x_2x_3 - 17x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 17x_1^2 - 7x_2^2 - 18x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 101

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + x^3 - 9x^2 - 5x + 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 9x^2 + 26x + 24$ и $x^3 + 11x^2 + 40x + 48$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(1+4i)(5-6i)}{1-2i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$, $v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^7 \cdot v^4$.

5. Приведите число $z = -1 - \sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 5 - 8i$.

7. Решите уравнение $z^8 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (2-i)z_1 + (1-i)z_2 = 18 - 3i, \\ (-4+3i)z_1 - (3-i)z_2 = -26 + 7i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -8 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -12 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 \\ 6 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 4 & 6 & 9 \\ 21 & 16 & 27 \\ -16 & -14 & -23 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 + 16x_1x_2 - 32x_1x_3 + 5x_2^2 - 20x_2x_3 + 20x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 - 18x_1x_2 + 18x_1x_3 - 25x_2^2 + 34x_2x_3 - 9x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 7x_2^2 + 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 102

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 7x^3 + 13x^2 - 5x - 2$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: x^3+x^2-x-1 и $x^3+x^2-26x+24$.

3. Пусть $z_1=2-4i,\ z_2=1+2i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1}+z_2}{z_1-\overline{z_2}}$.

4. Пусть $u=4\left(\cos\dfrac{\pi}{5}+i\sin\dfrac{\pi}{5}\right),\ v=\left(\cos\dfrac{\pi}{8}+i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z=\dfrac{u^3}{\overline{v}^2}$.

5. Приведите число $z=6$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z=6-7i$.

7. Решите уравнение $z^4=81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases}-(1-3i)\,z_1+(-2+4i)\,z_2=3+15i,\\ (1+3i)\,z_1+(2+5i)\,z_2=9+12i\,.\end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора $f,$ если известно, что $f(\vec{e}_1)=3\vec{e}_1+7\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2)=2\vec{e}_1-4\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix}-43\\37\end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w}=\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix}13\\-13\end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u}=\begin{pmatrix}-7\\-5\end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix}3&-7&-10\\2&-8&-14\\-1&5&9\end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2,x_3)=-9x_1^2-24x_1x_2-24x_1x_3-20x_2^2-16x_2x_3-32x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3)=4x_1^2-4x_1x_2+12x_1x_3-8x_2^2-30x_2x_3-23x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2)=29x_1^2+21x_2^2-6x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 103

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5-2x^4-8x^3-x^2+2x+8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3+x^2-24x+36$ и $x^3-10x^2+31x-30$.

3. Пусть $z_1 = -2+3i,\ z_2 = -1-i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{z_1} - \dfrac{z_1}{z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^6}{\overline{v}^3}$.

5. Приведите число $z = -6-6i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 10x + 34 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+4i)\,z_1 + (5-i)\,z_2 = 57+44i, \\ (3+2i)\,z_1 + (3-4i)\,z_2 = 67-5i\,. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = 6\vec{e}_1 - 9\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = -8\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ -41 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -6 & 6 & -8 \\ -6 & 7 & -12 \\ -2 & 3 & -6 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2,x_3) = -x_1^2 - 6x_1x_2 - 8x_1x_3 - 25x_2^2 - 56x_2x_3 - 32x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3) = x_1^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3 + 5x_2^2 - 10x_2x_3 + 14x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2) = -5x_1^2 + 30x_2^2 + 120x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 104

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + 7x^4 + 14x^3 + 11x^2 + 3x - 36$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 7x^2 + 4x - 12$ и $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(4-5i)(2+3i)}{1+2i}$ и представьте результат в виде $a+bi$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^9 \cdot \overline{v}^8$

5. Приведите число $z = -4$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 2x + 26 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (4+i)\,z_1 - (2-2i)\,z_2 = -7-3i, \\ (4+4i)\,z_1 - (4+i)\,z_2 = -9-16i\,. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = 4\vec{e}_1 - 5\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = -\vec{e}_1 - 6\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -4 \\ -20 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -4 \\ -26 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -9 & 12 & -16 \\ 12 & -19 & 24 \\ 12 & -18 & 23 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 16x_1x_2 + 4x_1x_3 + 7x_2^2 + 26x_2x_3 - 8x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 + 18x_1x_2 - 12x_1x_3 + 13x_2^2 - 24x_2x_3 + 38x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 17x_1^2 + 22x_2^2 - 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 105

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 6x^3 + 10x^2 + 2x - 3$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 2x^2 - 15x + 36$ и $x^3 - 5x^2 + 3x + 9$.

3. Пусть $z_1 = -1 - i,\ z_2 = -1 - 2i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} + \dfrac{z_2}{z_1}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^7 \cdot v^3$.

5. Приведите число $z = -6 + 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 7 - 8i$.

7. Решите уравнение $z^6 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1-2i)\,z_1 + (-2+2i)\,z_2 = 5+24i, \\ (2-2i)\,z_1 - (1-3i)\,z_2 = 5+27i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -3\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -7 \\ -3 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -50 \\ 20 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 20 \\ -10 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -5 & 10 & -8 \\ 7 & -8 & 8 \\ 9 & -15 & 13 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 - 16x_1x_2 + 24x_1x_3 + 5x_2^2 + 30x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 6x_1x_2 + 12x_1x_3 - 5x_2^2 - 16x_2x_3 - 17x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 7x_1^2 - 2x_2^2 - 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 106

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + 5x^4 - x^3 - 21x^2 - 12x + 4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + x^2 - 16x - 16$ и $x^3 + 3x^2 - 22x - 24$.

3. Пусть $z_1 = -1 + i,\ z_2 = 3 + 2i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} - \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^3}{v^5}$.

5. Приведите число $z = -4\sqrt{3} - 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 10x + 50 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^3 = -216$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+i)z_1 + (1-i)z_2 = -12 + 12i, \\ (-1+2i)z_1 - (1-3i)z_2 = -13 - 28i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = -5\vec{e}_1 + 7\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1, \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -27 \\ -29 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 29 \\ 11 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -2 & 7 & 6 \\ -4 & 9 & 6 \\ 3 & -5 & -2 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 24x_1x_2 + 40x_1x_3 - 34x_2^2 - 60x_2x_3 - 34x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 24x_1x_2 - 24x_1x_3 - 17x_2^2 + 36x_2x_3 - 29x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 6x_1^2 + 9x_2^2 + 4x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 107

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 8x^3 + 10x^2 - 16x - 3$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 4x^2 + x + 6$ и $x^3 - 2x^2 - x + 2$.

3. Пусть $z_1 = 4 - 9i$, $z_2 = -1 - 7i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} - z_2}{z_1 + \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^9 \cdot v^3$.

5. Приведите число $z = 2 + 2\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 1 - 8i$.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-3-2i)\,z_1 + (-2+4i)\,z_2 = 5-33i, \\ (3+2i)\,z_1 + (2-5i)\,z_2 = -6+34i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -9 \\ 3 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -9 & 2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 26 \\ 11 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -14 & 3 & 6 \\ -12 & 1 & 6 \\ -24 & 6 & 10 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 6x_1x_2 - 8x_1x_3 + 8x_2^2 - 16x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 12x_1x_2 - 18x_1x_3 - 29x_2^2 - 18x_2x_3 - 27x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 18x_1^2 + 33x_2^2 - 8x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 108

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + 5x^4 - 2x^3 - 23x^2 + 7x + 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 37x - 84$ и $x^3 + 5x^2 - 2x - 24$.

3. Пусть $z_1 = 1-4i,\ z_2 = 3-9i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} + \overline{z_2}}{z_1 - z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^8 \cdot v^7$.

5. Приведите число $z = -6i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 14x + 65 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3-i)z_1 + (5-i)z_2 = 18+2i, \\ (1+2i)z_1 + (-1+3i)z_2 = -9+2i\,. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 9\vec{e}_1 + 9\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -4 & -5 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ 2 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -5 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 10 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -1 & -6 & 12 \\ -6 & -10 & 24 \\ -3 & -6 & 14 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2,x_3) = -16x_1^2 - 32x_1x_2 + 32x_1x_3 - 41x_2^2 + 22x_2x_3 - 17x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3) = x_1^2 - 6x_1x_2 - 4x_1x_3 + 18x_2^2 - 12x_2x_3 + 36x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2) = 17x_1^2 + 22x_2^2 - 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 109

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 2x^4 - 8x^3 + 20x^2 - 5x - 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 10x^2 + 32x + 32$ и $x^3 + 7x^2 + 4x - 12$.

3. Пусть $z_1 = -3+2i,\ z_2 = +6-2i$. Вычислите $\dfrac{z_1 - \overline{z_2}}{\overline{z_1} + z_2}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right),\ v = \left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^9}{v^7}$.

5. Приведите число $z = 2i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 6x + 13 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^3 = -64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(2+i)\,z_1 - (2+i)\,z_2 = 25 - 10i, \\ (4+i)\,z_1 + (4+3i)\,z_2 = -45 + 18i\,. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = -10\vec{e}_1 + \vec{e}_2$.

Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -5 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -29 \\ -37 \end{pmatrix}$ и

$f\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 12 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 8 & 7 & 24 \\ 10 & 5 & 24 \\ -5 & -3 & -13 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 20x_1x_2 - 16x_1x_3 + 26x_2^2 - 30x_2x_3 + 41x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 8x_1x_2 - 16x_1x_3 + 8x_2^2 - 24x_2x_3 + 24x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -13x_1^2 - 7x_2^2 - 8x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 110

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 5x^4 + x^3 + 17x^2 - 2x - 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 11x^2 + 24x - 36$ и $x^3 - x^2 - 4x + 4$.

3. Пусть $z_1 = 2 + i,\ z_2 = -4 + 6i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} - z_2}{z_1 + \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^3 \cdot v^4$.

5. Приведите число $z = -3\sqrt{3} - 3i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 8x + 65 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1-2i)\,z_1 + (4+3i)\,z_2 = 18 + 18i, \\ (1-2i)\,z_1 + (2+3i)\,z_2 = 4 + 20i\,. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = 2\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = 9\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -42 \\ 17 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 31 \\ -13 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 7 & 8 & 4 \\ -17 & -19 & -9 \\ 26 & 28 & 13 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 8x_1x_2 - 8x_1x_3 + 25x_2^2 - 56x_2x_3 + 32x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 25x_1^2 - 20x_1x_2 + 10x_1x_3 + 29x_2^2 - 44x_2x_3 + 26x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 23x_1^2 + 3x_2^2 + 48x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 111

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 2x^4 - 8x^3 + 7x^2 + 16x + 4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 11x^2 + 34x + 24$ и $x^3 - 21x - 20$.

3. Пусть $z_1 = -1 - i,\ z_2 = 2 + 3i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1}}{z_2} + \dfrac{z_2}{\overline{z_1}}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^7 \cdot \overline{v}^4$

5. Приведите число $z = -2 - 2\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -2 - 7i$.

7. Решите уравнение $z^3 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (4 - i)\,z_1 + (-5 - i)\,z_2 = 36 - 39i, \\ -(2 - i)\,z_1 + (2 - i)\,z_2 = -5 + 25i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 7\vec{e}_1 - 6\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=\begin{pmatrix}1\\-6\end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix}15\\13\end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w}=\begin{pmatrix}-3\\-5\end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix}1\\7\end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix}8&-11&-12\\10&-15&-16\\-5&7&7\end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1,x_2,x_3)=4x_1^2+12x_1x_2+16x_1x_3+5x_2^2+8x_2x_3+0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма
$\Phi(x_1,x_2,x_3)=-16x_1^2+40x_1x_2-16x_1x_3-41x_2^2+44x_2x_3-22x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2)=10x_1^2-5x_2^2+20x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 112

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4+7x^3+12x^2+2x-4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3-8x^2-16x+128$ и $x^3+6x^2-16x-96$.

3. Пусть $z_1=-1+4i,\ z_2=-3+i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1}+\overline{z_2}}{z_1-z_2}$.

4. Пусть $u=3\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right),\ v=2\left(\cos\frac{\pi}{8}+i\sin\frac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z=\dfrac{\overline{u}^3}{v^7}$.

5. Приведите число $z=-2\sqrt{3}+2i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z=-4+9i$.

7. Решите уравнение $z^4=16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases}(1-2i)z_1+(-2+i)z_2=14-24i,\\(-2+4i)z_1+(4-5i)z_2=-13+57i.\end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v})=-2\vec{e}_1-2\vec{e}_2$.
Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A=\begin{pmatrix}-9&-4\\-7&-3\end{pmatrix}$.
Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 9 \\ 9 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -9 \\ 9 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -11 & -9 & -6 \\ 12 & 10 & 6 \\ 8 & 6 & 5 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 - 40x_1x_2 + 20x_1x_3 - 20x_2^2 + 32x_2x_3 - 20x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 8x_1x_2 + 16x_1x_3 - 10x_2^2 - 16x_2x_3 - 33x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -29x_1^2 + 46x_2^2 + 40x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 113

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 + 2x^4 - 10x^3 - 14x^2 - 15x + 36$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 8x^2 + 17x - 10$ и $x^3 - 2x^2 - 4x + 8$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(4+4i)(-3+5i)}{6-i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^2}{\overline{v}^4}$.

5. Приведите число $z = 4 - 4\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 5 - 2i$.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (5+3i)z_1 + (1-3i)z_2 = 26 - 32i, \\ (-2-3i)z_1 + (-1+3i)z_2 = -20 + 17i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 5\vec{e}_1 - 9\vec{e}_2$.
Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ -11 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 3 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 38 \\ 34 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 10 & 6 & -24 \\ 6 & 1 & -12 \\ 6 & 3 & -14 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 18x_1x_2 + 18x_1x_3 - 42x_2x_3 - 7x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 - 24x_1x_2 - 6x_1x_3 - 17x_2^2 - 14x_2x_3 - 19x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 28x_1^2 + 12x_2^2 - 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 114

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 7x^3 + 3x^2 - 13x + 2$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 4x^2 - 9x - 36$ и $x^3 - 4x^2 - 11x + 30$.

3. Пусть $z_1 = 1 + i,\ z_2 = -3 + 2i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_2}}{z_1} + \dfrac{z_1}{\overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^4 \cdot v^5$.

5. Приведите число $z = -4\sqrt{3} - 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 9 - i$.

7. Решите уравнение $z^8 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+i)\,z_1 + (1+i)\,z_2 = -6 - 10i, \\ -(5+2i)\,z_1 + (-1-i)\,z_2 = 14 + 29i\,. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = -10\vec{e}_1 - 7\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$.

Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-11\\10\end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix}-7\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-19\\17\end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u}=\begin{pmatrix}5\\-1\end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix}-13 & 2 & 6\\-10 & -1 & 6\\-23 & 5 & 10\end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2,x_3)=\ -4x_1^2-20x_1x_2+12x_1x_3-26x_2^2+36x_2x_3-18x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3)=9x_1^2+6x_1x_2+30x_1x_3+5x_2^2-10x_2x_3+59x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2)=19x_1^2+11x_2^2+6x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 115

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5-6x^4+6x^3+13x^2-22x+8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3+2x^2-16x-32$ и $x^3+5x^2-22x-56$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(\,-4+5i)(\,-1+4i)}{-1+3i}$ и представьте результат в виде $a+bi$.

4. Пусть $u=3\left(\cos\dfrac{\pi}{7}+i\sin\dfrac{\pi}{7}\right),\ v=\left(\cos\dfrac{\pi}{8}+i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z=\dfrac{\overline{u}^5}{v^3}$.

5. Приведите число $z=8i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2-10x+61=0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6=1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases}(4-5i)\,z_1+(3+3i)\,z_2=47+26i,\\-(4+5i)\,z_1+(4-3i)\,z_2=34-44i\,.\end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=9\vec{e}_1+\vec{e}_2,$ если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -5 & -1 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -8 \\ -42 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -8 \\ -34 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 4 & -11 & -5 \\ 2 & -7 & -4 \\ -4 & 16 & 9 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 18x_1x_2 - 6x_1x_3 + 10x_2^2 - 2x_2x_3 + 17x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 + 40x_1x_2 + 30x_1x_3 - 25x_2^2 - 36x_2x_3 - 17x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 11x_1^2 + 14x_2^2 + 4x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 116

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^4 - 5x^3 + 11x^2 - 19x + 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 5x^2 - 17x + 21$ и $x^3 + 6x^2 + 5x - 12$.

3. Пусть $z_1 = 7 + 6i,\ z_2 = 4 + 7i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} + \overline{z_2}}{z_1 - z_2}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^4}{v^3}$.

5. Приведите число $z = -8 - 8i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 8x + 65 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-3 - i)\,z_1 + (-2 - 4i)\,z_2 = -39 - 23i, \\ (3 - 3i)\,z_1 + (5 + i)\,z_2 = 50 - 22i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 5\vec{e}_1 - 10\vec{e}_2$.
Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -7 & -3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -33 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -12 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -10 & -3 & 6 \\ 12 & 5 & -6 \\ -16 & -4 & 10 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 2x_1x_2 - 4x_1x_3 - 5x_2^2 + 0x_2x_3 - 5x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 8x_1x_2 + 6x_1x_3 - 17x_2^2 + 22x_2x_3 - 26x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 7x_1^2 - 2x_2^2 - 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 117

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + 5x^4 + x^3 - 5x^2 + 22x - 24$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 8x^2 + 4x - 48$ и $x^3 - 6x^2 - 24x + 64$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(-2+6i)(6+4i)}{4-2i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^7}{v^6}$.

5. Приведите число $z = 2\sqrt{3} - 2i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -3 + 2i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(3-2i)\,z_1 + (-4-i)\,z_2 = 3 - 8i, \\ (-1+5i)\,z_1 - (4-5i)\,z_2 = -4 - 14i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что

$f(\vec{e}_1) = -8\vec{e}_1 + 9\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -11 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 9 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 \\ 48 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 16 & 27 & -7 \\ -6 & -10 & 3 \\ 10 & 18 & -3 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 8x_1x_2 - 8x_1x_3 + 29x_2^2 + 58x_2x_3 + 29x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 6x_1x_2 + 2x_1x_3 - 13x_2^2 - 10x_2x_3 - 27x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -3x_1^2 - 23x_2^2 - 48x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 118

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 8x^3 + 12x^2 - 16x - 21$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 2x^2 - 19x + 20$ и $x^3 + 5x^2 + 2x - 8$.

3. Пусть $z_1 = 9 - 7i,\ z_2 = 8 - 9i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} + \overline{z_2}}{z_1 - z_2}$.

4. Пусть $u = \left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^9}{\overline{v}^4}$.

5. Приведите число $z = 2$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 4x + 40 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1 + 2i)\,z_1 + (1 + i)\,z_2 = 8 - 4i, \\ (5 + 3i)\,z_1 + (1 - 3i)\,z_2 = -25 - 15i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 6\vec{e}_1 - 6\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -9 & -3 \end{pmatrix}$.

Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 14 & 4 & -23 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 16x_1x_2 - 8x_1x_3 - 5x_2^2 + 14x_2x_3 - 26x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 + 12x_1x_2 + 8x_1x_3 - 10x_2^2 - 16x_2x_3 - 17x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -35x_1^2 - 50x_2^2 + 8x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 119

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 + 8x^4 + 5x^3 - 20x^2 - 6x + 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 13x^2 + 44x + 32$ и $x^3 - 4x^2 - 19x - 14$.

3. Пусть $z_1 = 4 + 3i,\ z_2 = 1 + i$. Вычислите $\frac{z_2}{z_1} - \frac{z_1}{z_2}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right),\ v = 3\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^5 \cdot v^8$.

5. Приведите число $z = -4 + 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -5 - 4i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (4 + 5i)\,z_1 + (-2 - 2i)\,z_2 = -4 - 19i, \\ -(4 + 3i)\,z_1 + (1 + 2i)\,z_2 = 4 + 18i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = -6\vec{e}_1 - 8\vec{e}_2$.

Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=\begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix}38\\-25\end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w}=\begin{pmatrix}5\\9\end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix}-79\\47\end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix}7 & -4 & -16\\5 & -4 & -9\\4 & -2 & -9\end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2,x_3)=-9x_1^2-18x_1x_2-12x_1x_3+7x_2^2+20x_2x_3+12x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3)=16x_1^2-16x_1x_2-24x_1x_3+8x_2^2+8x_2x_3+14x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2)=17x_1^2-7x_2^2-18x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 120

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4-3x^3+3x^2+3x-4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3-9x^2+15x-7$ и $x^3+4x^2-11x+6$.

3. Пусть $z_1=1-i,\ z_2=1-4i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1}}{z_2}+\dfrac{z_2}{z_1}$.

4. Пусть $u=4\left(\cos\dfrac{\pi}{7}+i\sin\dfrac{\pi}{7}\right),\ v=3\left(\cos\dfrac{\pi}{5}+i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z=\overline{u}^4\cdot\overline{v}^6$

5. Приведите число $z=-1+\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2+14x+50=0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^3=-125$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases}(-3+5i)\,z_1-(4+i)\,z_2=27+30i,\\-(1+i)\,z_1+(1-i)\,z_2=-10+6i.\end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=\begin{pmatrix}4\\-6\end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A=\begin{pmatrix}-6 & -8\\-2 & -4\end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}12\\36\end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix}-7\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}26\\58\end{pmatrix}$.

Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 10 & -5 & -9 \\ -14 & 7 & 12 \\ 22 & -10 & -19 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 12x_1x_2 - 12x_1x_3 + 18x_2^2 + 48x_2x_3 + 34x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 4x_1x_2 - 12x_1x_3 + 26x_2^2 - 14x_2x_3 + 22x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 6x_1^2 + 9x_2^2 + 4x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 121

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 9x^3 + 13x^2 - 17x - 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 3x + 2$ и $x^3 + 8x^2 + 5x - 14$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(-3+i)(3-4i)}{2+5i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$, $v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^6}{\overline{v}^5}$.

5. Приведите число $z = 8 - 8i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 1 + 8i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-4-5i)z_1 + (5+4i)z_2 = 24 + 34i, \\ (3-i)z_1 - (2-i)z_2 = -19 + 2i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = 5\vec{e}_1 + \vec{e}_2$, $f(\vec{e}_2) = 2\vec{e}_1 + 7\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 \\ 43 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -6 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 31 \\ 67 \end{pmatrix}$.
Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 14 & -24 & -6 \\ 6 & -10 & -3 \\ 6 & -12 & -1 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 - 12x_1x_2 + 6x_1x_3 - 5x_2^2 - 2x_2x_3 - 10x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 - 40x_1x_2 + 24x_1x_3 - 41x_2^2 + 38x_2x_3 - 19x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -35x_1^2 - 30x_2^2 - 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 122

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 6x^4 + 9x^3 - 8x^2 + 20x - 16$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 9x^2 + 26x + 24$ и $x^3 + 8x^2 + 9x - 18$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(1-2i)(1+i)}{-2+3i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^3}{\overline{v}^4}$.

5. Приведите число $z = 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 10x + 50 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1+4i)\,z_1 - (2+2i)\,z_2 = -12 - 21i, \\ (1-4i)\,z_1 + (2+3i)\,z_2 = 18 + 26i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 9 \\ -9 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -8 \\ 16 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -24 \\ -12 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 9 & -8 & 14 \\ 3 & -5 & 1 \\ -6 & 4 & -11 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 - 12x_1x_2 + 12x_1x_3 + 7x_2^2 - 6x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 - 50x_1x_2 - 20x_1x_3 - 41x_2^2 - 12x_2x_3 - 21x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -25x_1^2 + 15x_2^2 - 30x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 123

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 6x^4 + 11x^3 - 3x^2 - 12x + 9$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 10x^2 + 13x - 24$ и $x^3 + 2x^2 - 9x - 18$.

3. Пусть $z_1 = -1 + 4i$, $z_2 = -1 - i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{\overline{z_1}} - \dfrac{\overline{z_1}}{z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$, $v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^2}{\overline{v}^3}$.

5. Приведите число $z = -3\sqrt{3} + 3i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 9 + 8i$.

7. Решите уравнение $z^3 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+i)\,z_1 + (-4-i)\,z_2 = 7 + 22i, \\ (1+2i)\,z_1 - (2+3i)\,z_2 = -16 + 20i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ -7 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 5 & -5 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 16 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 17 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 13 & -6 & -3 \\ 16 & -7 & -4 \\ 12 & -6 & -2 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2,x_3) = -4x_1^2 - 12x_1x_2 - 4x_1x_3 - 13x_2^2 + 10x_2x_3 - 17x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3) = 9x_1^2 + 6x_1x_2 + 24x_1x_3 + 5x_2^2 + 12x_2x_3 + 42x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2) = 29x_1^2 + 21x_2^2 + 6x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 124

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + 6x^4 - 9x^3 - 5x^2 + 8x - 1$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 7x^2 - 4x + 28$ и $x^3 - 5x^2 - 4x + 20$.

3. Пусть $z_1 = -4 - 6i,\ z_2 = +8 - 7i$. Вычислите $\dfrac{z_1 - \overline{z_2}}{\overline{z_1} + z_2}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^4}{\overline{v}^3}$.

5. Приведите число $z = 3\sqrt{3} - 3i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 12x + 52 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3+4i)\,z_1 + (-2-2i)\,z_2 = 28 + 9i, \\ (3+4i)\,z_1 + (-3-i)\,z_2 = 32 + 11i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = -3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -1 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -22 \\ 25 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -9 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 11 & -6 & 3 \\ 24 & -13 & 6 \\ -12 & 6 & -4 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 - 18x_1x_2 + 24x_1x_3 - 10x_2^2 + 18x_2x_3 - 25x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 32x_1x_2 + 32x_1x_3 + 32x_2^2 - 56x_2x_3 + 41x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 11x_1^2 + 19x_2^2 + 6x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 125

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + 5x^4 + x^3 - 21x^2 - 10x + 24$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 5x^2 - 12x - 36$ и $x^3 + 3x^2 - 10x - 24$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(5+3i)(-5+2i)}{-2+i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^8 \cdot v^2$.

5. Приведите число $z = -6 - 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 2x + 37 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+4i)\,z_1 + (4-2i)\,z_2 = -27 + 3i, \\ -(1-4i)\,z_1 + (5-i)\,z_2 = -34 - 6i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 6\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ -5 & -6 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -3 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -45 \\ 9 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -20 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} -25 & 21 & -15 \\ -18 & 15 & -11 \\ 18 & -16 & 10 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 24x_1x_2 - 8x_1x_3 + 25x_2^2 + 46x_2x_3 + 26x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 + 16x_1x_2 - 12x_1x_3 - 25x_2^2 + 54x_2x_3 - 38x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 9x_1^2 + 6x_2^2 + 4x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 126

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 5x^4 - 2x^3 + 23x^2 + 7x - 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 8x^2 - 9x - 72$ и $x^3 - 3x^2 - 9x + 27$.

3. Пусть $z_1 = 3 - 2i,\ z_2 = 1 - i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} + \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^2 \cdot \overline{v}^7$

5. Приведите число $z = -2\sqrt{3} - 2i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 5 + 2i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(1-4i)\,z_1 - (3-2i)\,z_2 = 17 + 19i, \\ (-2-i)\,z_1 + (-2-i)\,z_2 = -7 + 9i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -\vec{e}_1 - 7\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = 8\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 14 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -11 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} -13 & -19 & -5 \\ 4 & 5 & 2 \\ 8 & 14 & 1 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму

$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 - 12x_1x_2 - 12x_1x_3 + 5x_2^2 - 2x_2x_3 - 3x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 6x_1x_2 + 10x_1x_3 - 18x_2^2 + 48x_2x_3 - 38x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -29x_1^2 + 46x_2^2 + 40x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 127

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + 8x^4 + 13x^3 - 16x^2 - 14x + 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 9x^2 + 2x - 48$ и $x^3 - x^2 - 8x + 12$.

3. Пусть $z_1 = 1 - i$, $z_2 = -2 - i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{\overline{z_1}} + \dfrac{\overline{z_1}}{z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$, $v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^5}{v^3}$.

5. Приведите число $z = 6 - 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 6x + 10 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^8 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (2+i)\,z_1 + (2-i)\,z_2 = -14 - 4i, \\ (3+4i)\,z_1 + (2+i)\,z_2 = -6 - 18i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 2\vec{e}_1 + 10\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -6 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -43 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 2 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 51 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 14 & -6 & 3 \\ 24 & -10 & 6 \\ -12 & 6 & -1 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 25x_1^2 + 10x_1x_2 + 30x_1x_3 - 3x_2^2 + 22x_2x_3 - 7x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная

квадратичная форма
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 + 30x_1x_2 + 20x_1x_3 - 18x_2^2 + 18x_2x_3 - 33x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 46x_1^2 - 29x_2^2 - 40x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 128

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - x^4 - 9x^3 - 13x^2 - 2x + 24$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 2x^2 - 13x - 10$ и $x^3 + 9x^2 + 20x + 12$.

3. Пусть $z_1 = 7 - 6i$, $z_2 = -2 + 4i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} - \overline{z_2}}{z_1 + z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^7 \cdot v^4$.

5. Приведите число $z = 6$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 14x + 98 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1 + 4i)\,z_1 + (4 + 2i)\,z_2 = -37 + 15i, \\ (-4 + 2i)\,z_1 + (2 + 5i)\,z_2 = -41 - 18i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$, $f(\vec{e}_2) = \vec{e}_1 - 8\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 8 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 26 & -21 & -15 \\ 18 & -14 & -11 \\ 18 & -16 & -9 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 + 24x_1x_2 + 24x_1x_3 + 18x_2^2 + 24x_2x_3 + 10x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 12x_1x_2 - 8x_1x_3 - 30x_2x_3 - 21x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -14x_1^2 + x_2^2 + 36x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 129

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - x^4 - 9x^3 + 11x^2 + 4x - 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 6x^2 - 19x + 24$ и $x^3 + 8x^2 + 9x - 18$.

3. Пусть $z_1 = 2 - 2i,\ z_2 = -5 + i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} - \overline{z_2}}{z_1 + z_2}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = u^4 \cdot \overline{v}^3$

5. Приведите число $z = 3\sqrt{3} + 3i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 2x + 2 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-4 + i)z_1 + (1 + 2i)z_2 = -26 + 30i, \\ (1 + i)z_1 + (1 - 2i)z_2 = 19 + 8i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -32 \\ -31 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 18 \\ 19 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -6 \\ -5 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 6 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \\ -2 & 6 & 7 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 16x_1x_2 + 16x_1x_3 - 3x_2^2 - 10x_2x_3 - 3x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 16x_1x_2 + 16x_1x_3 + 5x_2^2 - 2x_2x_3 - 7x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -21x_1^2 - 31x_2^2 + 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 130

1. Найдите целые действительные корни многочлена

$x^5 + 6x^4 - 14x^3 - 12x^2 + 13x + 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 13x^2 + 51x + 63$ и $x^3 + 7x^2 + 15x + 9$.

3. Пусть $z_1 = 9 - i$, $z_2 = 8 + i$. Вычислите $\dfrac{z_1 + z_2}{\overline{z_1} - \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^2 \cdot \overline{v}^7$

5. Приведите число $z = 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 8x + 65 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^8 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+4i)\,z_1 + (5+2i)\,z_2 = -7-9i, \\ (-2-3i)\,z_1 + (-5-2i)\,z_2 = 6+2i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -8 & -4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -7 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -31 \\ -33 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 \\ 17 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -11 & -6 & 24 \\ 6 & 4 & -12 \\ -6 & -3 & 13 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 18x_1x_2 - 24x_1x_3 + 42x_2x_3 - 7x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 - 24x_1x_2 - 18x_1x_3 - 20x_2^2 - 16x_2x_3 - 17x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -21x_1^2 - 29x_2^2 + 6x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 131

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + 4x^4 - 5x^3 - 24x^2 + 8x + 24$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 3x + 2$ и

$x^3 + 2x^2 - 4x - 8$.

3. Пусть $z_1 = -4 + 3i,\ z_2 = -1 - i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{\overline{z_1}} - \dfrac{\overline{z_1}}{z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = u^2 \cdot \overline{v}^9$

5. Приведите число $z = 2i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 8x + 25 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (2+i)\,z_1 + (-3-2i)\,z_2 = 17 + 15i, \\ -(1+4i)\,z_1 + (2+5i)\,z_2 = 3 - 35i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -2\vec{e}_1 - 7\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = 6\vec{e}_1 + \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 20 \\ -13 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 12 \\ -8 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 13 & -6 & 3 \\ 24 & -11 & 6 \\ 12 & -6 & 4 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 + 16x_1x_2 - 4x_1x_3 - 20x_2^2 - 8x_2x_3 - 17x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 - 6x_1x_2 - 18x_1x_3 - 16x_2x_3 + 0x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 34x_1^2 + 41x_2^2 + 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 132

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 + 5x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 3x + 1$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 11x^2 + 31x - 21$ и $x^3 - 5x^2 + 7x - 3$.

3. Пусть $z_1 = -2 - i,\ z_2 = 1 + i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} - \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\frac{\pi}{7} + i\sin\frac{\pi}{7}\right)$, $v = 4\left(\cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^8 \cdot v^5$.

5. Приведите число $z = -3\sqrt{3} - 3i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 8x + 25 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^8 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-4 - i)\,z_1 + (-5 + 4i)\,z_2 = -10 - 2i, \\ (3 - 2i)\,z_1 + (1 - 5i)\,z_2 = 8 - i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 9 \\ -6 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -7 & 4 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 \\ 23 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -17 \\ -24 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 6 & -12 & 16 \\ 2 & -5 & 4 \\ -2 & 3 & -6 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 + 18x_1x_2 + 12x_1x_3 + 13x_2^2 + 0x_2x_3 + 13x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 + 8x_1x_2 + 8x_1x_3 - 13x_2^2 + 16x_2x_3 - 24x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 31x_1^2 + 21x_2^2 + 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 133

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 6x^3 - 5x^2 - 18x - 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 3x + 2$ и $x^3 - x^2 - 4x + 4$.

3. Пусть $z_1 = 4 - 2i$, $z_2 = 9 - i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} + z_2}{z_1 - \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^5}{\overline{v}^2}$.

5. Приведите число $z = 4 - 4\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 4 + i$.

7. Решите уравнение $z^3 = -27$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(4 - i)\,z_1 + (-3 - i)\,z_2 = 7 - 4i, \\ (3 + 5i)\,z_1 - (1 - 3i)\,z_2 = -8 - 4i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = 4\vec{e}_1 + \vec{e}_2$, $f(\vec{e}_2) = -5\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 2 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 \\ 3 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -13 & 6 & -3 \\ -24 & 11 & -6 \\ 12 & -6 & 2 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 4x_1x_2 - 6x_1x_3 - 12x_2^2 - 4x_2x_3 + 5x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 5x_2^2 - 6x_2x_3 - 6x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 19x_1^2 + 11x_2^2 + 6x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 134

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + 8x^4 + 10x^3 - 10x^2 - 11x + 2$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 9x^2 + 26x + 24$ и $x^3 - 3x^2 - 13x + 15$.

3. Пусть $z_1 = -1 - i$, $z_2 = -1 + 4i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$, $v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^8 \cdot \overline{v}^5$

5. Приведите число $z = 4\sqrt{3} - 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 8 - 7i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+i)\,z_1 - (3+3i)\,z_2 = 22 - 10i, \\ (2-2i)\,z_1 + (-4+3i)\,z_2 = -13 - 22i\,. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = -\vec{e}_1 - 7\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -1 \\ 44 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -10 \\ -41 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 14 & -6 & -24 \\ 6 & -1 & -12 \\ 6 & -3 & -10 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 25x_1^2 + 30x_1x_2 + 50x_1x_3 - 7x_2^2 + 22x_2x_3 + 24x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 - 4x_1x_2 - 8x_1x_3 - 2x_2^2 - 10x_2x_3 - 14x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -13x_1^2 + 47x_2^2 + 32x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 135

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 14x - 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 4x^2 - 3x + 18$ и $x^3 + 4x^2 - 29x + 24$.

3. Пусть $z_1 = 4 + 3i,\ z_2 = -1 - i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{z_1} - \dfrac{z_1}{z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^5 \cdot v^7$.

5. Приведите число $z = -8 + 8i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2+8x+17=0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4=-1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(1-3i)\,z_1+(-1-5i)\,z_2=6-16i, \\ (3-i)\,z_1-(1-4i)\,z_2=-10+15i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=4\vec{e}_1-\vec{e}_2,$ если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A=\begin{pmatrix} -4 & -8 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 14 \\ -18 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -24 \\ 24 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 2 \\ -16 & -12 & -9 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2,x_3)=-x_1^2+2x_1x_2+2x_1x_3+15x_2^2+22x_2x_3+8x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3)=-4x_1^2+4x_1x_2-16x_1x_3-10x_2^2+38x_2x_3-57x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2)=-2x_1^2+7x_2^2+12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 136

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4+5x^3-5x^2-15x-6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3+8x^2+19x+12$ и $x^3-37x-84$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(4+3i)(-1+5i)}{2-3i}$ и представьте результат в виде $a+bi$.

4. Пусть $u=2\left(\cos\dfrac{\pi}{9}+i\sin\dfrac{\pi}{9}\right),\ v=3\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z=\dfrac{u^9}{v^5}$.

5. Приведите число $z=1+\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z=5+8i$.

7. Решите уравнение $z^4=81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(4+i)\,z_1 - (2+3i)\,z_2 = 9-5i, \\ (5-3i)\,z_1 + (4+i)\,z_2 = 2+9i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -6 & 3 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -10 \\ 12 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -34 \\ 33 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -5 & 8 & 28 \\ 5 & -3 & -19 \\ -2 & 4 & 13 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 16x_1x_2 + 20x_1x_3 + 32x_2^2 - 80x_2x_3 + 50x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 29x_2^2 + 18x_2x_3 - 9x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -11x_1^2 - 39x_2^2 + 96x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 137

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 + 7x^4 + 12x^3 - x^2 - 7x - 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 2x^2 - 9x + 18$ и $x^3 - 4x^2 - 11x + 30$.

3. Пусть $z_1 = -1 - i$, $z_2 = -1 - 4i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_2}}{z_1} - \dfrac{z_1}{\overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$, $v = \left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^3}{\overline{v}^2}$.

5. Приведите число $z = 8 + 8i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 6x + 13 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^3 = -27$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+4i)\,z_1 + (2-i)\,z_2 = 18 - 36i, \\ (-5-2i)\,z_1 - (1-3i)\,z_2 = 23 + 48i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -15 \\ 45 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -32 \\ 18 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 10 & -2 & 5 \\ -15 & 5 & -9 \\ -22 & 4 & -11 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 12x_1x_2 - 8x_1x_3 + 10x_2^2 - 20x_2x_3 + 20x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 8x_1x_2 - 24x_1x_3 - 10x_2^2 - 12x_2x_3 - 2x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 57x_1^2 + 43x_2^2 - 48x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 138

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 3x - 5$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 4x^2 - 28x + 32$ и $x^3 - 9x^2 + 24x - 20$.

3. Пусть $z_1 = 1 + 4i,\ z_2 = -1 - i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} + \dfrac{z_2}{z_1}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^7 \cdot \overline{v}^3$

5. Приведите число $z = -2 - 2\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -8 + i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1-i)\,z_1 + (2-i)\,z_2 = 13 + 5i, \\ -(3-i)\,z_1 - (1+2i)\,z_2 = 15 - 27i\,. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = -3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 \\ 4 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -4 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 52 \\ -8 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -13 & -4 & -28 \\ 9 & 4 & 17 \\ 6 & 2 & 13 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 12x_1x_2 + 8x_1x_3 - 16x_2^2 + 38x_2x_3 - 21x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 + 12x_1x_2 - 6x_1x_3 + 5x_2^2 - 2x_2x_3 - 2x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 23x_2^2 + 72x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 139

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 4x^4 - 4x^3 + 19x^2 - 6x - 24$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ и $x^3 + 6x^2 - 15x + 8$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(6+6i)(-6+5i)}{4+5i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^5}{\overline{v}^4}$.

5. Приведите число $z = -3 + 3\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -3 - i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-2-i)\,z_1 - (1-i)\,z_2 = 13 + 6i, \\ -(2-5i)\,z_1 + (2-i)\,z_2 = 1 - 37i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -9 & 2 \\ -3 & -8 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 13 \\ 3 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -23 \\ -1 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -7 & -14 & -6 \\ 10 & 17 & 6 \\ -15 & -27 & -10 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 12x_1x_2 + 18x_1x_3 + 13x_2^2 - 36x_2x_3 + 25x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 + 12x_1x_2 + 12x_1x_3 + 5x_2^2 + 12x_2x_3 + 24x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 34x_1^2 + 41x_2^2 - 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 140

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 2x^3 - 13x^2 - 2x + 16$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - x^2 - 14x + 24$ и $x^3 - 3x^2 - x + 3$.

3. Пусть $z_1 = 3 - 2i,\ z_2 = -1 + i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_2}}{z_1} + \dfrac{z_1}{\overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^4 \cdot v^7$.

5. Приведите число $z = 2 - 2\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 2x + 5 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3-4i)\,z_1 + (4+3i)\,z_2 = -14 + 52i, \\ (5+i)\,z_1 + (-2+5i)\,z_2 = -59 + 4i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -5\vec{e}_1 - \vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = -7\vec{e}_1 + 7\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -7 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 37 \\ 12 \end{pmatrix}$.

Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 4x_1x_2 - 10x_1x_3 + 20x_2^2 - 4x_2x_3 + 34x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 + 40x_1x_2 - 32x_1x_3 + 29x_2^2 - 56x_2x_3 + 33x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -19x_1^2 + 6x_2^2 + 60x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 141

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 6x^3 + 7x^2 + 8x - 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$ и $x^3 - 3x + 2$.

3. Пусть $z_1 = 6 + 5i$, $z_2 = -4 + 2i$. Вычислите $\dfrac{z_1 - \overline{z_2}}{\overline{z_1} + z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$, $v = \left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^3}{\overline{v}^8}$.

5. Приведите число $z = 6$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -3 + 2i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1 - i)\, z_1 + (5 + i)\, z_2 = -11 + 3i, \\ -(1 + 2i)\, z_1 + (2 + 3i)\, z_2 = -1 - 8i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 \\ -9 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 2 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 7 & 4 & -6 \\ 16 & 7 & -12 \\ 24 & 12 & -19 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 40x_1x_2 + 32x_1x_3 + 21x_2^2 - 48x_2x_3 + 12x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 29x_2^2 - 44x_2x_3 + 18x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -x_1^2 + 11x_2^2 - 16x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 142

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 - 3x^4 - x^3 + 7x^2 - 16x + 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + x^2 - 9x - 9$ и
$x^3 + 11x^2 + 36x + 36$.

3. Пусть $z_1 = -1 + i,\ z_2 = 1 - 2i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^5 \cdot \overline{v}^4$

5. Приведите число $z = 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 4x + 29 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(5+4i)\,z_1 - (3-5i)\,z_2 = 11 + 12i, \\ (5+3i)\,z_1 + (3-4i)\,z_2 = -6 - 6i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 5\vec{e}_1 + 7\vec{e}_2$.
Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$.
Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 22 \end{pmatrix}$ и
$f\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ -19 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе
$\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -1 & 6 & -12 \\ 6 & -10 & 24 \\ 3 & -6 & 14 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 25x_1^2 + 20x_1x_2 + 20x_1x_3 + 3x_2^2 + 0x_2x_3 - 12x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 8x_1x_2 + 24x_1x_3 + 17x_2^2 - 22x_2x_3 + 22x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -7x_1^2 + 2x_2^2 + 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 143

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 23x + 14$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 2x^2 - 7x - 4$ и $x^3 - 5x^2 - 2x + 24$.

3. Пусть $z_1 = 1 + i$, $z_2 = -3 + 4i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{\overline{z_1}} - \dfrac{\overline{z_1}}{z_2}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^2}{\overline{v}^6}$.

5. Приведите число $z = -4 - 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -2 + 3i$.

7. Решите уравнение $z^6 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-5 + 2i)\,z_1 + (5 + 3i)\,z_2 = 20 + 63i, \\ -(3 + i)\,z_1 + (1 + 3i)\,z_2 = -14 + 34i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -6\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 14 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 9 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} -7 & -2 & 4 \\ -3 & -2 & 2 \\ -7 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_1x_2 - 6x_1x_3 + 5x_2^2 - 16x_2x_3 + 13x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 24x_1x_2 + 12x_1x_3 + 32x_2^2 - 8x_2x_3 + 30x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -7x_1^2 + 2x_2^2 - 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 144

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 20x + 21$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 2x^2 - 7x - 4$ и $x^3 + 6x^2 - 9x - 14$.

3. Пусть $z_1 = 1 - i,\ z_2 = -4 - 3i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{z_1} + \dfrac{z_1}{z_2}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^6}{v^2}$.

5. Приведите число $z = \sqrt{3} - i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 14x + 53 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+i)\,z_1 + (1+4i)\,z_2 = 9 - 10i, \\ (2-i)\,z_1 + (3-4i)\,z_2 = -10 + 10i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = -4\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -22 \\ 6 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 27 \\ -4 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} -9 & -2 & -16 \\ -1 & -4 & -4 \\ 5 & 1 & 9 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 + 10x_1x_2 - 10x_1x_3 - 5x_2^2 + 18x_2x_3 - 17x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 6x_1x_2 - 2x_1x_3 - 34x_2^2 - 34x_2x_3 - 21x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 7x_1^2 - 17x_2^2 + 18x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 145

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + x^4 - 13x^3 - 19x^2 + 12x + 18$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 12x^2 + 39x - 28$ и $x^3 - 10x^2 + 32x - 32$.

3. Пусть $z_1 = 1 - 4i$, $z_2 = -5 + 7i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} - \overline{z_2}}{z_1 + z_2}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$, $v = \left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^5}{\overline{v}^9}$.

5. Приведите число $z = -6 + 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 9 - 5i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(1+4i)\,z_1 + (3-3i)\,z_2 = 20 - 61i, \\ (3+3i)\,z_1 + (-1+5i)\,z_2 = 18 + 68i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = 4\vec{e}_1 - 8\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 1 & -9 \\ -1 & -8 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -25 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 9 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ -44 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 6 & 6 & 8 \\ 3 & 5 & 5 \\ -5 & -6 & -7 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 24x_1x_2 + 6x_1x_3 + 24x_2x_3 - 15x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 32x_1x_2 - 8x_1x_3 - 9x_2^2 - 22x_2x_3 + x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -50x_1^2 - 35x_2^2 - 8x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 146

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 4x^3 - 11x^2 + 6x + 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 9x^2 + 24x + 16$ и $x^3 + 2x^2 - 29x - 30$.

3. Пусть $z_1 = 3 - 7i,\ z_2 = -5 - 2i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} - z_2}{z_1 + \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = u^8 \cdot \overline{v}^7$

5. Приведите число $z = -3\sqrt{3} + 3i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 12x + 45 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1 + 3i)\,z_1 + (1 + 3i)\,z_2 = 1 + 17i, \\ -(2 - 5i)\,z_1 + (1 + 3i)\,z_2 = -10 + 24i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = 3\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -7 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 33 \\ 15 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ -4 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 10 & -24 & 6 \\ 6 & -14 & 3 \\ 6 & -12 & 1 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 16x_1x_2 - 24x_1x_3 + 5x_2^2 + 30x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 6x_1x_2 - 6x_1x_3 - 18x_2^2 - 12x_2x_3 - 43x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -33x_1^2 - 18x_2^2 + 8x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 147

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - x^4 - 13x^3 + 7x^2 + 24x - 18$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 5x^2 - 16x + 80$ и $x^3 + x^2 - 16x - 16$.

3. Пусть $z_1 = -1 + i$, $z_2 = -2 - i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1}}{z_2} + \dfrac{z_2}{\overline{z_1}}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^3}{\overline{v}^6}$.

5. Приведите число $z = -4 - 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -1 - 2i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-5+i)\,z_1 + (5+i)\,z_2 = -37 + 51i, \\ -(1-2i)\,z_1 + (1-i)\,z_2 = 7 + 24i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 2 \\ 36 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -2 \\ 48 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -8 & 21 & -3 \\ -2 & 7 & -2 \\ -4 & 12 & -3 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму

$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 - 6x_1x_2 - 18x_1x_3 + 24x_2^2 + 14x_2x_3 - 5x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 12x_1x_2 - 16x_1x_3 + 18x_2^2 + 18x_2x_3 + 33x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -3x_1^2 - 23x_2^2 - 48x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 148

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 5x^3 + 12x^2 - 23x + 15$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + x^2 - 40x - 112$ и $x^3 + 6x^2 - 32$.

3. Пусть $z_1 = 1 - i,\ z_2 = 3 - 4i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{z_2}{\overline{z_1}}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^9 \cdot v^2$.

5. Приведите число $z = -\sqrt{3} - i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 6x + 13 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(1+5i)\,z_1 - (2+2i)\,z_2 = 9 - 37i, \\ (1-5i)\,z_1 - (2+3i)\,z_2 = 28 - 36i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = 9\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = -8\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -11 \\ -14 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -2 \\ -28 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -13 & 6 & 24 \\ 6 & -4 & -12 \\ -6 & 3 & 11 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 - 32x_1x_2 + 32x_1x_3 + 9x_2^2 + 72x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 - 24x_1x_2 - 12x_1x_3 - 25x_2^2 - 40x_2x_3 - 29x_3^2$

положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 7x_1^2 + 13x_2^2 + 8x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 149

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 2x^4 - 13x^3 + 20x^2 + 2x - 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 7x^2 - 4x - 28$ и $x^3 - 2x^2 - 4x + 8$.

3. Пусть $z_1 = -1 + i$, $z_2 = 2 + i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} + \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^7}{\overline{v}^6}$.

5. Приведите число $z = -2 - 2\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 1 - 7i$.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3+5i)z_1 + (1+i)z_2 = 3 + 45i, \\ (3+4i)z_1 + (1+i)z_2 = 6 + 40i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 4\vec{e}_1 - \vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -2 & 6 & -12 \\ 6 & -11 & 24 \\ 3 & -6 & 13 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 18x_1x_2 + 6x_1x_3 - 16x_2^2 + 34x_2x_3 - 15x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 12x_1x_2 + 24x_1x_3 - 8x_2^2 - 24x_2x_3 - 36x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не

знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 66x_1^2 + 59x_2^2 + 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 150

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 8x^3 + 7x^2 - 22x + 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 5x^2 - 18x - 72$ и $x^3 + 3x^2 - 16x - 48$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(6+i)(1+4i)}{-1+5i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^3}{\overline{v}^6}$.

5. Приведите число $z = -4 - 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 8 - 5i$.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (2+i)\,z_1 + (4-i)\,z_2 = -13 + 7i, \\ (4+2i)\,z_1 + (4-3i)\,z_2 = -12 + 9i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 9\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -6 & -1 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -18 \\ 3 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 0 \\ -36 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -25 & -12 & -20 \\ 1 & 1 & 1 \\ 26 & 12 & 21 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 + 32x_1x_2 - 8x_1x_3 + 25x_2^2 - 20x_2x_3 + 5x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 32x_1x_2 + 32x_1x_3 - 17x_2^2 - 26x_2x_3 - 34x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -21x_1^2 - 31x_2^2 - 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 151

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 6x^3 - x^2 - 24x + 18$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 4x^2 - 25x - 28$ и $x^3 - 2x^2 - 16x + 32$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(-2+3i)(5+3i)}{1+i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^6 \cdot \overline{v}^5$

5. Приведите число $z = 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 10x + 50 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (5-2i)\,z_1 + (1-4i)\,z_2 = 25 - 7i, \\ (5+i)\,z_1 + (3-2i)\,z_2 = 21 + 12i\,. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = 4\vec{e}_1 - 6\vec{e}_2$, $f(\vec{e}_2) = 3\vec{e}_1 + 7\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 1 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32 \\ 45 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -22 \\ -31 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 13 & -24 & -6 \\ 6 & -11 & -3 \\ 6 & -12 & -2 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 8x_1x_2 + 4x_1x_3 - 5x_2^2 + 2x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 - 30x_1x_2 + 10x_1x_3 + 24x_2x_3 + 17x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -6x_1^2 - 9x_2^2 + 4x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 152

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - x^4 - 14x^3 + 3x^2 + 23x - 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 4x^2 - 9x - 36$ и $x^3 + 3x^2 - x - 3$.

3. Пусть $z_1 = 1 - i,\ z_2 = -3 - 2i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} + \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^6}{\overline{v}^3}$.

5. Приведите число $z = 4 - 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 4x + 13 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^3 = -125$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1+3i)z_1 + (1-2i)z_2 = 4 - 27i, \\ (2+5i)z_1 + (1-3i)z_2 = -16 - 45i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ 9 & -1 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 18 \\ -22 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -15 \\ 17 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 4 & 17 & 26 \\ -2 & -9 & -14 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 6x_1x_2 - 8x_1x_3 - 34x_2^2 - 64x_2x_3 - 32x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 6x_1x_2 + 18x_1x_3 + 2x_2^2 + 2x_2x_3 + 34x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -29x_1^2 - 21x_2^2 + 6x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 153

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 + x^4 - 13x^3 + x^2 + 22x + 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 6x^2 - 32$ и
$x^3 - 2x^2 - 19x + 20$.

3. Пусть $z_1 = 1 - 9i,\ z_2 = -4 - 8i$. Вычислите $\dfrac{z_1 - \overline{z_2}}{\overline{z_1} + z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = u^7 \cdot \overline{v}^3$

5. Приведите число $z = 6 - 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -1 - i$.

7. Решите уравнение $z^8 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(1-i)\,z_1 + (2-i)\,z_2 = -5 + 16i, \\ (-3+i)\,z_1 + (5-3i)\,z_2 = -20 + 36i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -5 & -1 \\ -3 & -7 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -7 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -59 \\ -22 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 \\ -6 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -13 & 3 & 6 \\ -12 & 2 & 6 \\ -24 & 6 & 11 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 16x_1x_2 - 8x_1x_3 + 13x_2^2 + 22x_2x_3 + 10x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 4x_1x_2 - 8x_1x_3 - 2x_2x_3 + 20x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -22x_1^2 - 17x_2^2 + 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 154

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + 4x^4 - 6x^3 - 22x^2 + 17x + 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 4x^2 - 20x - 48$ и $x^3 + 5x^2 - 22x - 56$.

3. Пусть $z_1 = -1 - 7i,\ z_2 = -3 + 8i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} - \overline{z_2}}{z_1 + z_2}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^7}{\overline{v}^6}$.

5. Приведите число $z = -2i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -2 + 5i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(1-i)\,z_1 + (3+i)\,z_2 = -13 + i, \\ (2+4i)\,z_1 + (4-5i)\,z_2 = 1 + 30i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = -8\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 \\ 10 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -6 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 12 & -6 \\ -3 & -14 & 6 \\ -6 & -24 & 10 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 16x_1x_2 + 8x_1x_3 + 21x_2^2 - 34x_2x_3 + 8x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 6x_1x_2 - 24x_1x_3 + 10x_2^2 - 22x_2x_3 + 57x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 30x_1^2 - 5x_2^2 - 120x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 155

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 3x^3 - 9x^2 - 9x + 14$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 16x^2 + 80x + 128$ и

$x^3 + 14x^2 + 64x + 96$.

3. Пусть $z_1 = 4 - i$, $z_2 = 1 - i$. Вычислите $\frac{z_1}{\overline{z_2}} + \frac{z_2}{z_1}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5}\right)$, $v = 3\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^4 \cdot v^6$.

5. Приведите число $z = 4$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -4 + i$.

7. Решите уравнение $z^8 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-3 - i)\, z_1 + (-2 + 4i)\, z_2 = -44 + 6i, \\ (-4 + 2i)\, z_1 + (2 + 5i)\, z_2 = -33 + 47i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = -8\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -6 & -1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 \\ 0 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ -24 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -1 & -6 & 12 \\ -6 & -10 & 24 \\ -3 & -6 & 14 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 + 40x_1x_2 - 20x_1x_3 - 25x_2^2 - 8x_2x_3 - 20x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 6x_1x_2 + 6x_1x_3 - 17x_2^2 - 26x_2x_3 - 11x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 21x_1^2 + 31x_2^2 + 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 156

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 7x^3 + 3x^2 - 13x + 2$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 8x^2 + 17x - 10$ и $x^3 + 8x^2 - 4x - 32$.

3. Вычислите выражение $\frac{(5 + 4i)(5 - 3i)}{1 - i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right)$, $v = 3\left(\cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^6}{\overline{v}^3}$.

5. Приведите число $z = 4$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 3 + 2i$.

7. Решите уравнение $z^6 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1-2i)\,z_1 + (1+i)\,z_2 = 9 + 5i, \\ (1+3i)\,z_1 - (2-i)\,z_2 = -11 - i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = 3\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -22 \\ 53 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -7 & -13 & 15 \\ -4 & -1 & 6 \\ -8 & -10 & 15 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 - 20x_1x_2 + 4x_1x_3 - 41x_2^2 + 2x_2x_3 - 2x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 - 12x_1x_2 - 18x_1x_3 - 8x_2^2 - 20x_2x_3 - 29x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -29x_1^2 + 46x_2^2 + 40x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 157

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 12x - 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 28x + 48$ и
$x^3 - 2x^2 - 16x + 32$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(5+6i)(1-3i)}{-2+5i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = \left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$, $v = 3\left(\cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^6}{\overline{v}^3}$.

5. Приведите число $z = 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 2x + 10 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1-5i)\,z_1 + (2-2i)\,z_2 = 29 + 21i, \\ -(4+2i)\,z_1 + (1-2i)\,z_2 = 34 - 3i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \vec{e}_1 - 7\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -5 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -43 \\ -19 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 29 \\ 13 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -13 & 24 & -6 \\ -6 & 11 & -3 \\ -6 & 12 & -4 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 8x_1x_2 + 16x_1x_3 + 8x_2^2 - 8x_2x_3 + 20x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 6x_1x_2 - 8x_1x_3 + 10x_2^2 - 30x_2x_3 + 29x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 34x_1^2 + 41x_2^2 - 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 158

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 7x - 3$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 7x^2 + 14x + 8$ и $x^3 - 6x^2 - x + 30$.

3. Пусть $z_1 = 1 + i,\ z_2 = -1 - 4i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} + \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = u^7 \cdot \overline{v}^3$

5. Приведите число $z = -3 - 3\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 12x + 85 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^8 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(1+i)\,z_1 + (2+2i)\,z_2 = 33 - i, \\ (2-2i)\,z_1 + (-2+3i)\,z_2 = 10 + 47i\,. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -5\vec{e}_1 - 8\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = -\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -12 \\ -9 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -6 \\ -5 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 13 & -11 & 13 \\ -10 & 6 & -9 \\ -20 & 14 & -19 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 8x_1x_2 + 16x_1x_3 - 5x_2^2 - 24x_2x_3 - 29x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 6x_1x_2 - 6x_1x_3 + 10x_2^2 + 20x_2x_3 + 14x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -31x_1^2 + 14x_2^2 - 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 159

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 6x^3 + 4x^2 + 22x - 21$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 3x^2 - 25x + 21$ и $x^3 + 6x^2 - x - 6$.

3. Пусть $z_1 = -1 + i,\ z_2 = -1 - 4i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{z_1} - \dfrac{z_1}{z_2}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^3}{v^6}$.

5. Приведите число $z = 2\sqrt{3} - 2i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 8x + 41 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^8 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+4i)\,z_1 + (3+4i)\,z_2 = 34 - 26i, \\ -(4-3i)\,z_1 + (-2+5i)\,z_2 = 46 + 20i\,. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 9\vec{e}_1 - \vec{e}_2$.

Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 9 \\ -6 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -57 \\ 0 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -4 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -1 \\ 10 & -2 & 7 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 + 12x_1x_2 + 18x_1x_3 - 12x_2^2 + 20x_2x_3 + 8x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 18x_1x_2 + 24x_1x_3 - 10x_2^2 - 18x_2x_3 - 26x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 23x_1^2 + 3x_2^2 - 48x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 160

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 - 7x^4 + 14x^3 - 7x^2 - 5x + 4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 3x^2 - 16x + 12$ и $x^3 - x^2 - 4x + 4$.

3. Пусть $z_1 = -3 + 4i,\ z_2 = -1 + i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{z_1} + \dfrac{z_1}{z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^5}{\overline{v}^3}$.

5. Приведите число $z = 3 - 3\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 1 - 8i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+3i)\,z_1 + (-2+i)\,z_2 = -32-15i, \\ -(2+2i)\,z_1 + (2-i)\,z_2 = 33+4i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = 9\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2,$ если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -7 & -1 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ -16 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -24 \\ 30 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -2 & -9 & 15 \\ -2 & -5 & 10 \\ -2 & -2 & 7 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 - 24x_1x_2 + 32x_1x_3 - 25x_2^2 - 8x_2x_3 - 32x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 6x_1x_2 - 4x_1x_3 - 25x_2^2 + 4x_2x_3 - 21x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -7x_1^2 + 2x_2^2 + 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 161

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 7x - 3$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 3x^2 - 6x - 8$ и $x^3 - 10x^2 + 31x - 30$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(4+i)(-6+2i)}{2+i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^2}{v^3}$.

5. Приведите число $z = -3\sqrt{3} + 3i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 12x + 85 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1-4i)\,z_1 + (-4+3i)\,z_2 = -49-9i, \\ -(2-3i)\,z_1 + (4-i)\,z_2 = 36+22i\,. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = -5\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2$.

Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$.

Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -6 \\ -11 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -4 \\ -7 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -13 & 6 & 24 \\ 6 & -4 & -12 \\ -6 & 3 & 11 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 - 18x_1x_2 + 12x_1x_3 - 25x_2^2 - 12x_2x_3 - 13x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 + 40x_1x_2 - 30x_1x_3 - 20x_2^2 + 12x_2x_3 - 34x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -39x_1^2 - 11x_2^2 - 96x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 162

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 3x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 24x - 32$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 5x^2 - 22x + 16$ и $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$.

3. Пусть $z_1 = -1 + i,\ z_2 = -2 + i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^2}{\overline{v}^5}$.

5. Приведите число $z = -6 + 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 5 + 3i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+i)\,z_1 - (2+i)\,z_2 = -2 + 2i, \\ -(2+2i)\,z_1 + (4+i)\,z_2 = 3 - i\,. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 0\vec{e}_1 - \vec{e}_2$.

Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$.

Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 32 \end{pmatrix}$ и

$f\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -17 \\ -33 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе

$\vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$\begin{pmatrix} -4 & -12 & 6 \\ 3 & 11 & -6 \\ 6 & 24 & -13 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 6x_1x_2 + 12x_1x_3 - 10x_2x_3 + 5x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 3x_2^2 + 18x_2x_3 - 19x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 34x_1^2 + 41x_2^2 + 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 163

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 4x^3 - 11x^2 + 6x + 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 37x + 84$ и $x^3 - 3x^2 - 16x + 48$.

3. Пусть $z_1 = 1 - i$, $z_2 = -3 + 2i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} + \dfrac{z_2}{z_1}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$, $v = \left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент

числа $z = \dfrac{\overline{u}^5}{v^7}$.

5. Приведите число $z = 4$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -5 + 7i$.

7. Решите уравнение $z^3 = 27$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+3i)\,z_1 + (4+3i)\,z_2 = -6+8i, \\ -(3-i)\,z_1 - (5-4i)\,z_2 = -6-4i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 5 & -8 \\ 9 & -1 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 7 & 6 & 12 \\ -6 & -6 & -8 \\ -3 & -2 & -6 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 + 16x_1x_2 - 8x_1x_3 + 0x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 12x_1x_2 + 8x_1x_3 + 18x_2^2 - 30x_2x_3 + 29x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -3x_1^2 - 23x_2^2 - 48x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 164

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + 3x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 11x - 3$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 6x^2 + 32$ и $x^3 + 5x^2 - 28x - 32$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(4+2i)(4-i)}{1+3i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^5}{v^2}$.

5. Приведите число $z = -4 - 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 12x + 37 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3+4i)\,z_1 + (3+4i)\,z_2 = -11 + 2i, \\ (3+5i)\,z_1 + (3+4i)\,z_2 = -10 - 4i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -4\vec{e}_1 - 7\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -9 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -25 \\ -3 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -7 \\ 4 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -55 \\ -3 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -10 & -1 & -5 \\ 18 & 1 & 10 \\ 18 & 4 & 7 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 18x_1x_2 - 24x_1x_3 - 18x_2^2 + 42x_2x_3 - 25x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 24x_1x_2 - 8x_1x_3 - 13x_2^2 - 2x_2x_3 - 6x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -23x_1^2 - 2x_2^2 + 72x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 165

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 7x^3 + 7x^2 - 7x - 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + x^2 - 8x - 12$ и $x^3 - 8x^2 + x + 42$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(4-i)(6-4i)}{3-4i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right),\ v = \left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^8}{v^3}$.

5. Приведите число $z = -8i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 4x + 29 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(1-i)\,z_1 - (3-i)\,z_2 = 16 + 16i, \\ (-1+2i)\,z_1 - (1-3i)\,z_2 = 23 + 4i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = 2\vec{e}_1 - 5\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -9 & 2 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -11 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -2 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ -25 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -11 & -4 & 6 \\ -16 & -11 & 12 \\ -24 & -12 & 15 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 + 16x_1x_2 - 16x_1x_3 - 12x_2^2 + 16x_2x_3 - 5x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 6x_1x_2 + 6x_1x_3 - 10x_2^2 - 16x_2x_3 - 14x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -6x_1^2 + 19x_2^2 + 60x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 166

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + 4x^4 - 3x^3 - 16x^2 + 2x + 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 11x^2 + 26x - 16$ и $x^3 + 2x^2 - 21x + 18$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(5+6i)(-3+2i)}{-4+i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^3 \cdot v^4$.

5. Приведите число $z = -2\sqrt{3} + 2i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 10x + 41 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1-i)\,z_1 + (-5+2i)\,z_2 = 6 - 31i, \\ (1+i)\,z_1 + (1-4i)\,z_2 = 14 + 17i\,. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что

$f(\vec{e}_1) = -2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = 7\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 23 \\ 1 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 4 & 24 & 11 \\ -1 & -13 & -7 \\ 2 & 24 & 13 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 12x_1x_2 - 16x_1x_3 + 5x_2^2 - 12x_2x_3 + 7x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 24x_1x_2 + 6x_1x_3 - 20x_2^2 + 12x_2x_3 - 35x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 6x_1^2 - 19x_2^2 - 60x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 167

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 6x^3 - 5x^2 + 18x - 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 9x^2 + 2x - 48$ и $x^3 - 3x^2 - 10x + 24$.

3. Пусть $z_1 = -3 + 2i,\ z_2 = 1 - i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{\overline{z_1}} + \dfrac{\overline{z_1}}{z_2}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^3}{\overline{v}^8}$.

5. Приведите число $z = 4 + 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 7 - 2i$.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+5i)\,z_1 - (3+2i)\,z_2 = -5 - 38i, \\ (1-i)\,z_1 + (1+i)\,z_2 = -2 + 12i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -\vec{e}_1 - 6\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -8 & -7 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 \\ 0 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 2 & 7 & 2 \\ -3 & -9 & -2 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 - 24x_1x_2 - 16x_1x_3 - 18x_2^2 - 36x_2x_3 - 20x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 8x_1x_2 + 8x_1x_3 - 25x_2^2 - 2x_2x_3 - 50x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -59x_1^2 - 66x_2^2 - 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 168

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + 6x^4 + 5x^3 - 20x^2 - 16x + 24$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 6x^2 - 9x + 14$ и $x^3 + 6x^2 - 4x - 24$.

3. Пусть $z_1 = 4 + i,\ z_2 = -1 + i$. Вычислите $\frac{\overline{z_2}}{z_1} + \frac{z_1}{\overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right),\ v = 4\left(\cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^4 \cdot v^9$.

5. Приведите число $z = 4 + 4\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 5 + 8i$.

7. Решите уравнение $z^3 = -27$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (4+i)\,z_1 + (3-i)\,z_2 = -18 + 5i, \\ (2+3i)\,z_1 + (2+i)\,z_2 = -12 - 4i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -5 & -7 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ -6 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$\begin{pmatrix} -6 & 8 & -6 \\ -11 & 11 & -3 \\ -5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 6x_1x_2 + 10x_1x_3 - 25x_2^2 - 10x_2x_3 - 50x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 8x_1x_2 - 6x_1x_3 - 17x_2^2 + 34x_2x_3 - 43x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 29x_1^2 - 46x_2^2 - 40x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 169

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - x^3 - 10x^2 + 22x - 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 6x^2 - x + 30$ и $x^3 + 6x^2 - 13x - 42$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(5+2i)(1-4i)}{-1+2i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^2 \cdot v^8$.

5. Приведите число $z = 3\sqrt{3} + 3i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -2 - 5i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(4+i)\,z_1 + (4-4i)\,z_2 = 38 - 43i, \\ (2-2i)\,z_1 + (1+3i)\,z_2 = 10 + 32i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$, $f(\vec{e}_2) = -6\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -22 \\ 39 \end{pmatrix}$.

Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 7 & -4 & 18 \\ -10 & 1 & -18 \\ -5 & 1 & -10 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 - 24x_1x_2 + 32x_1x_3 - 5x_2^2 + 20x_2x_3 - 15x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 6x_1x_2 + 6x_1x_3 - 10x_2^2 + 10x_2x_3 - 21x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -14x_1^2 + x_2^2 - 36x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 170

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 2x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 18x + 9$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 9x^2 + 26x + 24$ и $x^3 + 10x^2 + 13x - 24$.

3. Пусть $z_1 = 3 - 2i,\ z_2 = 1 - i$. Вычислите $\dfrac{z_2}{z_1} + \dfrac{z_1}{z_2}$.

4. Пусть $u = \left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^3}{\overline{v}^8}$.

5. Приведите число $z = -4$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 4x + 53 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1-2i)\,z_1 - (2+i)\,z_2 = 12 - 9i, \\ (1-2i)\,z_1 + (-1-2i)\,z_2 = 13 - 12i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = 4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = -\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 1 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -28 \\ -32 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -1 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 \\ 23 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} -1 & 4 & -8 \\ 4 & 5 & -16 \\ 2 & 4 & -11 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 10x_1x_2 + 2x_1x_3 - 34x_2^2 - 14x_2x_3 - 17x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 + 12x_1x_2 + 12x_1x_3 - 10x_2^2 - 16x_2x_3 - 11x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 7x_2^2 + 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 171

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 8x^3 - 5x^2 - 8x + 4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 12x^2 + 39x - 28$ и $x^3 + 2x^2 - 21x + 18$.

3. Пусть $z_1 = -4 - 3i$, $z_2 = 1 + i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} + \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$, $v = \left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^7}{\overline{v}^4}$.

5. Приведите число $z = 6$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 4x + 13 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1+i)z_1 + (-2-4i)z_2 = 36 + 16i, \\ (2-i)z_1 + (1+5i)z_2 = -36 - 30i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = 9\vec{e}_1 - 6\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 14 \\ 10 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -11 \\ -19 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -7 \\ -6 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -25 & -24 & -12 \\ 27 & 25 & 13 \\ -14 & -12 & -7 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму

$\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_1x_2 + 6x_1x_3 - 5x_2^2 + 36x_2x_3 - 7x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 13x_2^2 + 38x_2x_3 - 54x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 7x_1^2 + 13x_2^2 + 8x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 172

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 4x^4 + 2x^3 - 15x^2 + 18x + 40$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 4x^2 - 11x + 30$ и $x^3 + 11x^2 + 31x + 21$.

3. Пусть $z_1 = 2 + i$, $z_2 = -1 + i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_2}}{z_1} + \dfrac{z_1}{\overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^3}{v^6}$.

5. Приведите число $z = 6 + 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -8 + 9i$.

7. Решите уравнение $z^8 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(1-4i)\,z_1 - (3-5i)\,z_2 = -52 - 25i, \\ (3-i)\,z_1 + (4-i)\,z_2 = 10 + 38i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 9\vec{e}_1 - 7\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -14 \\ -3 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 22 \\ 13 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 13 & -3 & -6 \\ -12 & 4 & 6 \\ 24 & -6 & -11 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 6x_1x_2 + 10x_1x_3 + 8x_2^2 - 36x_2x_3 + 16x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 - 12x_1x_2 + 24x_1x_3 - 8x_2^2 + 20x_2x_3 - 33x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 6x_1^2 + 9x_2^2 + 4x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 173

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 3x^4 + 4x^3 - 9x^2 + 13x - 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 2x^2 - 4x - 8$ и $x^3 - 3x^2 - 24x - 28$.

3. Пусть $z_1 = 6 + 4i$, $z_2 = -5 - 9i$. Вычислите $\dfrac{z_1 - z_2}{\overline{z_1} + \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = \left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$, $v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^5}{v^8}$.

5. Приведите число $z = 2\sqrt{3} - 2i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 8x + 65 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1 + 3i)\,z_1 - (2 - 2i)\,z_2 = 1 - 11i, \\ (5 - 4i)\,z_1 + (5 - 2i)\,z_2 = -15 + 21i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 9 & -8 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 55 \\ 30 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -57 \\ -22 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -13 & 6 & 3 \\ -16 & 7 & 4 \\ -12 & 6 & 2 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 8x_1x_2 + 10x_1x_3 + 25x_2^2 - 34x_2x_3 + 26x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 16x_1x_2 + 40x_1x_3 - 24x_2x_3 - 33x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 41x_1^2 + 34x_2^2 - 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 174

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 8x^3 + 13x^2 - 6x - 16$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 2x^2 - 23x - 60$ и $x^3 + 11x^2 + 40x + 48$.

3. Пусть $z_1 = 2 + 7i$, $z_2 = -3 + 8i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} - z_2}{z_1 + \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$, $v = \left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^4}{\overline{v}^3}$.

5. Приведите число $z = 3\sqrt{3} - 3i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 1 + 6i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(1+3i)\,z_1 + (1-i)\,z_2 = 2 - 28i, \\ -(4-3i)\,z_1 + (-1-i)\,z_2 = -47 + 6i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -8\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$, $f(\vec{e}_2) = 6\vec{e}_1 - \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ -18 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -1 & 4 & -6 \\ -5 & -1 & 9 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 18x_1x_2 - 12x_1x_3 - 7x_2^2 - 28x_2x_3 - 21x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 16x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2^2 - 12x_2x_3 - 9x_3^2$

положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 43x_1^2 + 57x_2^2 + 48x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 175

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 7x^3 + 8x^2 - 8x - 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 12x^2 + 39x - 28$ и $x^3 - 2x^2 - 16x + 32$.

3. Пусть $z_1 = 2 - 7i,\ z_2 = -5 - 2i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} - z_2}{z_1 + \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = \left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^3}{\overline{v}^2}$.

5. Приведите число $z = 3 - 3\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 8x + 32 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-4 - 3i)\,z_1 + (5 + 3i)\,z_2 = 20 + 48i, \\ (1 + 2i)\,z_1 + (-1 - 3i)\,z_2 = 6 - 24i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 16 \\ -23 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -6 \\ 13 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -4 \\ -7 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 8 & 12 \\ 3 & -7 & -15 \\ -2 & 4 & 9 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 - 4x_1x_2 + 12x_1x_3 - 8x_2^2 - 24x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 - 30x_1x_2 - 30x_1x_3 - 12x_2x_3 + 8x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 66x_1^2 + 59x_2^2 - 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 176

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 6x^3 - x^2 - 24x + 18$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 10x^2 + 33x - 36$ и $x^3 - 2x^2 - 16x + 32$.

3. Пусть $z_1 = -1 + 2i$, $z_2 = -1 + i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_2}}{z_1} - \dfrac{z_1}{\overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$, $v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^3}{\overline{v}^7}$.

5. Приведите число $z = -2 + 2\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 10x + 26 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(4-3i)\,z_1 + (3-i)\,z_2 = -11 - 18i, \\ (5+5i)\,z_1 + (-1-4i)\,z_2 = -28 + 22i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 \\ -12 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -22 \\ 4 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 11 & -7 & 10 \\ 12 & -8 & 10 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 8x_1x_2 - 16x_1x_3 + 29x_2^2 - 46x_2x_3 + 25x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 8x_1x_2 + 16x_1x_3 - 5x_2^2 + 4x_2x_3 - 12x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -23x_1^2 - 2x_2^2 + 72x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 177

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5+4x^4-4x^3-13x^2+18x+24$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3+7x^2+15x+9$ и $x^3-2x^2-39x-72$.

3. Пусть $z_1=-2-i,\ z_2=-1+i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1}}{z_2}+\dfrac{z_2}{\overline{z_1}}$.

4. Пусть $u=3\left(\cos\dfrac{\pi}{5}+i\sin\dfrac{\pi}{5}\right),\ v=4\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z=u^3\cdot\overline{v}^7$

5. Приведите число $z=-2-2\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2+6x+10=0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6=1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases}(3-4i)\,z_1+(1+2i)\,z_2=-23+14i,\\(3-2i)\,z_1+(2+i)\,z_2=-19+10i\,.\end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=\begin{pmatrix}-7\\-1\end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A=\begin{pmatrix}-8&-3\\-4&-7\end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix}10\\-14\end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w}=\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix}6\\-8\end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u}=\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix}23&14&-12\\-20&-11&12\\13&9&-5\end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+4x_1x_2-2x_1x_3+13x_2^2+2x_2x_3+2x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3)=9x_1^2-18x_1x_2-18x_1x_3+10x_2^2+16x_2x_3+26x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2)=-2x_1^2+7x_2^2-12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 178

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4+8x^3+7x^2-22x+6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3+9x^2+26x+24$ и $x^3+11x^2+36x+36$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(2+2i)(3-2i)}{-4+5i}$ и представьте результат в виде $a+bi$.

4. Пусть $u=3\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$, $v=4\left(\cos\dfrac{\pi}{5}+i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z=u^8\cdot\overline{v}^5$

5. Приведите число $z=-3\sqrt{3}-3i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2-10x+74=0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^3=64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases}(1+2i)z_1-(1-2i)z_2=-28+6i,\\(3+5i)z_1+(-3+4i)z_2=-67+13i.\end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1)=-6\vec{e}_1+4\vec{e}_2$, $f(\vec{e}_2)=-7\vec{e}_1+6\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix}3\\-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}27\\39\end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}12\\19\end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u}=\begin{pmatrix}-6\\-5\end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix}10&-6&-3\\16&-10&-4\\12&-6&-5\end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2,x_3)=-9x_1^2+18x_1x_2+24x_1x_3+7x_2^2-16x_2x_3-15x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3)=4x_1^2+12x_1x_2-16x_1x_3-36x_2x_3+28x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2)=-11x_1^2+x_2^2-16x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 179

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4+7x^3+6x^2-10x-4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: x^3+4x^2-x-4 и

$x^3+6x^2-19x-24$.

3. Пусть $z_1=2-3i,\ z_2=-1-i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}}-\dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u=3\left(\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}\right),\ v=2\left(\cos\dfrac{\pi}{7}+i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z=\dfrac{\overline{u}^6}{v^8}$.

5. Приведите число $z=-2$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z=8-5i$.

7. Решите уравнение $z^3=-8$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases}-(1-5i)\,z_1+(2+5i)\,z_2=24-i,\\(3-2i)\,z_1+(1-4i)\,z_2=-18-13i.\end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=\begin{pmatrix}2\\-8\end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A=\begin{pmatrix}-7&3\\-3&-1\end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix}-1\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-7\\27\end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix}-2\\-6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-10\\30\end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u}=\begin{pmatrix}-7\\-2\end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix}-1&-8&-6\\-9&-16&-18\\9&19&20\end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2,x_3)=-4x_1^2-12x_1x_2-16x_1x_3-12x_2x_3-12x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3)=x_1^2-8x_1x_2+2x_1x_3+41x_2^2-58x_2x_3+30x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2)=7x_1^2-17x_2^2+18x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 180

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4+6x^3+5x^2-18x-18$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 5x^2 - 2x + 24$ и $x^3 - 2x^2 - 7x - 4$.

3. Пусть $z_1 = 4 - 2i,\ z_2 = 2 - i$. Вычислите $\dfrac{z_1 + \overline{z_2}}{\overline{z_1} - z_2}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = \left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^4}{\overline{v}^6}$.

5. Приведите число $z = 4 - 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 6x + 10 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1-2i)\,z_1 + (-1+2i)\,z_2 = 7 - 11i, \\ (3-4i)\,z_1 - (5+i)\,z_2 = 28 + i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = -8\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2$. Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$. Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ 20 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 35 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 14 & -3 & -6 \\ 12 & -1 & -6 \\ 24 & -6 & -10 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 12x_1x_2 - 18x_1x_3 + 8x_2^2 - 4x_2x_3 + 25x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 2x_1x_2 - 6x_1x_3 - 5x_2^2 - 2x_2x_3 - 19x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 5x_1^2 - 30x_2^2 - 120x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 181

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - x^4 - 11x^3 + x^2 - 14x - 24$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 6x^2 - 19x + 24$ и $x^3 + 2x^2 - 9x - 18$.

3. Пусть $z_1 = 3 + 4i,\ z_2 = 1 + i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = \left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^6}{\overline{v}^4}$.

5. Приведите число $z = 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 8x + 17 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (4-3i)\,z_1 + (4+3i)\,z_2 = 59 + 10i, \\ (4+i)\,z_1 + (1+4i)\,z_2 = 28 + 39i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = 9\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -8 & -3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 32 \\ 38 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 11 \\ 14 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -8 & 11 & -3 \\ -10 & 11 & -2 \\ -20 & 20 & -3 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 6x_1x_2 - 8x_1x_3 + 25x_2^2 + 40x_2x_3 + 20x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 24x_1x_2 + 6x_1x_3 + 25x_2^2 - 14x_2x_3 + 3x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -35x_1^2 - 30x_2^2 + 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 182

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 + 6x^4 + 6x^3 - 11x^2 - 10x + 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 2x^2 - x + 2$ и
$x^3 - x^2 - 4x + 4$.

3. Пусть $z_1 = 1 + i,\ z_2 = -3 - 2i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_2}}{z_1} - \dfrac{z_1}{\overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^4 \cdot \overline{v}^7$

5. Приведите число $z = -1 - \sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 2x + 26 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1-i)\,z_1 + (1-i)\,z_2 = 16 + 6i, \\ (2+i)\,z_1 + (4-3i)\,z_2 = 31 + 33i. \end{cases}$$

9. Составьте матрицу линейного оператора f, если известно, что $f(\vec{e}_1) = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2,\ f(\vec{e}_2) = -6\vec{e}_1 + 9\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ 19 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -5 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -27 \\ 46 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -11 & 12 & 6 \\ -1 & 3 & 1 \\ -10 & 8 & 5 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 8x_1x_2 + 24x_1x_3 - 8x_2^2 - 18x_2x_3 + 5x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 - 24x_1x_2 - 30x_1x_3 - 17x_2^2 - 34x_2x_3 - 50x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -25x_1^2 + 15x_2^2 + 30x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 183

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 5x^3 - 6x^2 - 16x + 16$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 2x^2 - 11x + 12$ и $x^3 - 6x^2 - 19x + 24$.

3. Пусть $z_1 = -5 + 3i,\ z_2 = +2 - 2i$. Вычислите $\dfrac{z_1 - \overline{z_2}}{\overline{z_1} + z_2}$.

4. Пусть $u = \left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{u^4}{\overline{v}^5}$.

5. Приведите число $z = 6 + 6i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 4x + 40 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1-4i)\,z_1 + (3-i)\,z_2 = 31 - 22i, \\ -(1-4i)\,z_1 - (4+i)\,z_2 = -38 - i\,. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 10\vec{e}_1 - 6\vec{e}_2$.

Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$.

Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32 \\ 13 \end{pmatrix}$ и

$f\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -22 \\ -8 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе

$\vec{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$\begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ -8 & 11 & 10 \\ 8 & -14 & -13 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму

$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 24x_1x_2 - 30x_1x_3 - 7x_2^2 + 52x_2x_3 - 21x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 + 12x_1x_2 - 12x_1x_3 - 5x_2^2 - 14x_2x_3 + 28x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 10x_1^2 - 5x_2^2 + 20x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 184

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 3x^3 - 8x^2 + 6x + 4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 11x^2 + 35x - 25$ и $x^3 + 11x^2 + 24x - 36$.

3. Пусть $z_1 = 2 - i,\ z_2 = +2 + 3i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} - z_2}{z_1 + \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right),\ v = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$. Найдите модуль и аргумент

числа $z = \dfrac{\overline{u}^5}{\overline{v}^3}$.

5. Приведите число $z = -4 + 4\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 5 + 7i$.

7. Решите уравнение $z^4 = -256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3+i)\,z_1 + (-1+i)\,z_2 = 5 + 19i, \\ (2-i)\,z_1 + (2+i)\,z_2 = 22 + 5i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 3\vec{e}_1 - 7\vec{e}_2$.

Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -6 & 3 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$.

Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -6 \\ -5 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -28 \\ 5 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -8 \\ -3 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 19 & 24 & 12 \\ -6 & -7 & -4 \\ -12 & -16 & -7 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 8x_1x_2 - 4x_1x_3 + 12x_2^2 + 0x_2x_3 - 12x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 4x_1x_2 + 8x_1x_3 + 5x_2^2 - 20x_2x_3 + 36x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -15x_1^2 + 25x_2^2 - 30x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 185

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 5x - 14$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 5x^2 - 12x - 36$ и $x^3 - 8x^2 + x + 42$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(6+4i)(3-4i)}{-1+4i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^6 \cdot v^5$.

5. Приведите число $z = -4 + 4\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 6 - i$.

7. Решите уравнение $z^3 = -8$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-5-2i)\,z_1 - (4-5i)\,z_2 = 22 - i, \\ (-3-4i)\,z_1 + (-5+3i)\,z_2 = 22 + 10i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -8\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ -9 & 5 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -13 \\ -7 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -21 & -29 & 18 \\ 20 & 28 & -18 \\ 13 & 19 & -13 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 25x_1^2 + 20x_1x_2 - 50x_1x_3 - 5x_2^2 - 32x_2x_3 + 21x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 24x_1x_2 + 18x_1x_3 - 20x_2^2 - 20x_2x_3 - 26x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 33x_1^2 + 18x_2^2 + 8x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 186

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 8x^3 + 11x^2 - 14x - 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 4x^2 - 4x - 16$ и $x^3 - 4x^2 - 25x + 28$.

3. Пусть $z_1 = 6 - 3i,\ z_2 = -7 + i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1} - z_2}{z_1 + \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right),\ v = \left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^4}{\overline{v}^5}$.

5. Приведите число $z = -3\sqrt{3} - 3i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = -7 + 6i$.

7. Решите уравнение $z^3 = -64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(1+2i)\,z_1 + (3+i)\,z_2 = 16 - 8i, \\ (-2+2i)\,z_1 + (1-2i)\,z_2 = -2 - 13i\,. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 4\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2$.

Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -8 & -4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$.

Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -48 \\ 40 \end{pmatrix}$ и

$f\begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -37 \\ 31 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе

$\vec{u} = \begin{pmatrix} -5 \\ 9 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 9 & -4 & -16 \\ -4 & 3 & 8 \\ 4 & -2 & -7 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 - 24x_1x_2 + 6x_1x_3 - 25x_2^2 - 16x_2x_3 - 17x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 12x_1x_2 + 6x_1x_3 + 13x_2^2 + 2x_2x_3 + 27x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -39x_1^2 - 11x_2^2 - 96x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 187

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 3x^3 + x^2 + x - 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 3x - 2$ и $x^3 + 4x^2 - 4x - 16$.

3. Пусть $z_1 = 1 + 4i,\ z_2 = 1 - i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} + \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^7 \cdot \overline{v}^8$

5. Приведите число $z = -6$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 8 - 5i$.

7. Решите уравнение $z^8 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-3+5i)\,z_1 + (2+4i)\,z_2 = -48+6i, \\ (-1-i)\,z_1 + (-1+i)\,z_2 = 2-14i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -5 & -7 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ 2 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 9 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -42 \\ 22 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} -23 & 27 & 9 \\ -12 & 15 & 4 \\ -12 & 14 & 5 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 + 18x_1x_2 - 6x_1x_3 - 5x_2^2 - 10x_2x_3 + 15x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 - 8x_1x_2 - 12x_1x_3 - 8x_2^2 + 4x_2x_3 - 34x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 6x_1^2 - 26x_2^2 - 24x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 188

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + 3x^4 - 6x^3 - 21x^2 - 7x + 6$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + x^2 - 24x + 36$ и $x^3 - 10x^2 + 33x - 36$.

3. Пусть $z_1 = -4+3i,\ z_2 = -1+i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{z_2}{z_1}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = u^6 \cdot \overline{v}^4$

5. Приведите число $z = 4$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 4x + 5 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1-4i)\,z_1 - (1-4i)\,z_2 = 29+3i, \\ -(1-3i)\,z_1 + (1-2i)\,z_2 = -18-9i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 33 \\ -57 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 19 \\ -33 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ -10 & -5 & 2 \\ 15 & 9 & -2 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 2x_1x_2 + 6x_1x_3 + 0x_2x_3 + 0x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 - 24x_1x_2 - 8x_1x_3 + 7x_2^2 + 26x_2x_3 + 40x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -22x_1^2 - 17x_2^2 - 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 189

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 + 5x^3 - 4x^2 - 14x + 12$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 9x^2 + 23x - 15$ и $x^3 - 10x^2 + 17x - 8$.

3. Пусть $z_1 = 2 + i,\ z_2 = -1 - i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{\overline{z_2}} + \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right),\ v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^2}{\overline{v}^5}$.

5. Приведите число $z = 2\sqrt{3} + 2i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 4x + 20 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-3 + 2i)\,z_1 + (2 - i)\,z_2 = -19 - i, \\ (4 - 4i)\,z_1 + (-2 + 3i)\,z_2 = 30 + 3i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 6\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2$.

Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A=\begin{pmatrix}-7 & -5\\ -1 & -2\end{pmatrix}$.

Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix}-2\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ 11\end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix}-3\\ 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\ 29\end{pmatrix}$.

Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u}=\begin{pmatrix}9\\ 2\end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix}11 & -16 & -4\\ 4 & -5 & -2\\ 4 & -8 & 1\end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1,x_2,x_3)=-4x_1^2-8x_1x_2-20x_1x_3-13x_2^2-2x_2x_3-34x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_1x_2-6x_1x_3+2x_2^2-14x_2x_3+0x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1,x_2)=x_1^2-14x_2^2+36x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 190

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5-4x^4-4x^3+20x^2-17x+4$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3+4x^2-28x+32$ и $x^3-6x^2+12x-8$.

3. Пусть $z_1=2-5i,\ z_2=-8+4i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1}-\overline{z_2}}{z_1+z_2}$.

4. Пусть $u=3\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right),\ v=\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z=\dfrac{\overline{u}^3}{v^6}$.

5. Приведите число $z=8i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z=-1-i$.

7. Решите уравнение $z^6=1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases}-(5+4i)\,z_1+(-4+4i)\,z_2=-21-12i,\\ (1+2i)\,z_1+(1-i)\,z_2=8+9i.\end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v}=-2\vec{e}_1+\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A=\begin{pmatrix}4 & -4\\ -1 & 5\end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 1 \\ 22 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 17 \\ -55 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -5 & -10 & 2 \\ 2 & 7 & -2 \\ 9 & 15 & -2 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 2x_1x_2 + 8x_1x_3 - 6x_2x_3 - 15x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 + 30x_1x_2 - 20x_1x_3 - 34x_2^2 - 18x_2x_3 - 29x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 23x_1^2 + 3x_2^2 - 48x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 191

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 - 7x^4 + 14x^3 - 11x^2 + 3x + 36$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 13x + 12$ и
$x^3 - 7x^2 + 15x - 9$.

3. Пусть $z_1 = 1 + i,\ z_2 = -1 + 2i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_1}}{z_2} + \dfrac{z_2}{\overline{z_1}}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^2}{v^3}$.

5. Приведите число $z = 4 + 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 7 - 8i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-2-5i)\,z_1 + (2+i)\,z_2 = -38 + 22i, \\ (2+i)\,z_1 + (-1+i)\,z_2 = 3 - 20i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -7\vec{e}_1 + \vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -7 & -5 \\ -8 & 5 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 8 \\ -9 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 10 & -3 & -6 \\ 12 & -5 & -6 \\ 16 & -4 & -10 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 8x_1x_2 + 6x_1x_3 - 7x_2^2 - 30x_2x_3 - 8x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 10x_2^2 - 14x_2x_3 - 6x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = x_1^2 - 14x_2^2 - 36x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 192

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 8x - 21$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 6x^2 - x - 6$ и $x^3 - 5x^2 - 28x + 32$.

3. Пусть $z_1 = 1 + 2i,\ z_2 = -1 + i$. Вычислите $\dfrac{z_1}{z_2} + \dfrac{\overline{z_2}}{z_1}$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^7 \cdot v^9$.

5. Приведите число $z = 8i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 6x + 58 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^8 = 256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3+2i)\,z_1 + (-2+5i)\,z_2 = -5 + i, \\ (2+i)\,z_1 - (1-4i)\,z_2 = -1 + 3i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = -3\vec{e}_1 - 5\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} -7 & -9 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}$ равно

$\begin{pmatrix} 21 \\ 13 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -4 \\ -7 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 29 \\ 17 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 13 & -24 & -6 \\ 6 & -11 & -3 \\ 6 & -12 & -2 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 + 2x_1x_2 + 6x_1x_3 + 15x_2^2 - 38x_2x_3 + 7x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -9x_1^2 - 12x_1x_2 + 18x_1x_3 - 13x_2^2 - 12x_2x_3 - 26x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 11x_1^2 + 39x_2^2 - 96x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 193

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 3x - 10$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 3x^2 - 25x - 21$ и $x^3 + 5x^2 + 7x + 3$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(3+i)(-2+3i)}{4+5i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = u^8 \cdot \overline{v}^7$

5. Приведите число $z = -4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 8x + 25 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1+4i)\,z_1 + (-1-3i)\,z_2 = -57 - 26i, \\ (-2-2i)\,z_1 + (1+i)\,z_2 = 37 - 3i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -7 & 9 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 29 \\ 2 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \end{pmatrix}$.

Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -7 & -6 & -12 \\ 6 & 6 & 8 \\ 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 24x_1x_2 + 40x_1x_3 - 18x_2^2 - 18x_2x_3 - 29x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 10x_1x_2 + 6x_1x_3 - 34x_2^2 + 24x_2x_3 - 14x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 6x_1^2 + 9x_2^2 + 4x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 194

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 - 2x^4 - 6x^3 - x^2 - 22x - 24$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 4x^2 - 28x - 32$ и $x^3 - 6x^2 - 9x + 14$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(2-i)(-5+3i)}{1-6i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^3 \cdot v^5$.

5. Приведите число $z = 3 + 3\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Составьте квадратное уравнение с действительными коэффициентами, одним из корней которого является число $z = 6 - i$.

7. Решите уравнение $z^4 = 16$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3-i)\,z_1 + (1-i)\,z_2 = -8 + 22i, \\ (3+5i)\,z_1 + (2+3i)\,z_2 = -48 - 3i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2$.
Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -8 & 5 \end{pmatrix}$.
Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ -25 \end{pmatrix}$ и
$f\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -13 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе

$\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} 9 & 16 & 12 \\ -12 & -23 & -18 \\ 12 & 24 & 19 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 + 6x_1x_2 - 6x_1x_3 + 5x_2^2 - 22x_2x_3 + 26x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 8x_1x_3 + 26x_2^2 - 26x_2x_3 - 3x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 19x_1^2 + 49x_2^2 - 16x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 195

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 14x - 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + x^2 - 44x + 96$ и $x^3 - 3x^2 - 16x + 48$.

3. Пусть $z_1 = 1 - 3i$, $z_2 = -1 - 5i$. Вычислите $\dfrac{z_1 + z_2}{\overline{z_1} - \overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = \left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{7} + i\sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^8}{v^6}$.

5. Приведите число $z = 2i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 8x + 20 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^8 = 1$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (3+i)\,z_1 - (2+2i)\,z_2 = -19 + i, \\ (3+i)\,z_1 + (-2-i)\,z_2 = -16 - i\,. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 6\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2$.
Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$.
Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ -5 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 \\ -1 \end{pmatrix}$.
Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -14 & -11 & -10 \\ 26 & 21 & 20 \\ -9 & -7 & -7 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 16x_1x_3 - 8x_2^2 + 20x_2x_3 + 12x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - 4x_1x_2 + 8x_1x_3 + 5x_2^2 + 46x_2x_3 + 25x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = x_1^2 - 14x_2^2 - 36x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 196

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 - 4x^4 - 7x^3 + 22x^2 + 12x - 24$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 9x^2 + 26x - 24$ и $x^3 - 10x^2 + 17x + 28$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(6-4i)(4-i)}{2-i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 2\left(\cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5}\right)$, $v = \left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^8}{v^9}$.

5. Приведите число $z = 4$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 6x + 13 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1-i)\,z_1 - (2-3i)\,z_2 = -23 - 15i, \\ -(1+i)\,z_1 + (5+i)\,z_2 = -10 + 38i. \end{cases}$$

9. На векторе $\vec{v}$ значение линейного оператора f равно $f(\vec{v}) = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$.
Известно, что матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$ имеет вид $A = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.
Найдите координаты вектора $\vec{v}$ в базисе $\vec{e}_1,\ \vec{e}_2$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 21 \\ 0 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -12 \\ -9 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -6 & 4 \\ -4 & -9 & 8 \\ 1 & -13 & 9 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 13x_2^2 + 2x_2x_3 + 5x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 - 20x_1x_2 - 4x_1x_3 - 26x_2^2 - 4x_2x_3 - 11x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 19x_1^2 + 49x_2^2 - 16x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 197

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 21x^2 + 13x - 42$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 9x^2 + 26x + 24$ и $x^3 - 19x - 30$.

3. Пусть $z_1 = 4 + i,\ z_2 = -1 + i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_2}}{z_1} - \dfrac{z_1}{\overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = \left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right),\ v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \dfrac{\overline{u}^7}{v^4}$.

5. Приведите число $z = 4i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 2x + 10 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = -256$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (1-4i)\,z_1 + (1-3i)\,z_2 = -10 - 12i, \\ (1+5i)\,z_1 + (2+5i)\,z_2 = 27 + 8i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$.

10. Для линейного оператора f известно, что $f\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -24 \end{pmatrix}$ и $f\begin{pmatrix} -7 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ -51 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы
$\begin{pmatrix} -13 & 6 & -3 \\ -24 & 11 & -6 \\ 12 & -6 & 2 \end{pmatrix}$.

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму
$\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 - 32x_1x_2 - 16x_1x_3 + 32x_2^2 + 40x_2x_3 + 13x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 4x_1^2 + 8x_1x_2 - 4x_1x_3 + 29x_2^2 - 14x_2x_3 + 18x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 14x_1^2 + 11x_2^2 - 4x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 198

1. Найдите целые действительные корни многочлена
$x^5 + 3x^4 - 10x^3 - 10x^2 + 24x - 8$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 9x^2 + 2x + 48$ и $x^3 + 3x^2 - 10x - 24$.

3. Вычислите выражение $\dfrac{(-2+2i)(-2+i)}{2+4i}$ и представьте результат в виде $a + bi$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$, $v = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^3 \cdot v^6$.

5. Приведите число $z = -2\sqrt{3} + 2i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 10x + 41 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^4 = 81$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(1+i)\,z_1 + (4+3i)\,z_2 = 22 + 7i, \\ -(1-2i)\,z_1 + (2-i)\,z_2 = 4 - 10i\,. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -9 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} 11 \\ -32 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -10 \\ 24 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} -13 & 3 & 6 \\ -12 & 2 & 6 \\ -24 & 6 & 11 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 - 32x_1x_2 - 16x_1x_3 - 24x_2x_3 - 3x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -16x_1^2 + 8x_1x_2 + 8x_1x_3 + 3x_2^2 - 18x_2x_3 + 19x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -14x_1^2 + x_2^2 + 36x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 199

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 3x^4 + 2x^3 + 8x^2 - 24x + 16$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 - 12x^2 + 39x - 28$ и $x^3 + 3x^2 - 36x + 32$.

3. Пусть $z_1 = 1 + i$, $z_2 = -4 + 3i$. Вычислите $\frac{z_2}{z_1} + \frac{z_1}{z_2}$.

4. Пусть $u = 4\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$, $v = 3\left(\cos\frac{\pi}{7} + i\sin\frac{\pi}{7}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^5 \cdot \overline{v}^3$

5. Приведите число $z = 6$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 - 8x + 17 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} (-1 - i)\,z_1 + (1 - 4i)\,z_2 = 21 - 10i, \\ (-2 - i)\,z_1 + (-1 - 4i)\,z_2 = 18 - 22i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -9 \\ -8 \end{pmatrix}$, если матрица этого оператора имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -16 \\ 35 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} 22 \\ -40 \end{pmatrix}$. Найдите значение этого линейного оператора на векторе $\vec{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 10 & -4 & -16 \\ -6 & 5 & 12 \\ 6 & -3 & -10 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 - 6x_1x_2 + 24x_1x_3 + 10x_2^2 - 14x_2x_3 + 17x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли данная квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -25x_1^2 - 40x_1x_2 + 30x_1x_3 - 25x_2^2 + 36x_2x_3 - 29x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = 30x_1^2 - 5x_2^2 + 120x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.

ДКР по ЛА для бакалавров экономики, часть № 3, ВАРИАНТ 200

1. Найдите целые действительные корни многочлена $x^5 - 2x^4 - 6x^3 - x^2 - 22x - 24$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов: $x^3 + 3x^2 - 25x + 21$ и $x^3 - x^2 - 14x + 24$.

3. Пусть $z_1 = -1 - i$, $z_2 = 2 - 3i$. Вычислите $\dfrac{\overline{z_2}}{z_1} + \dfrac{z_1}{\overline{z_2}}$.

4. Пусть $u = 3\left(\cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}\right)$, $v = 4\left(\cos\dfrac{\pi}{5} + i\sin\dfrac{\pi}{5}\right)$. Найдите модуль и аргумент числа $z = \overline{u}^6 \cdot v^9$.

5. Приведите число $z = -3 - 3\sqrt{3}i$ к тригонометрическому виду.

6. Решите уравнение $x^2 + 10x + 26 = 0$ над полем комплексных чисел.

7. Решите уравнение $z^6 = 64$ над полем комплексных чисел.

8. Решите систему уравнений с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} -(4+5i)\,z_1 + (2+3i)\,z_2 = -2 - 6i, \\ (2-4i)\,z_1 - (2-i)\,z_2 = 11 - 3i. \end{cases}$$

9. Найдите значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = 2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$, если матрица этого оператора в базисе $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -5 & -8 \end{pmatrix}$.

10. Известно, что значение линейного оператора f на векторе $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \end{pmatrix}$ равно $\begin{pmatrix} -64 \\ 48 \end{pmatrix}$, а на векторе $\vec{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ его значение равно $\begin{pmatrix} -26 \\ 18 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу этого оператора.

11. Найдите собственные значения и собственные вектора матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -10 & -17 & 13 \\ -14 & -26 & 20 \end{pmatrix}.$$

12. Методом Лагранжа приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2, x_3) = 16x_1^2 + 8x_1x_2 + 32x_1x_3 + 2x_2^2 + 14x_2x_3 + 25x_3^2$ к нормальному виду и укажите пример соответствующего преобразования координат.

13. С помощью критерия Сильвестра выясните, является ли квадратичная форма $\Phi(x_1, x_2, x_3) = -4x_1^2 + 4x_1x_2 + 8x_1x_3 - 5x_2^2 + 16x_2x_3 - 20x_3^2$ положительно определённой, отрицательно определённой или не знакоопределённой.

14. Приведите квадратичную форму $\Phi(x_1, x_2) = -30x_1^2 - 35x_2^2 + 12x_1x_2$ к каноническому виду и укажите соответствующее ортогональное преобразование координат.