

ПЛОСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

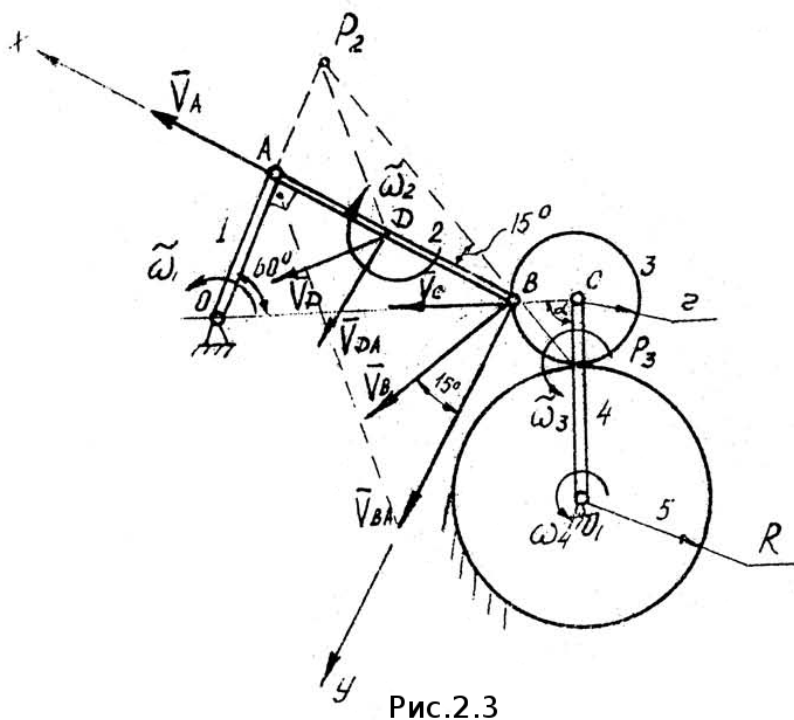
Задача К3

Найти угловые скорости звеньев и скорость т. D механизма, изображенного на рис. 2.4. Исходные для расчета данные приведены в таблице 2.3 и на рис. 2.4.

Пример решения задачи К3

Найти требуемые по условию задачи К3 величины для механизма, изображенного на рис. 2., если известны угловая скорость вращения кривошипа OA ω_1 , который посредством шатуна AB приводит в движение шестерню радиуса r , которая катится без проскальзывания по неподвижному колесу радиуса R .

Дано: $\omega_1 = 2 \text{ с}^{-1}$; $\alpha = 90^\circ$; $R = 0,2 \text{ м}$; $r = \frac{1}{2}R$; $OA = R$; $AD = DB$.



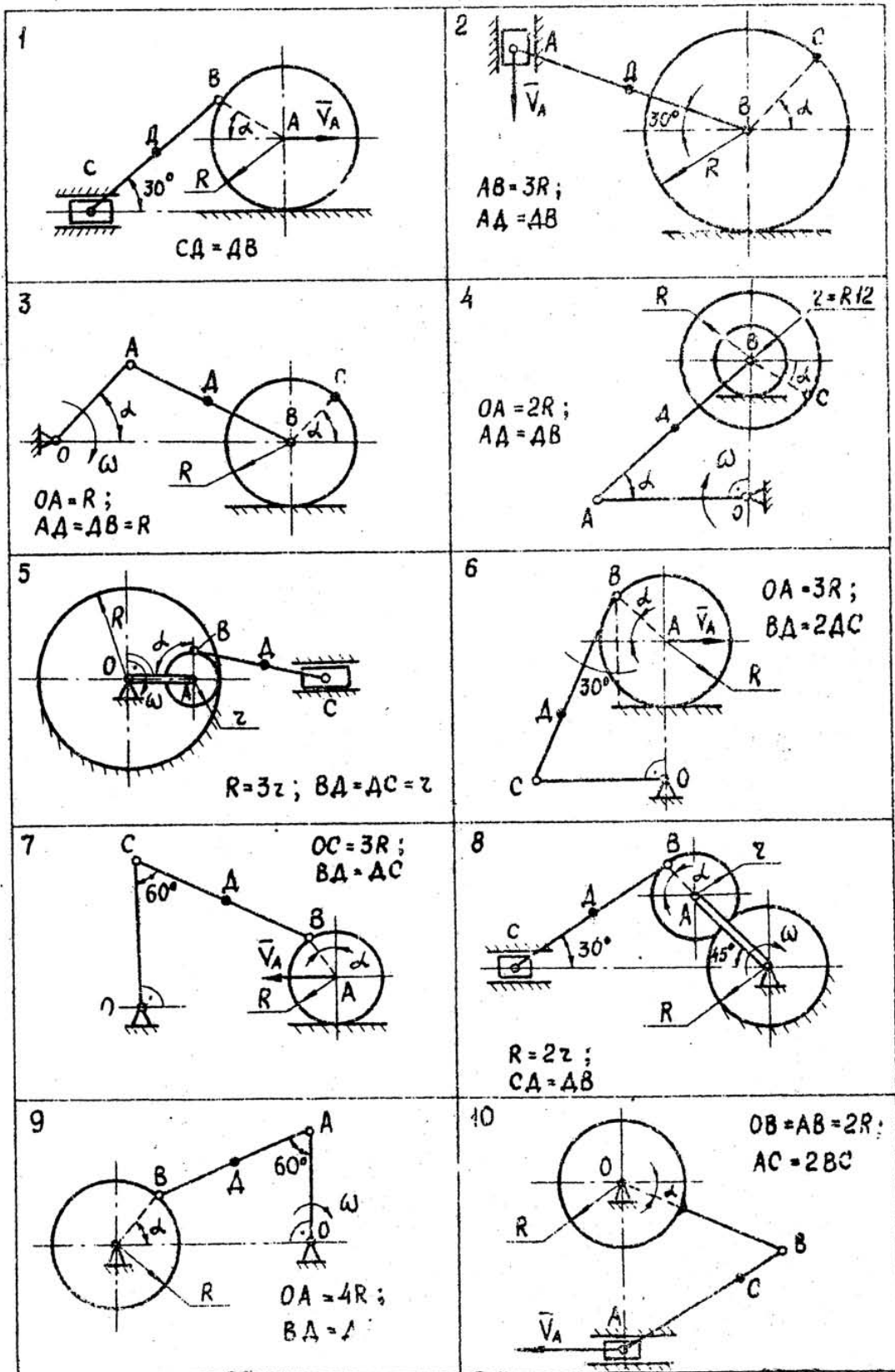


Рис. 2.4

Таблица 2.3

№ вар.	№ схемы	ω , рад/с	V_A , м/с	R , м	α , град
1	1	—	5	1	60
2	2	—	4	0,5	30
3	3	5	—	1	90
4	4	2	—	2	60
5	5	0,5	—	1	0
6	6	—	3	1,5	30
7	7	—	2	1	30
8	8	4	—	2	0
9	9	6	—	1	180
10	10	—	7	1	30
11	1	—	15	1,5	90
12	2	—	4	2	0
13	3	2	—	0,2	45
14	4	0,3	—	0,1	45
15	5	2	—	1	90
16	6	—	10	2	60
17	7	—	8	2	90
18	8	0,4	—	0,6	45
19	9	1	—	0,5	90
20	10	—	3	0,1	60
21	1	—	2,5	0,25	30
22	2	—	5	2	90
23	3	10	—	2	0
24	4	3	—	2	120
25	5	0,6	—	0,8	120
26	6	—	6	3	90
27	7	—	10	2	0
28	8	2	—	0,4	90
29	9	3	—	0,1	0
30	10	—	3	0,3	45

Решение

1. Рассмотрим движение механизма в пространстве основания.
2. Пронумеруем звенья механизма и назовем виды их движения:
 - 1 - кривошип OA: вращательное около неподвижной оси, точка O - след этой оси на плоскости.
 - 2 - шатун AB - плоское движение;
 - 3 - шестерня - плоское движение;
 - 4 - водило CO - вращательное около неподвижной оси, проходящей через точку O;
 - 5 - неподвижное колесо.
3. Точки сочленения и соприкосновения звеньев:
A (1-2); B(2-3); C(3-4) - точки сочленения звеньев 1, 2, 3, 4.
P₃ (3-5) - точка соприкосновения звеньев 3 и 5.
4. Определим скорость т. А по принадлежности её первому звену:

$$A \in 1 \Rightarrow V_A = \omega_1 \overline{OA}; \quad \overline{V_A} \perp \overline{OA}$$

($\overline{V_A}$ перпендикулярно \overline{OA} и направлено в сторону угловой скорости ω_1)

$$V_A = \omega_1 R = 2 \cdot 0,2 = 0,4 \text{ м/с.}$$

Скорость точки В определим по принадлежности её второму звену, принимая т.А за полюс этого звена

$$B \in 2 \Rightarrow \underline{\overline{V_B}} = \underline{\overline{V_A}} + \underline{\overline{V_{BA}}}. \quad (1)$$

Модуль и направление скорости т.А известны, поэтому вектор $\overline{V_A}$ подчеркнут дважды. Под вектором $\overline{V_{BA}}$ ставим одну черточку, т.к. известно только направление этого вектора ($\overline{V_{BA}} \perp \overline{BA}$)

Направление скорости точки В найдем из принадлежности этой точки звену 3 $B \in 3 \Rightarrow \overline{V_B} \perp \overline{P_3B}$, так как движение звена 3 в каждый момент времени вращательное вокруг точки P₃, являющейся МЦС звена 3.

Теперь в векторном уравнении (1) недостает двух черточек. Следовательно, его можно решить. Проецируя (1) на оси $BX \perp BY$, получим:

$$BX \Rightarrow V_B \sin 15^\circ = V_A,$$

$$BY \Rightarrow V_B \cos 15^\circ = V_{BA}$$

Откуда
$$V_A = \frac{V_A}{\sin 15^\circ} \cdot 0,26 = 1,54 \text{ м/с}$$

$$V_{BA} = V_A \operatorname{ctg} 15^\circ = 0,4 \cdot 3,73 = 1,49 \text{ м/с}$$

Скорость точки С определим по принадлежности её третьему звену - шестерне.

Поскольку известно положение МЦС этого звена (точка P_3) и скорость точки $B \in 3$, то можем найти его угловую скорость

$$\omega_3 = \frac{V_B}{BP_3} = \frac{V_B}{2r_2} = \frac{1,54}{0,141} = 10,95 \text{ с}^{-1}$$

Направлена эта угловая скорость по направлению скорости точки В, т.е. против часовой стрелки. Теперь скорости точки С найдем как

$$V_C = \omega_3 P_3C = \omega_3 r_2 = 10,95 \cdot 0,1 = 1,01 \text{ м/с}$$

$$\vec{V}_C \perp_{\omega_3} \vec{P_3C}$$

Скорость точки P_3 уже найдена: $\vec{V}_{P_3} = 0$.

Теперь можем найти угловую скорость водила 4 и скорость точки D , в соответствии с вопросом задачи.

Угловую скорость звена 4 найдем по формуле

$$\omega_4 = \frac{V_C}{CD} = \frac{1,01}{0,3} = 0,337 \text{ с}^{-1}$$

Направлена ω_4 против часовой стрелки в соответствии с направлением скорости точки С.

Скорость точки D

$$D \in 2 \Rightarrow \vec{V}_D = \underline{\underline{\vec{V}_A}} + \underline{\underline{\vec{V}_{DA}}} \quad (2)$$

\vec{V}_{DA} подчеркнута дважды, так как можно найти не только его направление ($\vec{V}_{DA} \perp \vec{DA}$), но и модуль

$$V_{DA} = \omega_2 DA = \frac{1}{2} V_{BA} = 0,75 \text{ м/с}$$

Проецируя (2) на оси координат, получим:

$$V_{Dx} = V_A = 0,4 \text{ м/с}$$

$$V_{Dy} = V_{DA} = 0,75 \text{ м/с}$$

откуда
$$V_D = \sqrt{(V_{Dx})^2 + (V_{Dy})^2} = \sqrt{0,16 + 0,56} = 0,85 \text{ м/с}$$

Примечание.

При рассмотрении движения звена 2 можно было бы найти его МЦС - точку P_2 . Эта точка будет лежать на пересечении перпендикуляров к скоростям \vec{V}_B и \vec{V}_A точек В и А.

Зная положение т. P_2 можно найти угловую скорость звена 2 по формуле

$$\omega_2 = \frac{V_A}{P_2A} = \frac{V_A}{AB \sin 15^\circ} = \frac{0,4}{0,093} = 4,3 \text{ с}^{-1},$$

а затем и модули скоростей т. В и Д:

$$V_B = \omega_2 P_2B = \omega_2 \frac{AB}{\cos 15^\circ} = 4,3 \cdot 0,359 = 1,54 \text{ м/с},$$

$$V_D = \omega_2 P_2D = 4,3 \cdot 0,1968 = 0,85 \text{ м/с},$$

$$\text{где } P_2D = \sqrt{(AP_2)^2 + (AD)^2} = 0,1968.$$

Ответ: $V_D = 0,85 \text{ м/с}; \quad \omega_2 = 0,337 \text{ с}^{-1}.$