Контрольная работа № 2:
Элементы аналитической геометрии

Варианты контрольных заданий

Студент должен выполнять контрольную работу по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой его зачетной книжки.

Вариант	Номера задач контрольной работы № 2						
1	**61**	**71**	**81**	**91**	**101**	**111**	**121**
2	**62**	**72**	**82**	**92**	**102**	**112**	**122**
3	**63**	**73**	**83**	**93**	**103**	**113**	**123**
4	**64**	**74**	**84**	**94**	**104**	**114**	**124**
5	**65**	**75**	**85**	**95**	**105**	**115**	**125**
6	**66**	**76**	**86**	**96**	**106**	**116**	**126**
7	**67**	**77**	**87**	**97**	**107**	**117**	**127**
8	**68**	**78**	**88**	**98**	**108**	**118**	**128**
9	**69**	**79**	**89**	**99**	**109**	**119**	**129**
10	**70**	**80**	**90**	**100**	**110**	**120**	**130**

Условия заданий контрольных работ

61. Уравнение одной из сторон квадрата $x+3y-5=0$. Составить уравнения трех остальных сторон квадрата, если $P(-1;0)$ – точка пересечения его диагоналей. Сделать чертеж.

62. Даны уравнения одной из сторон ромба $x-3y+10=0$ и одной из его диагоналей $x+4y-4=0$; диагонали ромба пересекаются в точке $P(0;1)$. Найти уравнения остальных сторон ромба. Сделать чертеж.

63. Уравнения двух сторон параллелограмма $x+2y+2=0$ и $x+y-4=0$, а уравнение одной из его диагоналей $x-2=0$. Найти координаты вершин параллелограмма. Сделать чертеж.

64. Даны две вершины $A(-3;\ 3)$ и $B(5;-1)$ и точка $D(4;\ 3)$ пересечения высот треугольника. Составить уравнения его сторон. Сделать чертеж.

65. Даны вершины $A(-3,-2)$, $B(4;-1)$, $C(1;\ 3)$ трапеции $ABCD$ $(AD||BC)$. Известно, что диагонали трапеции взаимно перпендикулярны. Найти координаты вершины D этой трапеции. Сделать чертеж.

66. Даны уравнения двух сторон треугольника $5x-4y+15=0$ и $4x+y-9=0$. Его медианы пересекаются в точке $P(0;\ 2)$. Составить уравнение третьей стороны треугольника. Сделать чертеж.

67. Даны вершины $A(2,-2)$, $B(3;\ -1)$, $P(1;\ 0)$ пересечения медиан треугольника ABC. Составить уравнение высоты треугольника, проведенной через третью вершину C. Сделать чертеж.

68. Даны уравнения двух высот треугольника $x+y=4$ и $y=2x$ и одна из его вершин $A(0;\ 2)$. Составить уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж.

69. Даны уравнения двух медиан треугольника $x-2y+1=0$ и $y-1=0$ и одна из его вершин $A(1;\ 3)$. Составить уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж.

70. Две стороны треугольника заданы уравнениями $5x-2y-8=0$ и $3x-2y-8=0$, а середина третьей стороны совпадает с началом координат. Составить уравнение этой стороны. Сделать чертеж.

71. Составить уравнение и построить линию, расстояние каждой точки которой от начала координат и от точки $A(5;\ 0)$ относятся как 2:1.

72. Составить уравнение и построить линию, расстояние каждой точки которой от точки $A(-1;\ 0)$ вдвое меньше расстояния ее от прямой $x=-4$.

73. Составить уравнение и построить линию, расстояние каждой точки которой от точки $A(2;\ 0)$ и от прямой $5x+8=0$ относятся как 5 : 4.

74. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой находится вдвое дальше от точки $A(4;\ 0)$, чем от точки $B(1;0)$.

75. Составить уравнение и построить линию, расстояние каждой точки которой от точки $A(2;\ 0)$и от прямой $2x+5=0$ относятся как 4 : 5.

76. Составить уравнение и построить линию, расстояние каждой точки которой от точки $A(3;\ 0)$ вдвое меньше расстояния от точки $B(26;0)$.

77. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой одинаково удалена от точки $A(0;\ 2)$ и от прямой $y-4=0$.

78. Составить уравнение и построить линию, расстояние каждой точки которой от начала координат и от точки $A(3;\ 0)$относятся как 1 : 2.

79. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой равноудалена от точки $A(2;\ 6)$ и от прямой $y+2=0$.

80. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой отстоит от точки $A(-4;\ 0)$ втрое дальше, чем от начала координат.

81–90. Привести заданное уравнение линии второго порядка к каноническому виду и построить ее.

81. $2x^2 - y^2 + x + 2y = 0.$

82. $x^2 + y^2 = 2x + 4y.$

83. $2x^2 + 3y^2 - 4x + 6x = 0.$

84. $x^2 + 4y^2 + 1 = 2y.$

85. $2x^2 + y^2 + 6y = 0.$

86. $2x - x^2 + 2y^2 = 0.$

87. $2x^2 - y^2 + 4y = 0.$

88. $x + 2y - y^2 = 0.$

89. $2x^2 + x + 2y^2 - 4y = 0.$

90. $x^2 + 2x + 4y^2 = 2.$

91–100. Даны уравнение плоскости P $Ax + By + Cz + D = 0,$

канонические уравнения прямой L

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n} = \frac{z - z_0}{l}$$

и координаты двух точек E и F.

Найти: 1) уравнение плоскости, проходящей через точку E параллельно плоскости P;

2) уравнение плоскости, проходящей через точку F перпендикулярно прямой L;

3) угол между плоскостью P и прямой L;

4) расстояние от точки E до плоскости P;

5) уравнение плоскости, проходящей через начало координат и точки E и F.

91. P: $5x-y+2z+1=0$; $E(1,-1,2)$, $F(1,3,3)$;

$$L:\quad \frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{3}\ .$$

92. P: $2x+2y+z-5=0$; $E(-1,0,3)$, $F(0,2,2)$;

$$L:\quad \frac{x}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+5}{2}\ .$$

93. P: $x+5y-z+7=0$; $E(2,1,3)$, $F(0,-1,2)$;

$$L:\quad \frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{3}\ .$$

94. P: $2x+y-z+6=0$; $E(2,3,4)$, $F(-1,0,1)$;

$$L:\quad \frac{x+2}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+3}{1}\ .$$

95. P: $3x+y-5z+4=0$; $E(1,-3,2)$, $F(2,4,1)$;

$$L:\quad \frac{x+3}{2}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{4}\ .$$

96. P: $2x+5y-4z=0$; $E(1,1,1)$, $F(-1,0,3)$;

$$L:\quad \frac{x+3}{-3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{-5}\ .$$

97. P: $3x+y-5z-1=0$; $E(1,2,-4)$, $F(3,1,1)$;

$$L:\quad \frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+1}{-1}\ .$$

98. P: $6x-5y+8z+1=0$; $E(1,0,1)$, $F(-1,3,2)$;

$$L:\quad \frac{x+3}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{4}\ .$$

99. P: $6x-y+z+3=0$; $E(-1,0,-1)$, $F(2,1,3)$;

$$L: \quad \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{4} \;.$$

100. *P:* $6x+8z-4=0$; $E(-1, 3, 0)$, $F(2, 1, 2)$;

$$L: \quad \frac{x+3}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2} \;.$$

101–110. Построить тело, ограниченное заданными поверхностями.

101. $z = x^2 + y^2 - 8,\ z = 0.$

102. $z = 10 - y^2,\ z = 0,\ x = 0,\ x = 8.$

103. $x^2 + y^2 = 4,\ z = 0,\ z = 4,\ x + y = 2.$

104. $x^2 - y^2 - z^2 = 2,\ x^2 = 16.$

105. $x^2 - y^2 - z^2 - 2 = 0,\ x = 4,\ x = -4.$

106. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} - \frac{z^2}{9} = 1,\ z = 0,\ z = 4.$

107. $y^2 = 2x^2 + 1,\ z(z-4) = 0,\ x^2 = 1.$

108. $2x^2 + y^2 = 4y,\ z^2 - 16 = 0.$

109. $(x-1)^2 + y^2 - 4z + 8 = 0,\ z - 8 = 0.$

110. $x^2 + y^2 + 2z = 8,\ z = 0.$

111–120. Линия задана уравнением ρ=ρ(φ) в полярной системе координат. Требуется: построить линию по точкам начиная от φ=0 до φ=2π, придавая значения с шагом π/8; найти уравнение данной линии в декартовой прямоугольной системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью.

111. $\rho = 2\cos^3\varphi$.

112. $\rho = \sin 2\varphi$.

113. $\rho = 2\cos\varphi + 1$.

114. $\rho = 2(1 - \cos\varphi)$.

115. $\rho = 2\cos 2\varphi$.

116. $\rho = \cos 3\varphi$.

117. $\rho = \sin 3\varphi$.

118. $\rho = \sin 4\varphi$.

119. $\rho^2 = \sin 2\varphi$.

120. $\rho = (1 + \sin\varphi)/\cos(\varphi)$.

121–130. Выполнить следующие задания.

1. Решить уравнение $\alpha \cdot x + \beta = \gamma \cdot \delta$.

2. Найти значение выражения $z = z_1 + \dfrac{{z_2}^3}{z_3}$.

3. Найти и изобразить на комплексной плоскости корни уравнения $z^n = \alpha$.

121. 1. $(3+3i)x + 1 - 3i = (4-2i)(2-2i)$.

2. $z_1 = \sqrt{2}e^{-\frac{\pi}{4}i}$; $z_2 = -1 + i\sqrt{3}$; $z_3 = 4e^{\pi i}$.

3. $\alpha = 1 + i\sqrt{3}$; $n = 3$.

122. 1. $(2+3i)x + 9 + 7i = (3-2i)(3+2i)$.

2. $z_1 = 2\sqrt{2}e^{\frac{5\pi}{4}i}$; $z_2 = 2 + i\sqrt{12}$; $z_3 = 8e^{\frac{\pi}{2}i}$.

3. $\alpha = 4i$; $n = 4$.

123. 1. $(1+2i)x + 6 + 5i = (2-3i)(2+2i)$.

2. $z_1 = 3\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{4}i}$; $z_2 = -\sqrt{3} + i$; $z_3 = 2e^{-\pi i}$.

3. $\alpha = -2 + i\sqrt{12}$; $n = 3$.

124. 1. $(3+i)x - 7 - 7i = (4-4i)(1-i)$.

2. $z_1 = \sqrt{2}e^{\frac{7\pi}{4}i}$; $z_2 = -\sqrt{12} - 2i$; $z_3 = 16e^{\frac{3\pi}{2}i}$.

3. $\alpha = -4i$; $n = 4$.

125. 1. $(1-2i)x + 3 - 3i = (2-7i)(1+i)$.

2. $z_1 = 2\sqrt{2}e^{-\frac{3\pi}{4}i}$; $z_2 = \sqrt{3} + i$; $z_3 = 4e^{-\frac{\pi}{2}i}$.

3. $\alpha = -\sqrt{6} + i\sqrt{2}$; $n = 3$.

126. 1. $\left(3+4i\right)x - 9 + i = \left(4-i\right)\left(1+i\right)$.

2. $z_1 = 3\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$; $z_2 = -2 + i\sqrt{12}$; $z_3 = 8e^{\pi i}$.

3. $\alpha = -2 - i\sqrt{12}$; $n = 4$.

127. 1. $(1+3i)x+1+5i=(2-2i)(3+i)$.

2. $z_1=\sqrt{2}e^{-\frac{5\pi}{4}i}$; $z_2=\sqrt{6}-i\sqrt{2}$; $z_3=2\sqrt{2}e^{-\frac{3\pi}{2}i}$.

3. $\alpha=-\sqrt{3}-i$; $n=3$.

128. 1. $(2+3i)x+7+4i=(3-2i)(4+3i)$.

2. $z_1=2\sqrt{2}e^{-\frac{7\pi}{4}i}$; $z_2=-\sqrt{6}+i\sqrt{2}$; $z_3=4\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{2}i}$.

3. $\alpha=-2+i\sqrt{12}$; $n=4$.

129. 1. $(2+2i)x-7-5i=(3-3i)(1-4i)$.

2. $z_1=3\sqrt{2}e^{-\frac{\pi}{4}i}$; $z_2=1+i\sqrt{3}$; $z_3=2e^{-\frac{\pi}{2}i}$.

3. $\alpha=\sqrt{6}-i\sqrt{2}$; $n=3$.

130. 1. $(2+3i)x-1-8i=(3-2i)(4-4i)$.

2. $z_1=\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{4}i}$; $z_2=-2+i\sqrt{12}$; $z_3=4e^{-\pi i}$.

3. $\alpha=-16i$; $n=4$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 2. М.: Наука, 1985.

2. Бугров Я. С., Никольский С. М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Наука, 1984.

3. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. М.: Наука, 1981.

4. Щипачев В. С. Основы высшей математики. М.: Высш. шк., 1989.

5. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевников Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Т. 2. М.: Высш. шк., 1986.