

Контрольная работа № 3: Введение в математический анализ

Варианты контрольных заданий

Студент должен выполнять контрольную работу по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой его зачетной книжки.

Вариант	Номера задач контрольной работы № 3				
1	131	141	151	161	171
2	132	142	152	162	172
3	133	143	153	163	173
4	134	144	154	164	174
5	135	145	155	165	175
6	136	146	156	166	176
7	137	147	157	167	177
8	138	148	158	168	178
9	139	149	159	169	179
10	140	150	160	170	180

Условия заданий контрольных работ

131–140. Найти область определения функции.

$$131. y = \sqrt{1-2x} + 3\arcsin \frac{3x-1}{2}.$$

$$132. y = \arcsin \frac{x-3}{2} - \lg(4-x).$$

$$133. \sqrt{\frac{x-1}{x-8}} + \log_2(12-x).$$

$$134. y = \arcsin \frac{1-2x}{4} + \sqrt{1-x}.$$

$$135. y = 2\arccos \frac{x}{3} + \log_3(1-2x).$$

$$136. \sqrt{3-x^2} + \lg \frac{x+1}{x-2}.$$

$$137. \sqrt{4-|x|} + \lg \frac{x-3}{x-1}.$$

$$138. y = \arcsin \frac{x+1}{3} + \sqrt{\lg(3-4x)}.$$

$$139. y = \lg(4-|x|) + \sqrt{\sin 2x}.$$

$$140. y = \frac{1}{\sqrt{2-3x}} + \sqrt{\lg(5-x^2)}.$$

141–150. Построить график функции, используя преобразование одной из элементарных функций: $y = \sqrt{x}$, $y = \sin x$, $y = |x|$, $y = \log_a x$.

$$141. y = \log_2 |x-3|.$$

$$142. y = 1 + \sqrt{2(x-2)}.$$

143. $y = 3 - 2|x + 1|.$

144. $y = 5 - 2\sqrt{3(x + 1)}.$

145. $y = 1 - 4|x - 1|.$

146. $y = 2 + \sin \frac{1}{2}(x - 4).$

147. $y = 2 \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right).$

148. $y = |-3x + 2|.$

149. $y = 3\sqrt{2(x - 3)} - 4.$

150. $y = -2\sqrt{x + 3}.$

151–160. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

151. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2 - x)^4 - (5 - x)^4}{(4 - x)^4 - (1 + x)^4};$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1};$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{ctg} \pi x}{\sin 2x};$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x};$

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 2x + 3}{2x^2 + 2x + 1} \right)^{3x^2 - 4}.$

152. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2 - x)^2 + (5 + x)^2}{(3 - x)^2 - (7 + x)^2};$

б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 4x^2 + 3x};$

в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{arctg}(x^2 - 2x)}{\sin 3\pi x};$

$$\text{r)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{e^{x^2} - 1};$$

$$\text{д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 2x + 3}{2x^2 + 2x + 1} \right)^{3x^2 - 4}.$$

$$153. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(7-x)^4 - (9-x)^4}{(2-x)^3 - (1+x)^3};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2};$$

$$\text{в)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{x \operatorname{tg} 3x};$$

$$\text{г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6^{2x} - 7^{-2x}}{\sin 3x - 2x};$$

$$\text{д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{10x + 2}{10x - 7} \right)^{x-3}.$$

$$154. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1-x)^4 - (1+x)^4}{(1+x)^3 - (2-x)^3};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2};$$

$$\text{в)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - 1}{\operatorname{tg} 5x};$$

$$\text{г)} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9 - 2x^2)}{\sin 2\pi x};$$

$$\text{д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 + x + 1}{x^3 + 2} \right)^{x^2/5}.$$

$$155. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3-x)^2 - (3+x)^2}{(3+x)^2 - (1-x)^2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{\sin 5x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} - 5^{3x}}{\operatorname{arctg} x + x^3};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^{x+1}.$$

$$156. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^3 - (x+1)^2}{(x-1)^3 - (x+1)^3};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^5 x}{x^2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(5 - \frac{4}{\cos x} \right)^{1/\sin^2 3x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 5x + 5} \right)^{3x+2}.$$

$$157. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+3x)^3 - 27x^3}{(1+2x)^2 + 4x^2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{\sin^2 2x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{5x} - 2^x}{x - \sin 9x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+2} \right)^x.$$

$$158. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2-3x)^2}{(x-2)^3 - (x+2)^3};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + 2x + 1};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2(1-x)}{\sqrt{x} - 1};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-2x}}{2 \operatorname{arctg} x - \sin x};$$

$$\text{д) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1} \right)^{-n^2}.$$

$$159. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^3 - (x-2)^3}{x^2 + 2x - 4};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2};$$

$$\text{в)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 4x}{x \sin 3x};$$

$$\text{г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\ln(1 + 2x)};$$

$$\text{д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 - 5x}{3x^2 - 5x + 7} \right)^{x+1}.$$

$$160. \text{ а)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^3 + (x+2)^3}{(x+4)^3 + (x+5)^3};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3 - 3x^2 + 4};$$

$$\text{в)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{ctg} 5x}{\sin 3x};$$

$$\text{г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - e^{-2x}}{\sin x - 2x};$$

$$\text{д)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 21x - 7}{2x^2 + 18x + 9} \right)^{2x+1}.$$

161–170. Найти точки разрыва функций, исследовать их характер:

а) построить графики функций (схематично);

б) исследовать на непрерывность функцию на соответствующих отрезках.

$$161. \text{ а)} y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x-3};$$

$$\text{б)} y = \frac{1}{(x-1)(x-6)} \text{ на отрезках } [2, 5], [4, 10], [0, 7].$$

162. а) $y = \frac{1}{2 + 3^{\frac{1}{x}}};$

б) $y = \frac{1}{(x+1)(x-4)}$ на отрезках $[-4, -2], [0, 3], [4, 10]$.

163. а) $y = \frac{x}{x-4};$

б) $y = \frac{1}{x^2 - 26x + 25}$ на отрезках $[-1, 2], [4, 10], [17, 30]$.

164. а) $y = e^{\frac{1}{x-6}};$

б) $y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$ на отрезках $[-1, 2], [-7, 3], [4, 10]$.

165. а) $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{2-x};$

б) $y = \frac{1}{x^2 + 5x + 6}$ на отрезках $[-12, -5], [-7, -2], [-4, 10]$.

166. а) $y = 4^{\frac{1}{1-x}};$

б) $y = \frac{1}{x^2 - 4x - 5}$ на отрезках $[-2, 1], [0, 6], [4, 10]$.

167. а) $y = e^{\frac{1}{x+3}};$

б) $y = \frac{1}{x^2 - 9}$ на отрезках $[-7, -1], [0, 4], [-1, 2]$.

168. а) $y = \frac{1}{3 + 5^{\frac{1}{x-2}}};$

б) $y = \frac{1}{x^2 - 2x - 3}$ на отрезках $[-7, 0], [0, 5], [4, 9]$.

169. а) $y = \frac{|x-2|}{x-2};$

б) $y = \frac{1}{x^2 - 6x + 8}$ на отрезках $[-4, 0], [0, 8], [5, 9]$.

170. а) $y = 15^{\frac{1}{x-4}}$;

б) $y = \frac{1}{x^2 - 8x + 12}$ на отрезках $[-5, 0]$, $[0, 7]$, $[1, 5]$.

171–180. Задана функция $y = f(x)$. Найти точки разрыва функции, если они существуют, исследовать их характер. Сделать чертеж.

$$171. y = \begin{cases} 2x^2 - 1, & x < 1 \\ 6 - 5x, & 1 \leq x \leq 3 \\ 2^{\frac{1}{x-3}}, & x > 3 \end{cases}$$

$$172. y = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 0 \\ 1, & 0 < x \leq 2 \\ 3^{\frac{1}{x-2}}, & x > 2 \end{cases}$$

$$173. y = \begin{cases} \cos x, & x \leq \frac{\pi}{2} \\ x, & \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \\ \pi, & x > \pi \end{cases}$$

$$174. y = \begin{cases} x^2 + 3, & x \leq 0 \\ 5x + 3, & 0 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$175. y = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & x \leq 0 \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x < \frac{\pi}{4} \\ 1, & x \geq \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$176. y = \begin{cases} -\frac{x}{3}, & x \leq 0 \\ \sin x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ x - \frac{\pi}{2}, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$177. y = \begin{cases} 2^{\frac{1}{x-3}}, & x < 3 \\ x - 4, & 3 \leq x \leq 6 \\ -x^2 + 38, & x > 6 \end{cases}$$

$$178. y = \begin{cases} 2\sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - 2x, & 1 < x \leq 2,5 \\ 2x - 7, & x > 2,5 \end{cases}$$

$$179. y = \begin{cases} -\frac{x}{2}, & x \leq 0 \\ \cos x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ x - \frac{\pi}{2}, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$180. y = \begin{cases} 1 - x^2, & x \leq 0 \\ 1, & 0 < x \leq 3 \\ 2^{\frac{1}{x-3}}, & x > 3 \end{cases}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 2. М.: Наука, 1985.
2. Бугров Я. С., Никольский С. М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Наука, 1984.
3. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. М.: Наука, 1981.
4. Щипачев В. С. Основы высшей математики. М.: Высш. шк., 1989.
5. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевников Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Т. 2. М.: Высш. шк., 1986.