|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Исходная схема | Параметры системы |
|  | D11-pic040large | Дано: *m*1, *m*2, *m*3; *R*1, *R*2, *r*2, *i*2; *M* = const; *M*c= const; *T*0 = 0, *s.*Найти: *v*3. |
|  |  |  |
|  |  |  |

**ТЕОРЕМА ОБ ИЗМЕНЕНИИИ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ**

Механическая система, состоящая из дисков 1 и 2 и груза 3, начинает движение в вертикальной плоскости из состояния покоя под действием постоянного момента *M* или постоянной силы *P*. На диск 2 действует постоян­ный момент сил сопротивления *M*c.

**Определить скорость *v*3 груза 3 после его перемещения на расстояние *s.***

*m*1 – масса диска 1;

*m*2 – масса диска 2;

*m*3 – масса груза 3;

*R*1, *r*1 – радиусы большой и малой окружностей диска 1;

*i*1 – радиус инерции диска 1 (если *i*1 не задан, то диск 1 считается

 однородным диском);

*R*2, *r*2 – радиусы большой и малой окружностей диска 2;

*i*2 – радиус инерции диска 2 (если *i*2 не задан, то диск 2 считается

 однородным диском);

 *M*  – постоянный движущий момент;

 *P*  – постоянная движущая сила;

*M*c – постоянный момент сил сопротивления;

*T*0 - начальная кинетическая энергия данной системы (*T*0 = 0);

*s* – расстояние, пройденное грузом 3;

*v*3 – искомая скорость груза 3 в конечном положении механической

 системы.

Пример выполнения задания

|  |
| --- |
|  |
|  Пример решения задачи |

Одностепенной механизм (рис. 1) состоит из трех подвижных твердых тел – звеньев, соединенных нерастяжимым тросом: ползуна 1 массой , колеса 2 массой, радиуса, центрального радиуса инерции  и колеса 3 массой , радиуса , радиуса инерции .

В начальное мгновение  механизм не имел скорости. Принимая за обобщенную координату  направленное смещение  груза 1, т.е. полагая , найти скорость груза , как функцию перемещения . При этом считать, что имеется сухое трение груза об опору с известным коэффициентом трения  и момент трения качения с коэффициентом трения δ; заданы углы α и β наклонной поверхности. Все величины заданы в СИ.

Решение: Пусть  – обобщенное перемещение механизма,  – обобщенная скорость,  - обобщенное ускорение. Покажем механизм в движении, в его произвольном «положительном состоянии», когда фазовые координаты , .

Покажем веса , , , а также - идеальные (не имеющие мощности) реакции голономных связей: , , , где, очевидно, , .

Имеем силы трения и моменты пар сил трения , .

Звено 1 - выполняет прямолинейное поступательное движение,

Звено 2 – вращательное движение с угловой скоростью ,

Звено 3 – плоское движение со скоростью центра масс , угловой скоростью .

Найдем мощность системы сил, приложенных к механизму посредством скалярного умножения сил на скорости их точек приложения:

,

или



Обобщенная сила механизма по обобщенной координате *s* (обобщенная скорость ) находится из мощности приложенных сил  по формуле



Окончательное выражение для обобщенной силы



или

 (9)

Из выражения (9) видно, что обобщенная сила не зависит от времени , поэтому работа системы сил на перемещении из начального положения () в произвольное конечное положение () равна

 (Нм≡Дж), (10)

где  – получено ранее (9).

Теперь найдем к кинетической энергии механизма в произвольном его состоянии, задаваемом векторной строкой []

Она состоит из кинетической энергии трех подвижных звеньев.

1) кинетическая энергия поступательного движения звена равна 

2) $\frac{mv^{2}}{2}$вращательного движения $\frac{J\_{z}w^{2}}{2}$ $\frac{mi\_{z}^{2}w^{2}}{2}$,

3) плоского движения: $\frac{mi\_{lz}^{2}w^{2}}{2}$, где  – ось, проведенная через центр масс перпендикулярной плоскости движения.

Находим двойную кинетическую энергию механической системы 

или



Общий множитель при квадрате обобщенной скорости в двойной кинетической энергии называется приведенным коэффициентом инерции механизма, или, более точно для данного случая - приведенной массой механизма (т.к. в качестве обобщенной была выбрана линейная координата):

  (11)

Подставляя результаты (11) и (9) в (7) и учитывая условие задачи . получаем ответ

,

или

,  (7)

Выражение (7) дает взаимосвязь между перемещением  груза (1) и его скоростью .