1. (Кинематика) Два плавца должны попасть из точки A на одном берегу реки в прямо противоположную точку B на другом берегу. Для этого один из них решил переплыть реку по прямой AB, другой же – всё время держал курс перпендикулярно к течению, а расстояние, на которое его снесёт, пройти пешком по берегу со скоростью u. При каком значении u оба плавца достигнут точки B за одинаковое время, если скорость течения $v_0 = 2,0$ км/ч и скорость каждого плавца относительно воды $v' = 2,5$ км/ч?

Ответ: $u = \frac{v_0}{\left(1-v_0^2/v'^2\right)^{-1/2}-1} = 3,0$ км/ч.

2. (Кинематика) Твёрдое тело вращается, замедляясь, вокруг неподвижной оси с угловым ускорением $\beta \sim \sqrt{\omega}$, где ω – его угловая скорость. Найти среднюю угловую скорость тела за время, в течение которого оно будет вращаться, если в начальный момент его угловая скорость была равна ω_0.

Ответ: $\langle\omega\rangle = \omega_0/3$.

3. (Основное уравнение динамики) В системе (рис. 1) известны массы клина M и тела m. Трение имеется только между клином и телом m. Соответствующий коэффициент трения равен k. Массы блока и нити пренебрежимо малы. Найти ускорение тела m относительно горизонтальной поверхности, по которой скользит клин.

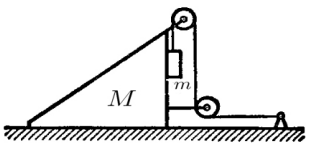

Рис. 1.

Ответ: $a = g\sqrt{2}/\left(2 + k + M/m\right)$.

4. (Основное уравнение динамики) Тело массы m бросили вертикально вверх со скоростью v_0. Найти скорость v' с которой тело упадёт обратно, если сила сопротивления воздуха равна kv^2, где k – постоянная, v – скорость тела.

Ответ: $v' = v_0/\sqrt{1 + kv_0^2/mg}$.

5. (Основное уравнение динамики) Винтовку навели на вертикальную черту мишени, находящейся точно в северном направлении, и выстрелили. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти, на сколько сантиметров и в какую сторону пуля, попав в мишень, отклонится от черты. Выстрел произведен в горизонтальном направлении на широте $\phi = 60°$, скорость пули $v = 900$ м/с и расстояние до мишени $s = 1,0$ км.

Ответ: $h \approx \left(\omega s^2/v\right)\sin\phi = 7$ см, где ω – угловая скорость вращения Земли.

6. (Законы сохранения энергии, импульса и момента импульса) На горизонтальной плоскости находятся вертикально расположеные неподвижный цилиндр радиуса R и шайба A, соединённая с цилиндром горизонтальной нитью AB длины l_0 (рис. 2, вид сверху). Шайбе сообщили начальную скорость v_0, как показано на рисунке. Сколько времени она будет двигаться по плоскости до удара о цилиндр? Трения нет.

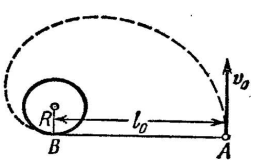

Рис. 2.

Ответ: $t = l_0^2/2v_0R$.

7. (Законы сохранения энергии, импульса и момента импульса) Летевшая горизонтально пуля массы m попала, застряв, в тело массы M, которое подвешено па двух одинаковых нитях длины l (рис. 3). В результате нити отклонились на угол ϑ. Считая $m \ll M$, найти: а) скорость пули перед попаданием в тело; б) относительную долю первоначальной кинетической энергии пули, которая перешла в тепло.

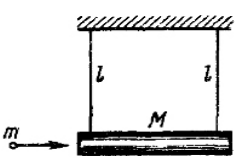

Рис. 3.

Ответ: а) $v = (2M/m)\sqrt{gl}\sin(\vartheta/2)$; б) $\eta \approx 1 - m/M$.

8. (Всемирное тяготение) Доказать с помощью законов сохранения, что полная механическая энергия планеты массы m, движущейся вокруг Солнца по элипсу, зависит только от его большой полуоси a. Найти формулу зависимости этой энергии от a.

Ответ: $E = T + U = -\gamma m m_C/2a$, где m_C – масса Солнца.