

Государственный комитет РСФСР по делам науки и высшей школы

Ленинградский ордена Ленина и ордена Октябрьской Революции
электротехнический институт имени В.И.Ульянова (Ленина)

Методические указания
к индивидуальным заданиям и
самостоятельной работе
по разделу
"ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ И ТЕРМОДИНАМИКИ"



Санкт-Петербург
1991

Методические указания к индивидуальным заданиям и самостоятельной работе по разделу "Элементы статистической физики и термодинамики" / Сост.: Ю.Е.Зайцев, Т.К.Кудрявцева, С.Г.Федин, И.А.Шахова; Под ред. С.Г.Федина; ЛЭТИ. - С.-Пб., 1991. - 32 с.

Методические указания содержат вопросы, задачи и индивидуальные задания по темам: 1. Элементы статистической физики. 2. Основы термодинамики. 3. Статистическая обработка результатов многократного измерения физической величины. В приложении приведены сведения, необходимые для правильной обработки прямых и косвенных измерений физических величин и выполнения заданий темы 3.

Предназначены для студентов всех специальностей.

У т в е р ж д е н о
редакционно-издательским советом института
в качестве методических указаний

I.1. Ответьте на вопросы. Что такое модель идеального газа? При каких условиях применима эта модель? Чем отличаются статистический и термодинамический методы описания молекулярных макросистем? Как определить массу одной молекулы данного вещества? В чем заключается молекулярно-кинетическое толкование абсолютной температуры? Как связаны параметры состояния некоторой массы газа при изотермическом, изобарическом, изохорическом и адиабатическом процессах? В чем заключается закон Дальтона?

Как определяется среднее значение физической величины по известной функции распределения вероятности? Чем отличается равновесное распределение от других? Чем отличаются средняя, средняя квадратичная и наиболее вероятная скорости? Как зависят от температуры коэффициенты вязкости, теплопроводности, диффузии? Как зависят эти коэффициенты от концентрации молекул газа? Как определяется эффективное сечение рассеяния? Зависит ли оно от температуры?

Чему равно среднее значение пробега молекулы вдоль оси, если $\lambda = 1,7$ мкм? Во сколько раз возрастет средняя длина свободного пробега молекул двухатомного газа, если его давление уменьшилось вдвое при изотермическом расширении? При адиабатическом расширении? Чему равен статистический вес 5 г газа, если статистический вес 1 г газа при тех же условиях равен Ω ?

На какой высоте молекула воздуха испытывает одно соударение в секунду? Представьте себе вертикальный столб воздуха, проходящий через всю атмосферу. На какой высоте находится его центр масс? Во сколько раз изменится отношение концентраций азота и кислорода при подъеме на 3 км вверх? Чему равно давление воздуха на высоте, ниже которой находится 50% массы всей атмосферы? Каково изменение высоты, если показания барометра-высотомера изменились на 10%?

I.2. Дайте определения следующих понятий: состояние системы, процесс, релаксация, внутренняя энергия U , политропический процесс, статистический ансамбль, функция распределения вероятностей F , макросостояние, микросостояние, статистический вес (термоди-

налическая вероятность) Ω , сечение рассеяния σ , средняя длина свободного пробега λ , диффузия, теплопроводность, внутреннее трение.

I.3. Дайте пояснения к формулам:

$$\mu = N_A m_0; \quad (I.1)$$

$$\frac{PV}{T} = \frac{m}{\mu} R; \quad (I.2)$$

$$P = \frac{2}{3} n \left\langle \frac{m_0 v^2}{2} \right\rangle = \frac{2}{3} n \langle \epsilon_k \rangle; \quad (I.3)$$

$$P = nkT; \quad (I.4)$$

$$\langle \epsilon_k \rangle = \left\langle \frac{m_0 v^2}{2} \right\rangle = \frac{3}{2} kT; \quad (I.5)$$

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_k; \quad (I.6)$$

$$R = kN_A; \quad (I.7)$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}; \quad (I.8)$$

$$v_{\text{ср. кв}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}; \quad (I.9)$$

$$v_{\text{вер}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}; \quad (I.10)$$

$$F(v) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT} \right) 4\pi v^2; \quad (I.11)$$

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT} \right); \quad (I.12)$$

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT} \right); \quad (I.13)$$

$$F(\epsilon_p) = \frac{1}{V} \exp\left(-\frac{\epsilon_p}{kT} \right); \quad (I.14)$$

$$F(l) = \frac{1}{\lambda} \exp\left(-\frac{l}{\lambda} \right); \quad (I.15)$$

$$\sigma = \pi d^2; \quad (I.16)$$

$$\nu = \sqrt{2} \pi d^2 \langle v \rangle n; \quad (I.17)$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}; \quad (I.18)$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma n}; \quad (I.19)$$

$$\rho = \frac{m}{V}; \quad (I.20)$$

$$K = -\eta \frac{du}{dx} S; \quad (I.21)$$

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \lambda; \quad (I.22)$$

$$q = -\alpha \frac{dT}{dx} S; \quad (I.23)$$

$$\alpha = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \lambda c_v; \quad (I.24)$$

$$m = -D \frac{d\rho}{dz} S; \quad (I.25)$$

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda. \quad (I.26)$$

I.4. Решите задачи.

1) Пусть имеется N частиц, энергия которых может принимать лишь два значения ξ_1 и ξ_2 . Частицы находятся в равновесном состоянии при температуре T . Чему равна суммарная энергия всех частиц в этом состоянии?

2) Найти среднюю потенциальную энергию молекул газа в земной атмосфере.

3) Вывести зависимость средней длины свободного пробега молекулы в атмосфере от высоты над уровнем моря, считая температуру постоянной.

4) Вывести зависимость коэффициентов диффузии, вязкости и теплопроводности от высоты, считая температуру постоянной.

5) Вследствие хаотичности движения молекул их длины свободного пробега могут меняться в широких пределах. Будем откладывать по оси ординат логарифмы числа молекул, длина свободного пробега которых больше некоторого расстояния l , а по оси абсцисс — само расстояние l . Как будет выглядеть полученный график? Как на основании этого графика определить среднюю длину свободного пробега?

6) Какой толщины была бы атмосфера, если бы плотность воздуха оставалась постоянной и равной своему значению у поверхности Земли ($\rho = 1,3 \text{ кг/м}^3$)?

I.5. Выполните индивидуальные задания. В некоторой лаборатории была проведена серия экспериментов по определению скорости теплового движения молекул различных газов. Экспериментальные функции распределения вероятностей $F(v)$ были аппроксимированы ломаными, приведенными на рис. I.1 — I.16. Концентрация молекул составляла $n = N_0 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$ (здесь N_0 — номер варианта). Площадь эффективного сечения можно считать равной: для водорода $2 \cdot 10^{-20} \text{ м}^2$, для азота и кислорода $4 \cdot 10^{-20} \text{ м}^2$, для углекислого газа и паров воды $6 \cdot 10^{-20} \text{ м}^2$.

Определить:

- 1) константу A , пользуясь условием нормировки [с. 19, (3.11)];
- 2) среднюю скорость теплового движения молекул;
- 3) наиболее вероятную скорость;
- 4) среднюю квадратичную скорость;
- 5) среднюю длину свободного пробега;
- 6) температуру газа;
- 7) коэффициенты диффузии, вязкости, теплопроводности газа;
- 8) число соударений молекул газа за 1 с.

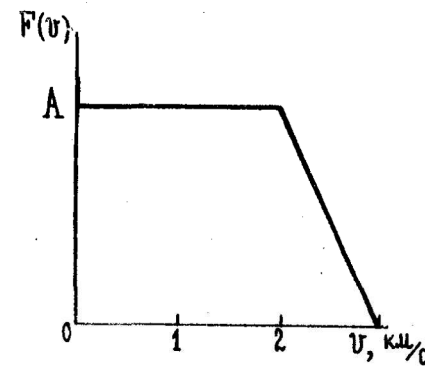


Рис. I.1. Водород

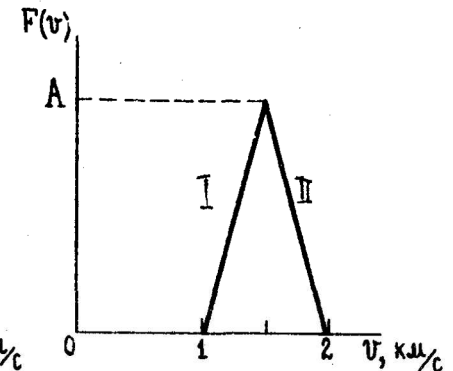


Рис. I.2. Водород

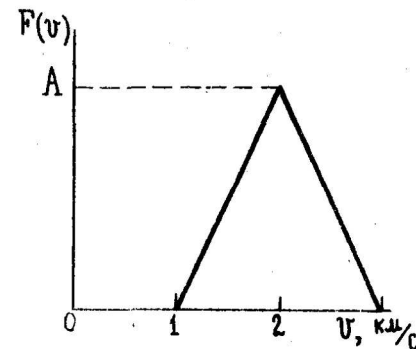


Рис. I.3. Водород

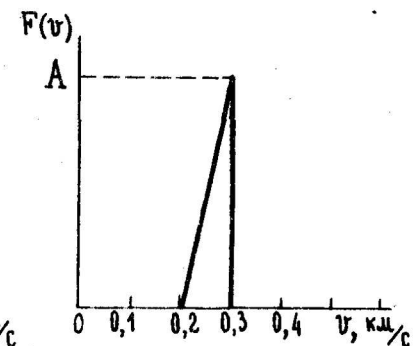


Рис. I.4. Углекислый газ

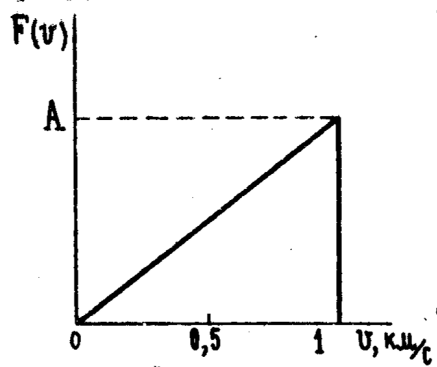


Рис. I.5. Кислород

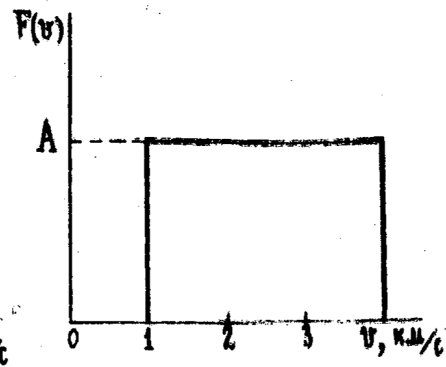


Рис. I.6. Водород

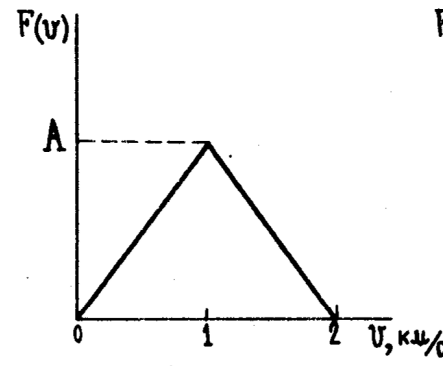


Рис. I.11. Кислород

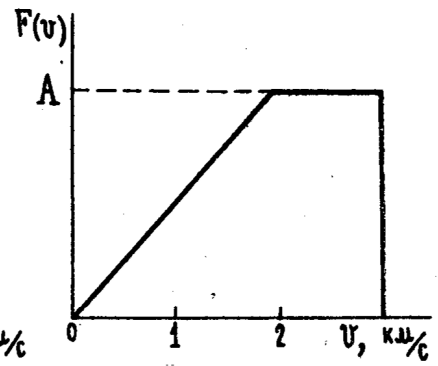


Рис. I.12. Пары воды

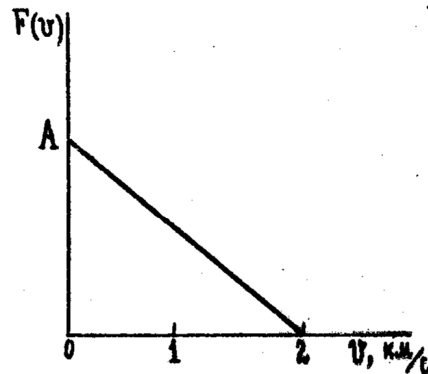


Рис. I.7. Кислород

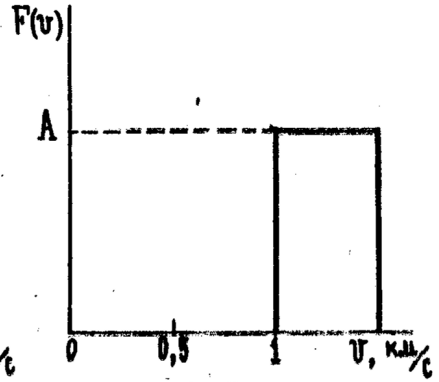


Рис. I.8. Пары воды

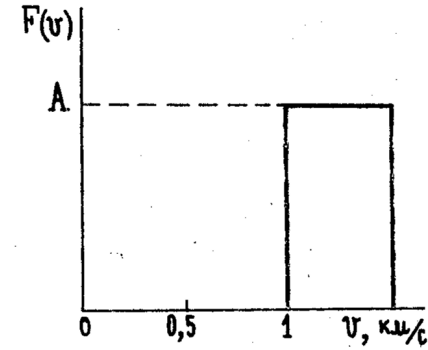


Рис. I.13. Азот

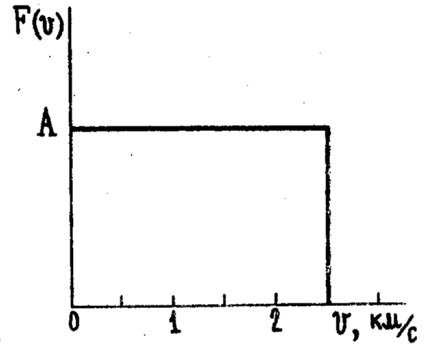


Рис. I.14. Углекислый газ

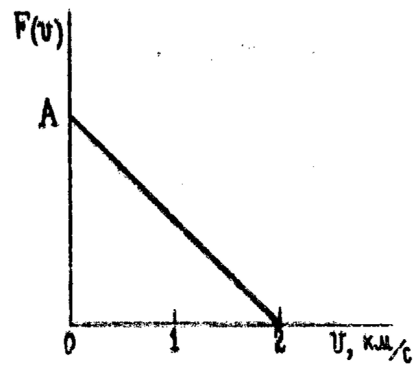


Рис. I.9. Углекислый газ

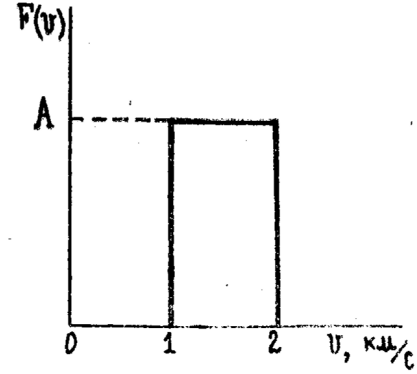


Рис. I.10. Пары воды

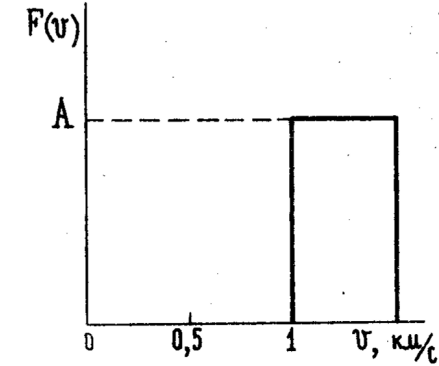


Рис. I.15. Кислород

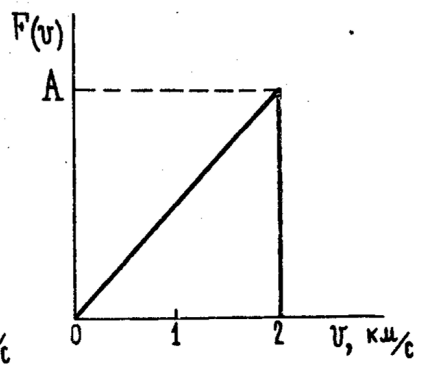


Рис. I.16. Азот

2. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

2.1. Ответьте на вопросы. В чем заключается закон равномерного распределения энергии по степеням свободы молекул? Почему на одну колебательную степень свободы приходится энергия, в два раза большая, чем на одну поступательную или вращательную? Как в термодинамике формулируется закон сохранения энергии? Чем обусловлена ограниченность применимости классической молекулярно-кинетической теории теплоемкости газа? Каков физический смысл универсальной газовой постоянной? Почему теплоемкость при постоянном давлении больше, чем теплоемкость при постоянном объеме? Во всех ли процессах энтропия возрастает? Какие параметры являются функциями состояния термодинамической системы, а какие нет? Как связаны энтропия и термодинамическая вероятность? В чем заключается эргодическая гипотеза? Чему равно изменение внутренней энергии при изотермическом процессе? Почему необходимым элементом тепловой машины является холодильник? Чем ограничен КПД тепловой машины? Как будет изменяться энтропия термодинамической системы, если ее абсолютная температура стремится к нулю? Как в этом случае будет изменяться ее теплоемкость? Какая работа будет совершаться газом при его изохорическом нагревании? Будет ли изменяться температура газа при его адиабатическом расширении? Как изменяется внутренняя энергия газа при его изобарическом расширении? При изохорическом охлаждении? Как по графику зависимости давления от объема определить работу, совершенную газом? Работу, совершенную над газом?

2.2. Дайте определения следующих понятий: удельная теплоемкость, молярная теплоемкость, теплоемкость тела, теплоемкость при постоянном давлении, теплоемкость при постоянном объеме, степень свободы, обратимые и необратимые процессы, тепловой двигатель, холодильная машина, круговой процесс (цикл), энтропия, флуктуации, показатель политропы, коэффициент Пуассона, цикл Карно.

2.3. Дайте пояснения к формулам:

$$C = \mu C_{\text{уд}}; \quad (2.1)$$

$$C_V = \frac{i}{2} R; \quad (2.2)$$

$$C_p = C_V + R; \quad (2.3)$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}; \quad (2.4)$$

$$PV^\gamma = \text{const}; \quad (2.5)$$

$$\epsilon = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT; \quad (2.6)$$

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2i_{\text{кол}}; \quad (2.7)$$

$$U = N \langle \epsilon_k \rangle = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT; \quad (2.8)$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV; \quad (2.9)$$

$$A_p = P(V_2 - V_1); \quad (2.10)$$

$$A_T = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}; \quad (2.11)$$

$$A_Q = \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]; \quad (2.12)$$

$$Q = A + \Delta U; \quad (2.13)$$

$$\delta Q = c dT; \quad (2.14)$$

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}; \quad (2.15)$$

$$\eta_{max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}; \quad (2.16)$$

$$S = k \ln \Omega; \quad (2.17)$$

$$dS = \frac{\delta Q}{T}; \quad (2.18)$$

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}; \quad (2.19)$$

$$S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu} \left(c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right); \quad (2.20)$$

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0; \quad (2.21)$$

$$\oint dS = 0; \quad (2.22)$$

$$S_{\Sigma} = S_1 + S_2 + \dots \quad (2.23)$$

2.4. Выполните индивидуальные задания. Рабочим телом тепловой машины является идеальный двухатомный газ, причем в процессе работы количество его вещества остается постоянным. Число молей газа считайте равным номеру варианта. Тепловая машина работает по замкнутому циклу, состоящему из политропических процессов. Варианты этих циклов представлены на рис.2.1 - 2.16. Некоторые параметры характерных точек приведены в табл.2.1.

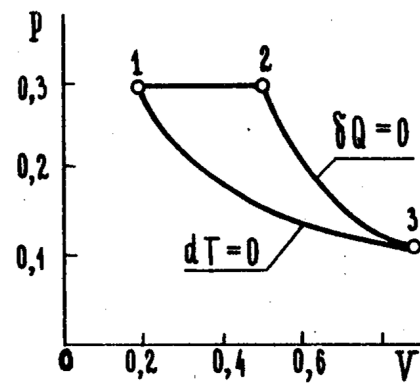


Рис.2.1

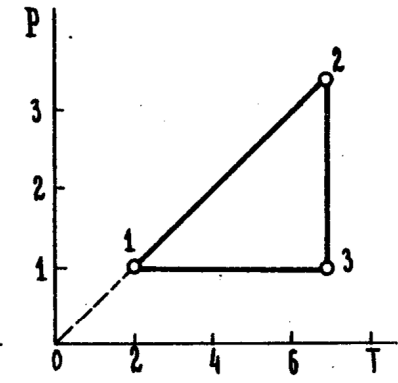


Рис.2.2

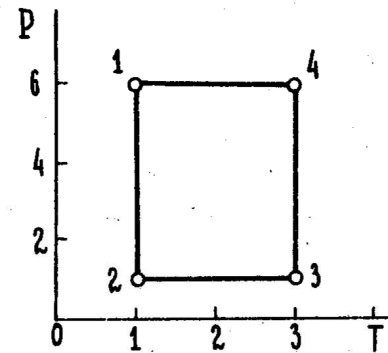


Рис.2.3

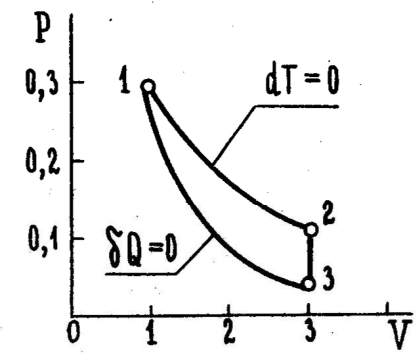


Рис.2.4

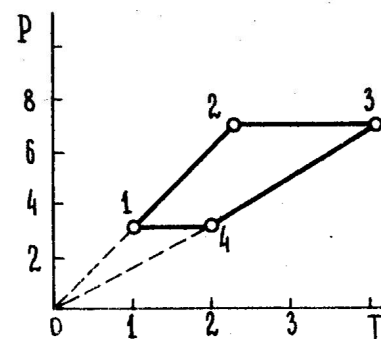


Рис.2.5

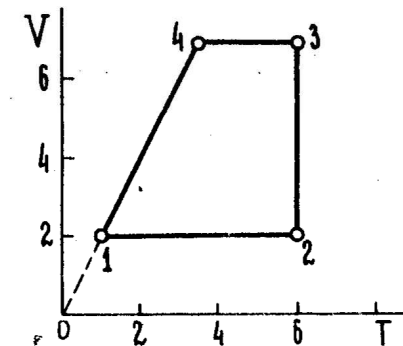


Рис.2.6

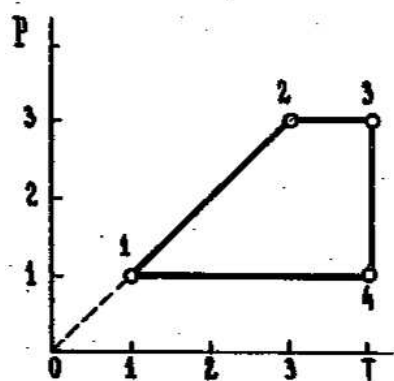


Рис.2.7

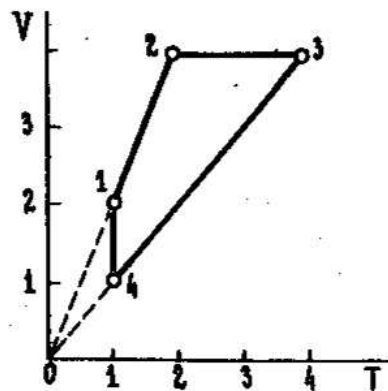


Рис.2.8

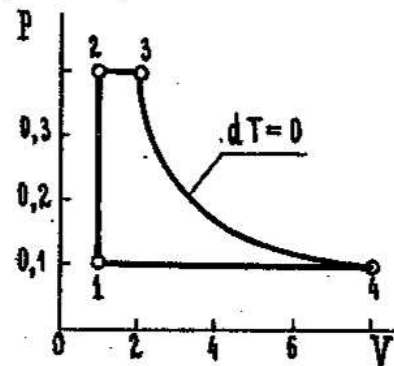


Рис.2.13

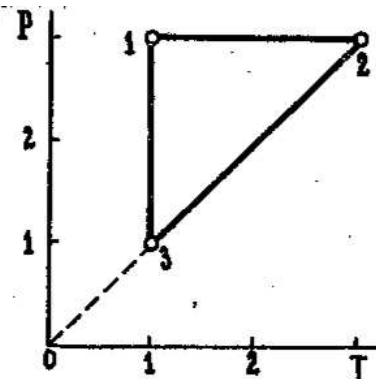


Рис.2.14

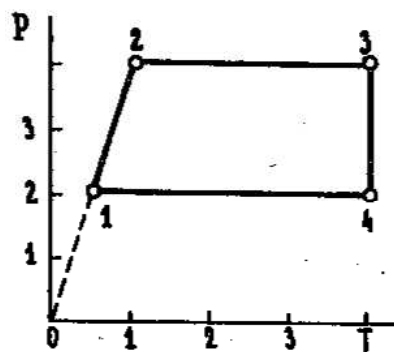


Рис.2.9

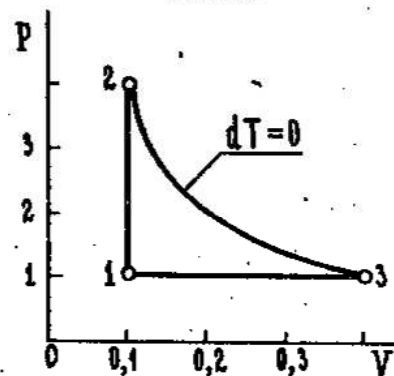


Рис.2.10

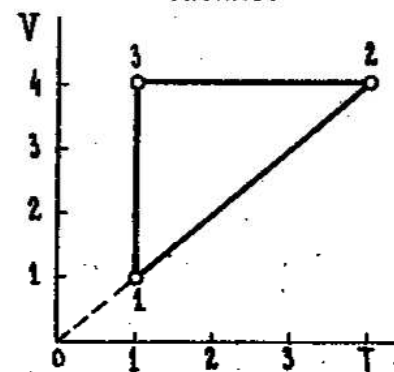


Рис.2.15

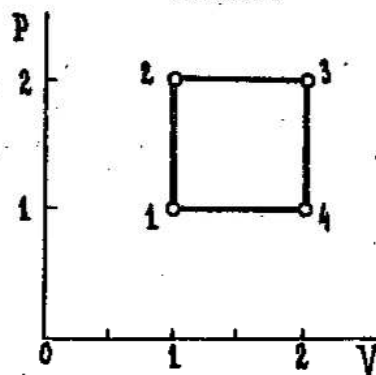


Рис.2.16

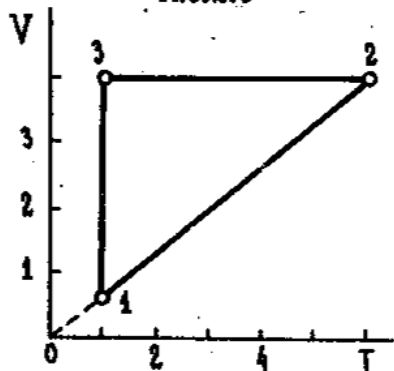


Рис.2.11

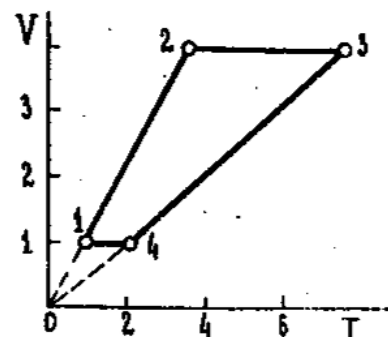


Рис.2.12

1) Вычислить параметры характерных точек цикла, вместо которых в табл.2.1 стоят вопросительные знаки^{*}).

2) Пользуясь результатами, полученными в предыдущем пункте, построить цикл в координатах $P(T)$, $V(T)$, $P(V)$, указав координаты всех характерных точек.

3) Вычислить работу, совершаемую рабочим телом или над ним, для каждого из политропных процессов.

4) Определить количество теплоты, отданное или получаемое газом в каждом из процессов.

* Второй индекс рисунка соответствует номеру варианта. Давление на рисунках указывается в атмосферах (10^5 Па), объем - в метрах кубических, температура в сотнях градусов Кельвина.

Таблица 2.1

Но- мер ри- сун- ка	Давление P , атм		Объем V , м ³				Температура $T \cdot 10^{-2}$, К					
	Номер точки											
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
2.1	0,3	0,3	?	-	0,2	0,5	?	-	?	?	?	-
2.2	?	?	1	-	?	?	?	-	?	7	?	-
2.3	6	1	?	?	?	?	?	?	1	?	3	?
2.4	0,3	?	?	-	1	3	?	-	?	?	?	-
2.5	?	?	7	3	?	?	?	?	1	?	?	2
2.6	?	?	?	?	?	2	7	?	1	?	?	?
2.7	?	?	?	1	?	?	?	?	1	?	?	4
2.8	?	?	?	?	?	1	?	?	?	?	4	?
2.9	2	?	4	?	?	?	?	?	?	?	4	1
2.10	1	4	1	-	0,1	0,1	?	-	?	?	?	-
2.11	?	?	?	-	1	4	?	-	?	6	?	-
2.12	?	?	?	?	?	?	4	1	?	?	?	2
2.13	0,1	0,4	?	?	1	?	2	?	?	?	?	?
2.14	?	3	?	-	?	?	?	-	?	3	1	-
2.15	?	?	?	-	1	4	?	-	?	?	?	-
2.16	1	2	?	?	1	?	?	2	?	?	?	?

5) Определить КИД цикла.

6) Сравнить КИД цикла с КИД цикла Карно, работающего в том же интервале температур.

7) Чему равен показатель политропы для каждого из процессов?

8) Тепловой или холодильной машине принадлежит рассмотренный Вами цикл? Ответ обосновать.

9) Вычислить изменение энтропии для каждого из процессов.

10) Найти суммарное изменение энтропии за цикл.

11) Какие из полученных Вами результатов изменятся, если сделать газ трехатомным?

12) Построить цикл в координатах, выбранные по указанию преподавателя из следующих: $p(P)$, $p(V)$, $p(T)$, $s(P)$, $s(V)$, $s(T)$.