ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение

высшего профессионального образования

«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет экономики и управлению

Кафедра математики и бизнес- информатики

Математика

Методические указания по изучению дисциплины

 и выполнению контрольной работы

Рекомендованы на заседании кафедры «\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_», протокол № \_\_\_ от \_\_.\_\_\_.20\_\_ г.

Одобрены \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, протокол № \_\_\_ от \_\_.\_\_.20\_\_г.

Методические указания предназначены для изучения дисциплины «Математика»

**I. Требования к оформлению контрольных работ**

1. Контрольные работы следует выполнять в ученических тетрадях (желательно в клетку). На обложке необходимо указать: название учебного заведения; название кафедры; номер и название контрольной работы; название специальности; фамилию, имя, отчество и личный шифр студента (номер студенческого билета).

2. На каждой странице надо оставить поля размером 4 см. для оценки задач и методических указаний проверяющего работу.

**Выбор варианта**

Номер задачи устанавливается по двум последним цифрам студенческого билета.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Последняя цифра  |
| Предпоследняя цифра  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 2 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 3 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | **22** | 21 | 20 |
| 4 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 |
| 5 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 2 |
| 6 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 7 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |
| 8 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 1 | 2 |
| 9 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

Например, если номер ст. билета 1737, то номер задачи равен 22 во всех разделах контрольной работы.

**II. Тематическое содержание дисциплины**

Тема 1. Функции и пределы

Числовая функция одной и нескольких переменных. Предел последовательности. Предел функции в точке и в бесконечности. Свойства пределов. Замечательные пределы. Непрерывность функции.

**Тема 2. Производная и дифференциал.**

Производная и дифференциал функции одной переменной. Геометрическая и механическая интерпретация производной. Производные элементарных функций. Правила вычисления сложных производных. Теоремы Ролля, Коши, Лагранжа. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Условные экстремумы. Метод множителей Лагранжа для определения экстремума функции нескольких переменных.

Тема 3. Неопределенные и определенные интегралы

Понятие неопределенного интеграла. Замена переменных и интегрирование по частям. Интегрирование элементарных функций и выражений на их основе. Понятие определенного интеграла. Применение определенных интегралов.

Тема 4. Аппроксимация функций. Матрицы и их применение.

Формула Тейлора и Маклорена разложения функций в ряд. Представления в виде ряда элементарных функций. Исследование функций на выпуклость, вогнутость, точки перегиба, нахождение экстремальных значений. Аппроксимация экспериментальных зависимостей методом наименьших квадратов. Применение функции ЛИНЕЙН в среде Microsoft EXCEL. Понятие матрицы. Умножение матриц. Обратная матрица. Решение системы линейных уравнений в среде Microsoft EXCEL на основе матриц.

**III. ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ**

1. Функции и пределы

Числовая функция одной и нескольких переменных. Предел последовательности. Предел функции в точке и в бесконечности. Свойства пределов. Замечательные пределы. Непрерывность функции.

|  |  |
| --- | --- |
| Задача 1. Найти пределы: | Задача 2. Найти пределы: |
| a) ; | a) ; |
| b) ; | b)  |
| c) ; | c) ; |
| d) . | d)  |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| Задача 3. Найти пределы: | Задача 4. Найти пределы: |
| a) ; | a) ; |
| b) ; | b)  |
| c) ; | c) ; |
| d) . | d)  |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| Задача 5. Найти пределы: | Задача 6. Найти пределы: |
| a) ; | a) ; |
| b) ; | b)  |
| c) ; | c) ; |
| d) . | d)  |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| Задача 7. Найти пределы: | Задача 8. Найти пределы: |
| a) ; | a) ; |
| b) ; | b)  |
| c) ; | c) ; |
| d) . | d)  |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| Задача 9. Найти пределы: | Задача 10. Найти пределы: |
| a) ; | a) ; |
| b) ; | b)  |
| c) ; | c) ; |
| d) . | d)  |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| Задача 11. Найти пределы: | Задача 12. Найти пределы: |
| a) ; | a) ; |
| b) ; | b)  |
| c) ; | c) ; |
| d) . | d)  |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| Задача 13. Найти пределы: | Задача 14. Найти пределы: |
| a) ; | a) ; |
| b) ; | b)  |
| c) ; | c) ; |
| d) . | d)  |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| Задача 15. Найти пределы: | Задача 16. Найти пределы: |
| a) ; | a) ; |
| b) ; | b) ’ |
| c) ; | c); |
| d).  | d)  |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| Задача 17. Найти пределы: | Задача 18. Найти пределы: |
| a) ; | a) ; |
| b) ; | b) ’ |
| c) ; | c); |
| d).  | d)  |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| Задача 19. Найти пределы: | Задача 20. Найти пределы: |
| a) ; | a) ; |
| b) ; | b) ’ |
| c) ; | c); |
| d).  | d)  |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| Задача 21. Найти пределы: | Задача 22. Найти пределы: |
| a) ; | a) ; |
| b) ; | b) ’ |
| c) ; | c); |
| d).  | d)  |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| Задача 23. Найти пределы: | Задача 24. Найти пределы: |
| a) ; | a) ; |
| b) ; | b) ; |
| c) ; | c); |
| d).  | d)  |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| Задача 25. Найти пределы: | Задача 26. Найти пределы: |
| a) ; | a) ; |
| b) ; | b) ; |
| c) ; | c); |
| d).  | d)  |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| Задача 27. Найти пределы: | Задача 28. Найти пределы: |
| a) ; | a) ; |
| b) ; | b) ; |
| c) ; | c); |
| d).  | d)  |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| Задача 29. Найти пределы: | Задача 30. Найти пределы: |
| a) ; | a) ; |
| b) ; | b) ; |
| c) ; | c); |
| d).  | d)  |

2. Производная и дифференциал.

Производная и дифференциал функции одной переменной. Геометрическая и механическая интерпретация производной. Производные элементарных функций. Правила вычисления сложных производных. Теоремы Ролля, Коши, Лагранжа. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Условные экстремумы. Метод множителей Лагранжа для определения экстремума функции нескольких переменных.

**Задание 2.1. Найти производную функции:**

|  |  |
| --- | --- |
| 1.  |  2.  |
| a) ; | a) ; |
| б) ; | б) ; |
| в) ; | в) ; |
| г) ; | г) ; |
| д)  | д) . |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| 3.  | 4.  |
| a) ; | a) ; |
| б) ; | б) ; |
| в) ; | в) ; |
| г) ; | г) ; |
| д)  | д) . |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
|  5.  | 6.  |
| a) ; | a) ; |
| б) ; | б) ; |
| в) ; | в) ; |
| г) ; | г) ; |
| д)  | д) . |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| 7.  | 8.  |
| a) ; | a) ; |
| б) ; | б) ; |
| в) ; | в) ; |
| г) ; | г) ; |
| д)  | д) . |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| 9.  | 10.  |
| a) ; | a) ; |
| б) ; | б) ; |
| в) ; | в) ; |
| г) ; | г) ; |
| д)  | д) . |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| 11.  | 12.  |
| a) ; | a) ; |
| б) ; | б) ; |
| в) ; | в) ; |
| г) ; | г) ; |
| д)  | д) . |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| 13.  | 14.  |
| a) ; | a) ; |
| б) ; | б) ; |
| в) ; | в) ; |
| г) ; | г) ; |
| д)  | д) . |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| 15.  | 16.  |
| a) ; | a) ; |
| б) ; | б) ; |
| в) ; | в) ; |
| г) ; | г) ; |
| д)  | д) . |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| 17.  | 18.  |
| a) ; | a) ; |
| б) ; | б) ; |
| в) ; | в) ; |
| г) ; | г) ; |
| д)  | д) . |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| 19.  | 20.  |
| a) ; | a) ; |
| б) ; | б) ; |
| в) ; | в) ; |
| г) ; | г) ; |
| д)  | д) . |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| 21.  | 22.  |
| a) ; | a) ; |
| б) ; | б) ; |
| в) ; | в) ; |
| г) ; | г) ; |
| д)  | д) . |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| 23.  | 24.  |
| a) ; | a) ; |
| б) ; | б) ; |
| в) ; | в) ; |
| г) ; | г) ; |
| д)  | д) . |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| 25.  | 26.  |
| a) ; | a) ; |
| б) ; | б) ; |
| в) ;  | в) ; |
| г) ; | г) ; |
| д)  | д) . |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| 27.  | 28.  |
| a) ; | a) ; |
| б) ; | б) ; |
| в) ; | в) ; |
| г) ; | г) ; |
| д)  | д) . |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |
| --- | --- |
| 29.  | 30.  |
| a) ; | a) ; |
| б) ; | б) ; |
| в) ; | в) ; |
| г) ; | г) ; |
| д)  | д) . |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Задание 2.2. Вычислить пределы, используя правило Лопиталя.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. ;; | 2. ;; | 3. ;; |
| 4. ;; | 5. ;; | 6. ;; |
| 7. ;; | 8. ;; | 9. ;; |
| 10. ;; | 11. ;; | 11. ;; |
| 13. ;; | 14. ;; | 15. ;; |
| 16. ;; | 17. ;; | 18. ;; |
| 19. ;; | 20. ;; | 21. ;; |
| 22. ;; | 23. ;; | 24. ;; |
| 25. ;; | 26. ;; | 27. ;; |
| 28. ;; | 29. ;; | 30. ;; |

3. Неопределенные и определенные интегралы

Понятие неопределенного интеграла. Замена переменных и интегрирование по частям. Интегрирование элементарных функций и выражений на их основе. Понятие определенного интеграла. Применение определенных интегралов.

**Задание 3. Вычислить интегралы.**

Пункт а) метод сведения интеграла к табличному; пункт b) вычисление интеграла заменой переменных; пункт с) вычисление интеграла интегрированием по частям.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. a);b) ;c)  | 2. a);b) ;c)  | 3. a);b) ;c)  |
| 4. a);b) ;c)  | 5. a);b) ;с)  | 6. a);b) жс)  |
| 7. a) ;b) ;с)  | 8. a);b) ;c)  | 9. a);b) ;с)  |
| 10. a);b) ;c)  | 11. a);b) ;с)  | 12. a);b) ;с)  |
| 13. a);b) ;с)  | 14. a);b) ;c)  | 15. a);b) ;c)  |
| 16. a);b) ;c)  | 17. a);b) ;c)  | 18. a);b) ;c)  |
| 19. a);b) ;c)  | 20. a);b) ;c)  | 21. a);b) ;c)  |
| 22. a);b) ;c)  | 23. a);b) ;c)  | 24. a);b) ;c)  |
| 25. a);b) ;c)  | 26. a);b) ;c)  | 27. a);b) ;c)  |
| 28. a);b) ;c)  | 29. a);b) ;c)  | 30. a);b) ;c)  |

4. Аппроксимация функций. Матрицы и их применение.

Формула Тейлора и Маклорена разложения функций в ряд. Представления в виде ряда элементарных функций. Исследование функций на выпуклость, вогнутость, точки перегиба, нахождение экстремальных значений. Аппроксимация экспериментальных зависимостей методом наименьших квадратов. Применение функции ЛИНЕЙН в среде Microsoft EXCEL. Понятие матрицы. Умножение матриц. Обратная матрица. Решение системы линейных уравнений в среде Microsoft EXCEL на основе матриц.

**Задание 4.1. Найти приближенные значения указанных величин с помощью дифференциалов:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1.  | 6.  | 11.  | 16.  | 21.  | 26.  |
| 2.  | 7.  | 12.  | 17. | 22.  | 27. |
| 3.  | 8.  | 13.  | 18.  | 23. | 28.  |
| 4.  | 9.  | 14. | 19.  | 24.  | 29.  |
| 5.  | 10.  | 15.  | 20.  | 25. | 30.  |

**Задание 4.2. Исследовать данные функции методами дифференциального исчисления и построить их графики.**

Исследование и построение графика проводить по следующей схеме:

1) Найти область определения функции;

2) Исследовать функцию на непрерывность; найти точки разрыва функции и ее односторонние пределы в точках разрыва;

3) выяснить, не является ли данная функция четной, нечетной;

4) найти точки экстремума функции и определить интервалы возрастания и убывания функции;

5) найти точку перегиба графика функции и определить интервалы выпуклости и вогнутости графика функции;

6) найти асимптоты графика функции, если они имеются;

7) построить график функции, используя результаты исследования;

При необходимости можно дополнительно находить точки графика, задавая аргументу (x) значения и вычисляя соответствующие значения y.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1.  | 7.  | 13.  | 19.  | 25.  |
| 2.  | 8.  | 14.  | 20.  | 26.  |
| 3.  | 9.  | 15.  | 21.  | 27.  |
| 4.  | 10.  | 16.  | 22.  | 28.  |
| 5.  | 11.  | 17.  | 23.  | 29.  |
| 6.  | 12.  | 18.  | 24.  | 30.  |

**IV. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ**

**Раздел 1.**  **ФУНКЦИИ И ПРЕДЕЛЫ**

**Задача 1**.

Найти предел .

Как можно видеть, предел функции нельзя найти непосредственной подстановкой, так как, при указанном изменении аргумента она представляет отношение двух бесконечно малых величин (неопределенность 0/0). Делаем преобразования, чтобы сократить дробь на множитель, стремящийся к нулю. Разлагаем числитель и знаменатель на множители и сокращаем дробь на (x-5). Аргумент x стремится к своему предельному значению, но не совпадает с ним, поэтому множитель (x-5) отличен от нуля при .

.

**2. Раздел 2: Производная и дифференциал.**

**Задание 2.1. Найти производные функции.**

1).

.

2) . Применяя логарифмическое преобразование, находим:

; отсюда: 

**Задание 2.2. Вычислить пределы, используя правило Лопиталя.**

1) . Здесь числитель и знаменатель стремятся к нулю при , поэтому имеем неопределенность 0/0. Воспользуемся правилом Лопиталя , т.е. рассмотрим предел отношения производных заданных функций:



**Раздел 3. Интегрирование.**

Вычислить интегралы методом сведения к табличному (a), методом замены переменных (b), методом интегрирования по частям.

a) .

Имеем .

b) . Делаем замену переменной. Новая переменная . Получим:

.

с) Найти интеграл . Положим . Тогда . Получим

.

**Раздел 4. Аппроксимация функций.**

**Задание 4.1. Найти приближенные значения указанных величин с помощью дифференциалов:**

Найти приближенное значение величины .

**Решение**: Применяем формулу . Рассмотрим функцию . Дифференциал . Так как , то положим , . Приращение  или в радианном измерении . Следовательно, .

**Задание 4.2. Исследовать данные функции методами дифференциального исчисления и построить их графики.**

Исследовать функцию  и построить ее график.

Решение:

1) Область существования функции определяется требованием положительности выражения . Данное выражение всегда положительно и, следовательно, область определения вся действительная ось.

2) Функция всюду непрерывна и не имеет точек разрыва.

3) Установим четность или нечетность функции. Так как  и , то функция не является ни четной, ни нечетной.

4) Исследуем функцию на экстремум. Находим первую производную:

.

Знаменатель всегда положителен. При  первая производная отрицательна, а при  положительна. При  первая производная меняет знак с минуса на плюс. В этой точке функция имеет минимум: . Итак, точка  есть точка минимума, при  функция убывает, а при  функция возрастает.

5) Точки перегиба находим из условия . Разобьем числовую ось на три интервала: . Как видно в первом и третьем интервале вторая производная отрицательна, а во втором интервале положительна. При  и  вторая производная меняет знак. Эти значения аргумента являются абсциссами точек перегиба. Определим ординаты этих точек:  и . Таким образом точки перегиба имеют координаты: и .

6) Находим асимптоты. Для определения уравнения асимпототы  воспользуемся формулами:  и .

Имеем .

Применяя правило Лопиталя, получим .

. Таким образом, функция не имеет асимптот.

3

Рис график функции.