

Министерство путей сообщения Российской Федерации  
Дальневосточный государственный университет путей сообщения

Кафедра "Физика"

В.Б. Гороховский  
И.С. Кривенький  
М.Р. Прокопович  
Т.Н. Шабалина

# **ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ И МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ**

## **Часть 1**

Методические указания  
на выполнение контрольных работ № 1 и № 2

Хабаровск  
2000

УДК 53(075.8)  
ББК В23  
Г 703

Рецензент:  
Профессор кафедры "Физика" Дальневосточного  
государственного университета путей сообщения,  
кандидат физико-математических наук  
*Д.С. Фалеев*

**Гороховский В.Б., Кривенький И.С., Прокопович М.Р.,  
Шабалина Т.Н.**

**Г 703**

Физические основы классической механики и молекулярной физики: Методические указания на выполнение контрольных работ № 1 и № 2. – Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2000. – 71 с.: ил.

В методических указаниях даны основные формулы, примеры решения задач, контрольные задания и задачи для самостоятельного решения (с ответами), а также справочное приложение.

Указания предназначены для студентов заочной формы обучения.

**УДК 53(075.8)  
ББК В23**

## ВВЕДЕНИЕ

Физика – наука о природе: о строении, свойствах и взаимодействии составляющих ее материальных тел и полей. Главная цель этой науки – выявить и объяснить законы природы, которые определяют все физические явления. Физика основывается на экспериментально установленных фактах. Занимая центральное место среди других наук, в объяснении законов природы, она имеет первостепенное значение в формировании научного материалистического мировоззрения.

### **Основные задачи курса физики в вузах:**

1. Создание основ теоретической подготовки в области физики, позволяющей будущим инженерам ориентироваться в потоке научной и технической информации и обеспечивающей возможность использования новых физических принципов в тех областях техники, в которых они специализируются.

2. Формирование научного мышления, в частности, правильного понимания границ применимости различных физических понятий, законов, теорий и умения оценивать степень достоверности результатов, полученных с помощью экспериментальных или математических методов исследования.

3. Усвоение основных физических явлений и законов классической и современной физики, методов физического исследования.

4. Выработка приемов и навыков решения конкретных задач из разных областей физики, помогающих в дальнейшем решать инженерные задачи.

5. Ознакомление с современной научной аппаратурой и электронно-вычислительной техникой, выработка у студентов начальных навыков проведения экспериментальных исследований различных физических явлений с применением ЭВМ и оценки погрешностей измерений.

Цель методических указаний – оказать помощь студентам-заочникам технических специальностей высших учебных заведений в изучении курса физики.

Материал курса физики разделен на четыре или шесть контрольных работ. Перед каждым контрольным заданием даются пояснения к рабочей программе, приводятся основные законы и формулы, примеры решения задач. В методических указаниях даны рабочая программа, примерная схема решения задач и некоторые справочные материалы.

Сведения, связанные со спецификой изучения курса физики в данном вузе, сообщаются студентам на установочных занятиях.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА ФИЗИКИ\*

Предмет физики. Методы физического исследования: опыт, гипотеза, эксперимент, теория. Роль физики в развитии техники и влияние техники на развитие физики. Связь физики с другими науками.

### 1. Физические основы классической механики

Механическое движение как простейшая форма движения материи. Представления о свойствах пространства и времени, лежащие в основе классической (ньютоновской) механики. Элементы кинематики материальной точки. Скорость и ускорение точки как производные радиуса-вектора по времени. Нормальное и тангенциальное ускорения. Радиус кривизны траектории. Поступательное движение твердого тела.

Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела. Закон инерции и инерциальные системы отсчета. Законы динамики материальной точки и системы материальных точек. Внешние и внутренние силы. Центр масс (центр инерции) механической системы и закон его движения. Закон сохранения импульса.

Энергия как универсальная мера различных форм движения и взаимодействия. Работа переменной силы. Кинетическая энергия механической системы и ее связь с работой внешних и внутренних сил, приложенных к системе.

Поле, как форма материи, осуществляющая силовое взаимодействие между частицами вещества. Потенциальная энергия материальной точки во внешнем силовом поле и ее связь с силой, действующей на материальную точку. Понятие о градиенте скалярной функции координат. Поле центральных сил. Потенциальная энергия системы. Закон сохранения механической энергии. Диссипация энергии. Закон сохранения и превращения энергии как проявление неуничтожимости материи и ее движения. Применение законов сохранения к столкновению упругих и неупругих тел.

Элементы кинематики вращательного движения. Угловая скорость, угловое ускорение, их связь с линейными скоростями и ускорениями точек вращающегося тела. Момент силы и момент импульса механической системы. Момент силы относительно оси. Момент импульса тела относительно неподвижной оси вращения. Момент инерции тела относительно оси. Уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси. Кинетическая энергия вращающегося тела. Закон сохранения момента импульса и его связь с изотропностью пространства.

Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции.

---

\* Рабочая программа составлена на основе «Программы курса физики для инженерно-технических специальностей высших учебных заведений» (индекс УМУ-9/1). Утверждена Учебно-методическим управлением по высшему образованию Минвуза СССР 26 июня 1981 г.

## **2. Элементы специальной (частной) теории относительности**

Преобразования Галилея. Механический принцип относительности. Постулаты специальной теории относительности. Преобразования Лоренца. Понятие одновременности. Относительность длин и промежутков времени. Интервал между событиями и его инвариантность по отношению к выбору инерциальной системы отсчета как проявление взаимосвязи пространства и времени. Релятивистский закон сложения скоростей. Релятивистский импульс. Основной закон релятивистской динамики материальной точки. Релятивистское выражение для кинетической энергии. Взаимосвязь массы и энергии. Энергия связи системы. Соотношение между полной энергией и импульсом частицы. Границы применимости классической (ньютоновской) механики.

## **3. Механические колебания и волны в упругих средах**

Гармонические механические колебания. Кинематические характеристики гармонических колебаний. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний. Пружинный, физический и математический маятники. Энергия гармонических колебаний. Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты. Биения. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний. Дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение. Аперiodический процесс. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и его решение. Амплитуда смещения и фаза вынужденных колебаний. Понятие о резонансе.

Волновые процессы. Механизм образования механических волн в упругой среде. Продольные и поперечные волны. Синусоидальные (гармонические) волны. Уравнение бегущей волны. Длина волны и волновое число. Волновое уравнение. Фазовая скорость и дисперсия волн. Энергия волны. Принцип суперпозиции волн и границы его применимости. Волновой пакет. Групповая скорость. Когерентность.

Интерференция волн. Образование стоячих волн. Уравнение стоячей волны и его анализ.

## **4. Основы молекулярной физики и термодинамики**

Статистический метод исследования и его связь с учением диалектического материализма о соотношении случайности и необходимости. Термодинамический метод исследования. Термодинамические параметры. Равновесные состояния и процессы, их изображение на термодинамических диаграммах. Вывод уравнения молекулярно-кинетической теории идеальных газов для давления и его сравнение с уравнением Клапейрона – Менделеева. Средняя кинетическая энергия молекул. Мо-

лекулярно-кинетическое толкование термодинамической температуры. Число степеней свободы молекулы. Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы молекул. Внутренняя энергия идеального газа. Работа газа при изменении его объема. Количество теплоты. Теплоемкость. Первое начало термодинамики. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам и адиабатному процессу идеального газа. Зависимость теплоемкости идеального газа от вида процесса. Классическая молекулярно-кинетическая теория теплоемкости идеальных газов и ее ограниченность.

Закон Максвелла для распределения молекул идеального газа по скоростям и энергиям теплового движения. Барометрическая формула. Закон Больцмана для распределения частиц во внешнем потенциальном поле. Среднее число столкновений и средняя длина свободного пробега молекул. Время релаксации. Явления переноса в термодинамически неравновесных системах. Опытные законы диффузии, теплопроводности и внутреннего трения. Молекулярно-кинетическая теория этих явлений.

Обратимые и необратимые процессы. Круговой процесс (цикл). Тепловые двигатели и холодильные машины. Цикл Карно и его КПД для идеального газа. Второе начало термодинамики. Независимость КПД цикла Карно от природы рабочего тела. Энтропия. Энтропия идеального газа. Статистическое толкование второго начала термодинамики. Критика идеалистического толкования второго начала термодинамики.

Отступления от законов идеальных газов. Реальные газы. Силы и потенциальная энергия межмолекулярного взаимодействия. Эффективный диаметр молекул. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Сравнение изотерм Ван-дер-Ваальса с экспериментальными. Фазовые переходы I и II рода. Критическое состояние. Внутренняя энергия реального газа. Особенности жидкого и твердого состояний вещества.

## **ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ НА ВЫПОЛНЕНИЕ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ**

1. За время изучения курса общей физики студент-заочник должен представить в учебное заведение в зависимости от формы обучения четыре или шесть контрольных работ.

2. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по последней цифре номера зачетной книжки в таблицах вариантов (см. контр. раб. № 1) .

3. Контрольные работы нужно выполнять чернилами в школьной тетради, на обложке которой привести сведения по следующему образцу.

Студент  
института интегрированных форм  
обучения ДВГУПС  
Киселев А. В. Шифр 98-АТС-564  
Адрес: г. Ванино Хабаровского края,  
ул. Сергеева, 2, кв. 5.  
Контрольная работа №1 по физике

4. Условия задач в контрольной работе надо переписать полностью, без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставлять поля.

5. В конце контрольной работы указать, каким учебником или учебным пособием студент пользовался при изучении физики (название учебника, автор, год издания). Это делается для того, чтобы рецензент в случае необходимости мог указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы.

6. Высылать на рецензию следует одновременно не более одной работы. Во избежание одних и тех же ошибок очередную работу следует высылать только после получения рецензии на предыдущую.

7. Если контрольная работа при рецензировании не допущена к защите, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, решения которых оказались неверными. Повторную работу необходимо представить вместе с недопущенной.

8. Зачтенные контрольные работы предъявляются экзаменатору. Студент должен быть готов во время экзамена дать пояснения по существу решения задач, входящих в контрольные работы.

9. Решения задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями; в тех случаях, когда это возможно, дать чертеж, выполненный с помощью чертежных принадлежностей.

10. Решать задачу надо в общем виде, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.

11. После получения расчетной формулы для проверки правильности ее следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин обозначения единиц этих величин, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно (см. пример 4, подразд. 1.2).

12. Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу следует выражать только в единицах СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые значения однородных величин, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени (см. пример 7, подразд. 2.2).

13. При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать  $3,52 \cdot 10^3$ ; вместо 0,00129 записать  $1,29 \cdot 10^{-3}$  и т. п.

14. Вычисления по расчетной формуле надо проводить с соблюдением правил, приближенных вычислений [7, Приложение о приближенных вычислениях]. Как правило, окончательный ответ следует записывать с тремя значащими цифрами.

## 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

### 1.1. Основные формулы

Кинематическое уравнение движения материальной точки (центра масс твердого тела) вдоль оси  $X$

$$x = f(t), \quad (1.1)$$

где  $f(t)$  – некоторая функция времени.

Проекция средней скорости на ось  $X$

$$\langle v_x \rangle = \frac{Dx}{Dt}. \quad (1.2)$$

Средняя путевая скорость

$$\langle v \rangle = \frac{Ds}{Dt}, \quad (1.3)$$

где  $Ds$  – путь, пройденный точкой за интервал времени  $Dt$ . Путь  $Ds$  в отличие от разности координат  $Dx = x_2 - x_1$  не может убывать и принимать отрицательные значения, т.е.  $Ds \geq 0$ .

Проекция мгновенной скорости на ось  $X$

$$v_x = \frac{dx}{dt}. \quad (1.4)$$



Проекция среднего ускорения на ось  $X$

$$\langle a_x \rangle = \frac{Dv_x}{Dt}. \quad (1.5)$$

Проекция мгновенного ускорения на ось  $X$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}. \quad (1.6)$$

Кинематическое уравнение движения материальной точки по окружности

$$j = f(t), \quad r = R = \text{const}. \quad (1.7)$$

Модуль угловой скорости

$$w = \frac{dj}{dt}. \quad (1.8)$$

Модуль углового ускорения

$$e = \frac{dw}{dt}. \quad (1.9)$$

Связь между модулями линейных и угловых величин, характеризующих движение точки по окружности :

$$v = wR, \quad (1.10)$$

$$a_t = eR, \quad (1.11)$$

$$a_n = w^2 R, \quad (1.12)$$

где  $V$  – модуль линейной скорости;  $a_t$  и  $a_n$  – модули тангенциального и нормального ускорений;  $W$  – модуль угловой скорости;  $e$  – модуль углового ускорения;  $R$  – радиус окружности.

Модуль полного ускорения

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}, \quad (1.13)$$

$$a = R\sqrt{e^2 + w^4}. \quad (1.14)$$

Угол между полным  $a$  и нормальным  $a_n$  ускорениями

$$a = \text{arc cos} (a_n / a). \quad (1.15)$$

Кинематическое уравнение гармонических колебаний материальной точки

$$x = A \cos(wt + j), \quad (1.16)$$

где  $X$  – смещение;  $A$  – амплитуда колебаний;  $W$  – угловая или циклическая частота;  $j$  – начальная фаза.

Скорость и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$v = -Aw \sin(wt + j); \quad (1.17)$$

$$a = -Aw^2 \cos(wt + j). \quad (1.18)$$

Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты:

а) амплитуда результирующего колебания

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(j_1 - j_2)}; \quad (1.19)$$

б) начальная фаза результирующего колебания

$$j = \operatorname{arctg} \frac{A_1 \sin j_1 + A_2 \sin j_2}{A_1 \cos j_1 + A_2 \cos j_2}. \quad (1.20)$$

Траектория точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях:

$$x = A_1 \cos wt; \quad y = A_2 \cos(wt + j) \quad (1.21)$$

а)  $y = \frac{A_2}{A_1} x$ , если разность фаз  $j = 0$ ;

б)  $y = -(A_2/A_1) x$ , если разность фаз  $j = \pm p$ ;

в)  $(x^2/A_1^2) + (y^2/A_2^2) = 1$ , если разность фаз  $j = \pm p/2$ .

Уравнение плоской бегущей волны

$$y = A \cos w \left( t - \frac{x}{v} \right), \quad (1.22)$$

где  $y$  – смещение любой из точек среды с координатой  $x$  в момент  $t$ ;  
 $v$  – скорость распространения колебаний в среде.

Связь разности фаз  $Dj$  колебаний с расстоянием  $Dx$  между точками среды, отсчитанным в направлении распространения колебаний:

$$Dj = \frac{2p}{l} Dx, \quad (1.23)$$

где  $l$  – длина волны.

Импульс материальной точки массой  $m$ , движущейся со скоростью  $V$ ,

$$p = mv. \quad (1.24)$$

Второй закон Ньютона

$$dp = F dt, \quad (1.25)$$

где  $F$  – результирующая сила, действующая на материальную точку.

Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила упругости

$$F = -kx, \quad (1.26)$$

где  $k$  – коэффициент упругости (в случае пружины – жесткость);  $X$  – абсолютная деформация;

б) сила тяжести

$$P = mg; \quad (1.27)$$

в) сила гравитационного взаимодействия

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (1.28)$$

где  $G$  – гравитационная постоянная;  $m_1$  и  $m_2$  – массы взаимодействующих тел;  $r$  – расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки). В случае гравитационного взаимодействия силу можно выразить также через напряженность  $G$  гравитационного поля:

$$F = mG; \quad (1.29)$$

г) сила трения (скольжения)

$$F = fN, \quad (1.30)$$

где  $f$  – коэффициент трения;  $N$  – сила нормального давления.

Закон сохранения импульса

$$\sum_{i=1}^N p_i = const, \quad (1.31)$$

или для двух тел ( $i = 2$ )

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2, \quad (1.32)$$

где  $V_1$  и  $V_2$  – скорости тел в момент времени, принятый за начальный;  $U_1$  и  $U_2$  – скорости тех же тел в момент времени, принятый за конечный.

Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно,

$$T = mv^2 / 2 , \quad (1.33)$$

$$T = p^2 / 2m. \quad (1.34)$$

Потенциальная энергия:

а) упругодеформированной пружины

$$\Pi = 1 / 2(kx^2), \quad (1.35)$$

где  $k$  – жесткость пружины;  $X$  – абсолютная деформация;

б) гравитационного взаимодействия

$$\Pi = - G m_1 m_2 / r , \quad (1.36)$$

где  $G$  – гравитационная постоянная;  $m_1$  и  $m_2$  – массы взаимодействующих тел;  $r$  – расстояние между ними (тела рассматриваются как материальные точки)

в) тела, находящегося в однородном поле силы тяжести,

$$\Pi = mgh , \quad (1.37)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения;  $h$  – высота тела над уровнем, принятым за нулевой (формула справедлива при условии  $h \ll R$ , где  $R$  – радиус Земли).

Закон сохранения механической энергии

$$E = T + \Pi = const . \quad (1.38)$$

Работа  $A$ , совершаемая результирующей силой, определяется как мера изменения кинетической энергии материальной точки:

$$A = DT = T_2 - T_1 . \quad (1.39)$$

Основное уравнение динамики вращательного движения относительно неподвижной оси  $Z$

$$M_z = J_z e , \quad (1.40)$$

где  $M_z$  – результирующий момент внешних сил относительно оси  $Z$ , действующих на тело;  $e$  – угловое ускорение;  $J_z$  – момент инерции относительно оси вращения.

Моменты инерции некоторых тел массой  $m$  относительно оси  $Z$ , проходящей через центр масс:

а) стержня длиной  $l$  относительно оси, перпендикулярной стержню,

$$J_z = 1/12 (mR^2); \quad (1.41)$$

б) обруча (тонкостенного цилиндра) относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча (совпадающей с осью цилиндра),

$$J_z = mR^2, \quad (1.42)$$

где  $R$  – радиус обруча (цилиндра);

в) диска радиусом  $R$  относительно оси, перпендикулярной плоскости диска,

$$J_z = 1/2 (mR^2). \quad (1.43)$$

Проекция на ось  $Z$  момента импульса тела, вращающегося относительно неподвижной оси  $Z$ ,

$$L_z = J_z w, \quad (1.44)$$

где  $w$  – угловая скорость тела.

Закон сохранения момента импульса систем тел, вращающихся вокруг неподвижной оси  $Z$ ,

$$J_z w = const, \quad (1.45)$$

где  $J_z$  – момент инерции системы тел относительно оси  $Z$ ;  $w$  – угловая скорость вращения тел системы вокруг оси  $Z$ .

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси  $Z$ ,

$$T = 1/2 (J_z w^2), \quad (1.46)$$

$$T = L_z^2 / 2J_z. \quad (1.47)$$

## 1.2. Примеры решения задач

**Пример 1.** Уравнение движения материальной точки вдоль оси имеет вид  $X = A + Bt + Ct^3$ , где  $A = 2$  м,  $B = 1$  м/с,  $C = -0,5$  м/с<sup>3</sup>. Найти координату  $X$ , скорость  $V_x$  и ускорение  $a_x$  точки в момент времени  $t = 2$  с.

**Решение.** Координату  $X$  найдем, подставив в уравнение движения числовые значения коэффициентов  $A$ ,  $B$  и  $C$  и времени  $t$ :

$$X = (2 + 1 \cdot 2 - 0,5 \cdot 2^3) \text{ м} = 0.$$

Мгновенная скорость относительно оси  $X$  есть первая производная от координаты по времени (1.4):

$$v_x = dx / dt = B + 3Ct^2 .$$

Ускорение точки найдем, взяв первую производную от скорости по времени (1.6):

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 6Ct .$$

В момент времени  $t = 2$  с

$$V_x = (1 - 3 \cdot 0,5 \cdot 2^2) \text{ м/с} = -5 \text{ м/с} ;$$

$$a_x = 6(-0,5) \cdot 2 \text{ м/с}^2 = -6 \text{ м/с}^2 .$$

**Пример 2.** Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону  $j = A + Bt + Ct^2$ , где  $A = 10$  рад,  $B = 20$  рад/с,  $C = -2$  рад/с<sup>2</sup>.

Найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии  $r = 0,1$  м от оси вращения для момента времени  $t = 4$  с.

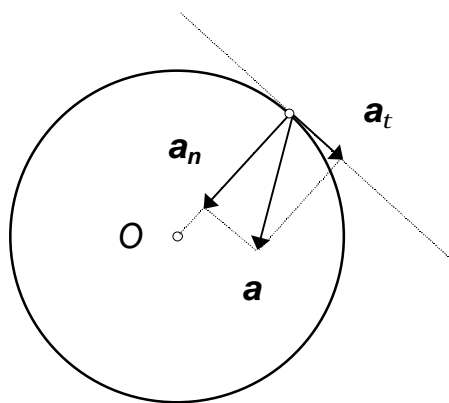


Рис. 1.1.

**Решение.** Полное ускорение  $\mathbf{a}$  точки, движущейся по кривой линии, может быть найдено как геометрическая сумма тангенциального ускорения  $\mathbf{a}_t$ , направленного по касательной к траектории, и нормального ускорения  $\mathbf{a}_n$ , направленного к центру кривизны траектории (рис. 1.1):

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n .$$

Так как векторы  $\mathbf{a}_t$  и  $\mathbf{a}_n$  взаимно перпендикулярны, то модуль ускорения (1.13)

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \quad (1.48)$$

Модули тангенциального и нормального ускорения точки вращающегося тела выражаются формулами (1.11) и (1.12)

$$a_t = er , \quad a_n = w^2 r ,$$

где  $W$  — модуль угловой скорости тела;  $e$  — модуль его углового ускорения.

Подставляя выражения  $\mathbf{a}_t$  и  $\mathbf{a}_n$  в формулу (1.48), находим

$$a = \sqrt{e^2 r^2 + w^4 r^2} = r \sqrt{e^2 + w^4} . \quad (1.49)$$

Угловую скорость  $W$  найдем, взяв первую производную угла поворота по времени (1.8):

$$w = \frac{dj}{dt} = B + 2Ct.$$

В момент времени  $t = 4\text{ с}$  модуль угловой скорости

$$w = [20 + 2(-2) 4] \text{ рад/с} = 4 \text{ рад/с}.$$

Угловое ускорение найдем, взяв первую производную угловой скорости по времени (1.9):

$$e = dw / dt = 2C = -4 \text{ рад/с}^2.$$

Подставляя значения  $w$ ,  $e$  и  $r$  в формулу (1.49), получаем

$$a = 0,1\sqrt{(-4)^2 + 4^4} \text{ м / с}^2 = 1,65 \text{ м / с}^2.$$

**Пример 3.** Ящик массой  $m_1 = 20 \text{ кг}$  соскальзывает по идеально гладкому лотку длиной  $l = 2 \text{ м}$  на неподвижную тележку с песком и застревает в нем. Тележка с песком массой  $m_2 = 80 \text{ кг}$  может свободно (без трения) перемещаться по рельсам в горизонтальном направлении. Определить скорость  $U$  тележки с ящиком, если лоток наклонен под углом  $\alpha = 30^\circ$  к рельсам.

**Решение.** Тележку и ящик можно рассматривать как систему двух неупруго взаимодействующих тел. Но эта система не замкнута, так как на нее действуют внешние силы: силы тяжести  $m_1g$  и  $m_2g$  и сила реакции  $N_2$  (рис. 1.2). Поэтому применить закон сохранения импульса к системе ящик – тележка нельзя. Но, так как проекции указанных сил на направление оси  $x$ , совпадающей с направлением рельсов, равны нулю, то проекцию импульса системы на это направление можно считать постоянной, т.е.

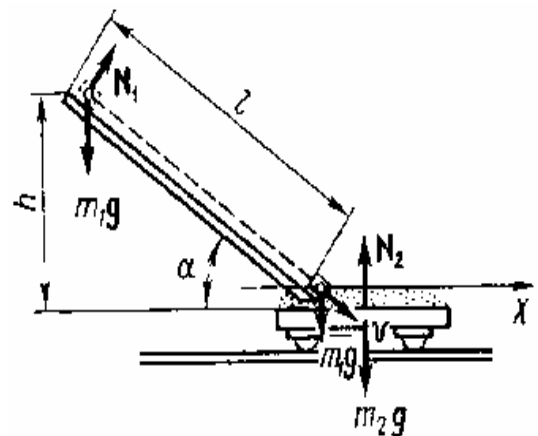


Рис. 1.2.

$$p_{1x} + p_{2x} = p_{1x}^0 + p_{2x}^0, \quad (1.50)$$

где  $p_{1x}$  и  $p_{2x}$  – проекции импульса ящика и тележки с песком в момент падения ящика на тележку;  $p_{1x}^0$  и  $p_{2x}^0$  – те же величины после падения ящика.

Рассматривая тела системы как материальные точки, выразим в равенстве (1.50) импульсы тел через их массы и скорости, учитывая, что  $p_{2x} = 0$  (тележка до взаимодействия с ящиком покоилась), а также что после взаимодействия оба тела системы движутся с одной и той же скоростью  $U$ :

$$m_1 v_{1x} = (m_1 + m_2) u,$$

или

$$m_1 v_1 \cos \alpha = (m_1 + m_2) u,$$

где  $V_1$  – модуль скорости ящика перед падением на тележку;  $V_{1x} = V_1 \cos \alpha$  – проекция этой скорости на ось  $X$ .

Отсюда  $u = m_1 v_1 \cos \alpha / (m_1 + m_2)$ .

Модуль скорости  $V_1$  определим из закона сохранения энергии:

$$m_1 g h = 1/2 (m_1 v_1^2),$$

где  $h = l \sin \alpha$ , откуда  $v_1 = \sqrt{2gl \sin \alpha}$ .

Подставив выражение  $V_1$ , получим

$$u = \frac{m_1 \sqrt{2gl \sin \alpha} \cos \alpha}{m_1 + m_2}.$$

После вычислений найдем

$$u = \frac{20 \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2 \sin 30^\circ}}{20 + 80} \cos 30^\circ \text{ м / с} = 0,767 \text{ м / с}.$$

**Пример 4.** На спокойной воде пруда перпендикулярно берегу и носом к нему стоит лодка массой  $M$  и длиной  $L$ . На корме стоит человек массой  $m$ . На какое расстояние удалится лодка от берега, если человек перейдет с кормы на нос лодки? Силами трения и сопротивления пренебречь.

**Решение.** Систему человек – лодка относительно горизонтального направления можно рассматривать как замкнутую. Согласно следствию из закона сохранения импульса, внутренние силы замкнутой системы тел не могут изменить положение центра масс системы. Применяя это следствие к системе человек – лодка, можно считать, что при перемещении человека по лодке центр масс системы не изменит своего положения, т.е. останется на прежнем расстоянии от берега.



Пусть центр масс системы человек – лодка находится на вертикали, проходящей в начальный момент через точку  $C_1$  лодки (рис. 1.3), а после перемещения лодки – через другую ее точку  $C_2$ . Так как эта вертикаль неподвижна относительно берега, то искомое перемещение  $S$  лодки относительно берега равно перемещению лодки относительно вертикали. А это последнее легко определить по перемещению центра масс  $O$  лодки. Как видно из рис. 1.3, в начальный момент точка  $O$  находится на расстоянии  $a_1$  слева от вертикали, а после перехода человека – на расстоянии  $a_2$  справа от вертикали.

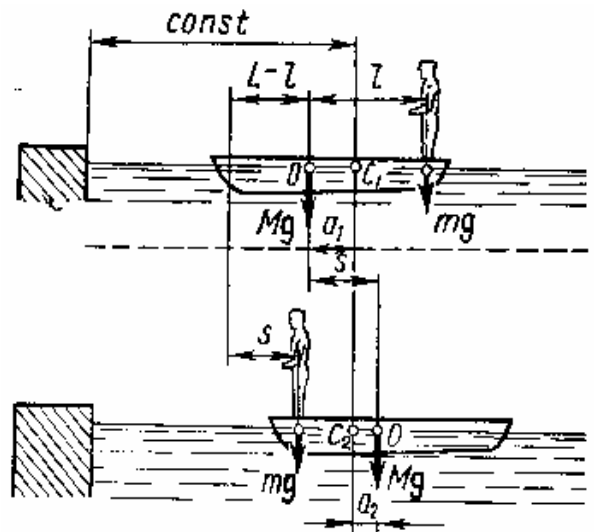


Рис. 1.3.

Следовательно, искомое перемещение лодки

$$s = a_1 + a_2. \quad (1.51)$$

Для определения  $a_1$  и  $a_2$  воспользуемся тем, что результирующий момент сил, действующих на систему относительно горизонтальной оси, перпендикулярной продольной оси лодки, равен нулю. Поэтому для начального положения систем

$$Mga_1 = mg(l - a_1), \text{ откуда}$$

$$a_1 = ml / (M + m).$$

После перемещения лодки  $Mga_2 = mg(L - d_2 - l)$ , откуда

$$a_2 = m(L - l) / (M + m).$$

Подставив полученные выражения  $a_1$  и  $a_2$  в (1.51), найдем

$$s = \frac{m}{M + m} l + \frac{m}{M + m} (L - l), \text{ или } s = \frac{m}{M + m} L.$$

**Пример 5.** При выстреле из пружинного пистолета вертикально вверх пуля массой  $m = 20$  г поднялась на высоту  $h = 5$  м. Определить жесткость  $k$  пружины пистолета, если она была сжата на  $X = 10$  см. Массой пружины и силами трения пренебречь.

**Решение.** Рассмотрим систему пружина – пуля. Так как на тела системы действуют только консервативные силы, то для решения задачи можно применить закон сохранения энергии в механике. Согласно ему полная механическая энергия  $E_1$  системы в начальном состоянии (в данном случае перед выстрелом) равна полной энергии  $E_2$  в конечном состоянии (когда пуля поднялась на высоту  $h$ ), т.е.  $E_1 = E_2$ ,

$$\text{или} \quad T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2, \quad (1.52)$$

где  $T_1, T_2, \Pi_1$  и  $\Pi_2$  – кинетические и потенциальные энергии системы в начальном и конечном состояниях.

Так как кинетические энергии пули в начальном и конечном состояниях равны нулю, то равенство (1.52) примет вид

$$\Pi_1 = \Pi_2. \quad (1.53)$$

Примем потенциальную энергию пули в поле сил тяготения Земли, когда пуля покоится на сжатой пружине равной нулю, а высоту подъема пули будем отсчитывать от торца сжатой пружины. Тогда энергия системы в начальном состоянии будет равна потенциальной энергии сжатой пружины, т.е.  $\Pi_1 = 1/2(kx^2)$ , а в конечном состоянии – потенциальной энергии пули на высоте  $h$ , т.е.  $\Pi_2 = mgh$ .

Подставив выражения  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  в формулу (1.53), найдем  $1/2(kx^2) = mgh$ , откуда

$$k = 2mgh / x^2. \quad (1.54)$$

Проверим, дает ли полученная формула единицу жесткости  $k$ . Для этого в правую часть формулы (1.54) вместо величин подставим их единицы\*:

$$\frac{[m][g][h]}{[x]^2} = \frac{1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot 1 \text{ м}}{1 \text{ м}^2} = \frac{1 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^{-2}}{1 \text{ м}} = 1 \text{ Н} / \text{м}.$$

Убедившись, что полученная единица является единицей жесткости (1 Н/м), подставим в формулу (1.54) значения величин и произведем вычисления:

$$k = \frac{2 \cdot 0,02 \cdot 9,81 \cdot 5}{(0,1)^2} \text{ Н} / \text{м} = 196 \text{ Н} / \text{м}.$$

---

\* Единицу какой-либо величины принято обозначать символом этой величины, заключенным в квадратные скобки.

**Пример 6.** Шар массой  $m_1$ , движущийся горизонтально с некоторой скоростью  $V_1$ , столкнулся с неподвижным шаром массой  $m_2$ . Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Какую долю  $\epsilon$  своей кинетической энергии первый шар передал второму?

**Решение.** Доля энергии, переданной первым шаром второму, выразится соотношением

$$\epsilon = \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 v_1^2} = \frac{m_2}{m_1} \left( \frac{u_2}{v_1} \right)^2, \quad (1.55)$$

где  $T_1$  – кинетическая энергия первого шара до удара;  $u_2$  и  $T_2$  – скорость и кинетическая энергия второго шара после удара.

Как видно из формулы (1.55), для определения  $\epsilon$  надо найти  $u_2$ . Согласно условию задачи, импульс системы двух шаров относительно горизонтального направления не изменяется и механическая энергия шаров в другие виды не переходит. Пользуясь этим, найдем:

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2; \quad (1.56)$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}. \quad (1.57)$$

Решим совместно уравнения (1.56) и (1.57):

$$u_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Подставив это выражение  $u_2$  в формулу (1.55) и сократив на  $v_1$  и  $m_1$ , получим

$$\epsilon = \frac{m_2}{m_1} \left[ \frac{2m_1 v_1}{v_1(m_1 + m_2)} \right]^2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Из найденного соотношения видно, что доля переданной энергии зависит только от масс сталкивающихся шаров.

**Пример 7.** Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу  $m = 80$  г (рис. 1.4), перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы с массами  $m_1 = 100$  г и  $m_2 = 200$  г. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе. Трением и массой нити пренебречь.

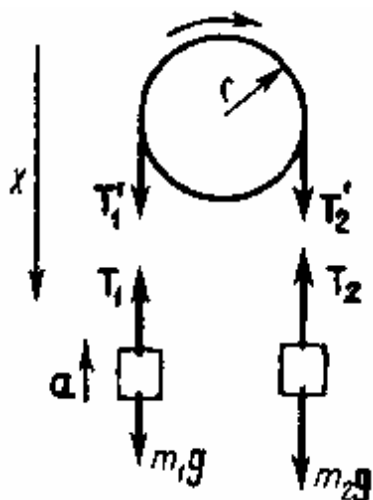


Рис. 1.4.

**Решение.** Рассмотрим силы, действующие на каждый груз и на блок в отдельности. На каждый груз действуют две силы: сила тяжести и сила упругости (сила натяжения нити). Направим ось  $X$  вертикально вниз и напишем для каждого груза уравнение движения (второй закон Ньютона) в проекциях на эту ось. Для первого груза

$$m_1g - T_1 = m_1a; \quad (1.58)$$

для второго груза

$$m_2g - T_2 = m_2a. \quad (1.59)$$

Под действием моментов сил  $T_1r$  и  $T_2r$  относительно оси  $Z$ , перпендикулярной плоскости чертежа и направленной за чертеж, блок приобретает угловое ускорение  $e$ . Согласно основному уравнению динамики вращательного движения,

$$T_2r - T_1r = J_z e \quad (1.60)$$

где  $e = a/r$ ;  $J_z = 1/2(mr^2)$  – момент инерции блока (сплошного диска) относительно оси  $Z$ .

Согласно третьему закону Ньютона, с учетом невесомости нити  $T_1r = T_1$ ,  $T_2r = T_2$ . Воспользовавшись этим, подставим в уравнение (1.60) вместо  $T_1r$  и  $T_2r$  выражения  $T_1$  и  $T_2$ , получив их предварительно из уравнений (1.58) и (1.59)

$$(m_2g - m_2a)r - (m_1g + m_1a)r = mr^2 a / (2r).$$

После сокращения на  $r$  и перегруппировки членов найдем

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + \frac{m}{2}} g. \quad (1.61)$$

Формула (1.61) позволяет массы  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m$  выразить в граммах, как они даны в условии задачи, а ускорение – в единицах СИ. После подстановки числовых значений в формулу (1.61) получим

$$a = \frac{(200 - 100)g}{\left(200 + 100 + \frac{80}{2}\right)g} \cdot 9,81 \text{ м/с}^2 = 2,88 \text{ м/с}^2.$$

**Пример 8.** Маховик в виде сплошного диска радиусом  $R = 0,2$  м и массой  $m = 50$  кг раскручен до частоты вращения  $n_1 = 480$  мин<sup>-1</sup> и предоставлен сам себе. Под действием сил трения маховик остановился через  $t = 50$  с. Найти момент  $M$  сил трения.

**Решение.** Для решения задачи воспользуемся основным уравнением динамики вращательного движения в виде

$$dL_z = M_z dt, \quad (1.62)$$

где  $dL_z$  – изменение проекции на ось  $Z$  момента импульса маховика, вращающегося относительно оси  $Z$ , совпадающей с геометрической осью маховика, за интервал времени  $dt$ ;  $M_z$  – момент внешних сил (в данном случае момент сил трения), действующих на маховик относительно оси  $Z$ .

Момент сил трения можно считать не изменяющимся с течением времени ( $M_z = \text{const}$ ), поэтому интегрирование уравнения (1.62) приводит к выражению

$$DL_z = M_z Dt. \quad (1.63)$$

При вращении твердого тела относительно неподвижной оси изменение проекции момента импульса

$$DL_z = J_z Dw, \quad (1.64)$$

где  $J_z$  – момент инерции маховика относительно оси  $Z$ ;  $Dw$  – изменение угловой скорости маховика.

Приравняв правые части равенств (1.63) и (1.64), получим  $M_z Dt = J_z Dw$ , откуда

$$w_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}. \quad (1.65)$$

Момент инерции маховика в виде сплошного диска определяется по формуле

$$J_z = 1/2 (mR^2).$$

Изменение угловой скорости  $Dw = w_2 - w_1$  выразим через конечную  $n_2$  и начальную  $n_1$  частоты вращения, пользуясь соотношением  $w = 2\pi n$ :

$$Dw = w_2 - w_1 = 2\pi n_2 - 2\pi n_1 = 2\pi(n_2 - n_1).$$

Подставив в формулу (1.65) выражения  $J_z$  и  $Dw$ , получим

$$M_z = pmR^2(n_2 - n_1)/Dt. \quad (1.66)$$

Проверим, дает ли расчетная формула единицу момента силы (Н·м). Для этого в правую часть формулы вместо символов величин подставим их единицы:

$$\frac{[m][R^2][n]}{t} = \frac{1\text{кг} \cdot 1\text{м}^2 \cdot 1\text{с}^{-1}}{1\text{с}} = 1\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot 1\text{м} = 1\text{Н} \cdot \text{м}.$$

Подставим в (1.66) числовые значения величин и произведем вычисления, учитывая, что  $n_1 = 480 \text{ мин}^{-1} = 480/60 \text{ с}^{-1} = 8 \text{ с}^{-1}$ :

$$M_z = \frac{3,14 \cdot 50 \cdot (0,2)^2 \cdot (0 - 8)}{50} \text{Н} \cdot \text{м} = -1\text{Н} \cdot \text{м}.$$

Знак минус показывает, что момент сил трения оказывает на маховик тормозящее действие.

**Пример 9.** Платформа в виде сплошного диска радиусом  $R = 1,5 \text{ м}$  и массой  $m_1 = 180 \text{ кг}$  вращается около вертикальной оси с частотой  $n = 10 \text{ мин}^{-1}$ . В центре платформы стоит человек массой  $m_2 = 60 \text{ кг}$ . Какую линейную скорость  $V$  относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы ?

**Решение.** Согласно условию задачи, момент внешних сил относительно оси вращения  $Z$ , совпадающей с геометрической осью платформы, можно считать равным нулю. При этом условии проекция  $L_z$  момента импульса системы платформа – человек остается постоянной:

$$L_z = J_z w = \text{const}, \quad (1.67)$$

где  $J_z$  – момент инерции системы платформа – человек относительно оси  $Z$ ;  $w$  – угловая скорость платформы.

Момент инерции системы равен сумме моментов инерции тел, входящих в состав системы, поэтому в начальном состоянии  $J_z = J_1 + J_2$ , а в конечном состоянии –  $J_z \zeta = J_1 \zeta + J_2 \zeta$ .

С учетом этого равенство (1.67) примет вид

$$(J_1 + J_2)w = (J_1 \zeta + J_2 \zeta)w \zeta, \quad (1.68)$$

где значения моментов инерции  $J_1$  и  $J_2$  платформы и человека соответственно относятся к начальному состоянию системы;  $J_1\zeta$  и  $J_2\zeta$  – к конечному.

Момент инерции платформы относительно оси  $Z$  при переходе человека не изменяется:  $J_1 = J_1\zeta = 1/2(m_1R^2)$ . Момент инерции человека относительно той же оси будет изменяться. Если рассматривать человека как материальную точку, то его момент инерции  $J_2$  в начальном состоянии (в центре платформы) можно считать равным нулю. В конечном состоянии (на краю платформы) момент инерции человека  $J_2\zeta = m_2R^2$ .

Подставим в формулу (1.68) выражения моментов инерции начальной угловой скорости вращения платформы с человеком ( $w = 2pn$ ) и конечной угловой скорости ( $w\zeta = v/R$ , где  $v$  – скорость человека относительно пола)

$$(1/2(m_1R^2) + 0)2pn = (1/2(m_1R^2) + m_2R^2)v/R.$$

После сокращения на  $R^2$  и простых преобразований находим скорость:

$$v = 2pnRm_1/(m_1 + 2m_2).$$

Произведем вычисления:

$$v = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot (1/6) \cdot 1,5 \cdot 180}{180 + 2 \cdot 60} \text{ м / с} = 1 \text{ м / с}.$$

**Пример 10.** Ракета установлена на поверхности Земли для запуска в вертикальном направлении. При какой минимальной скорости  $v_1$ , сообщенной ракете при запуске, она удалится от поверхности на расстояние, равное радиусу Земли ( $R = 6,37 \cdot 10^6$  м)? Всеми силами, кроме силы гравитационного взаимодействия ракеты и Земли, пренебречь.

**Решение.** Со стороны Земли на ракету действует сила тяжести, являющаяся потенциальной силой. При неработающем двигателе под действием потенциальной силы механическая энергия ракеты изменяться не будет. Следовательно,

$$T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2, \quad (1.69)$$

где  $T_1$ ,  $\Pi_1$  и  $T_2$ ,  $\Pi_2$  – кинетическая и потенциальная энергии ракеты после выключения двигателя в начальном (у поверхности Земли) и конечном (на расстоянии, равном радиусу Земли) состояниях.

Согласно определению кинетической энергии (1.33)

$$T_1 = 1/2(mv_1^2). \quad (1.70)$$

Потенциальная энергия ракеты в начальном состоянии\*

$$\Pi_1 = - GmM/R.$$

По мере удаления ракеты от поверхности земли ее потенциальная энергия возрастает, а кинетическая – убывает. В конечном состоянии кинетическая энергия  $T_2$  станет равной нулю, а потенциальная – достигнет максимального значения:

$$\Pi_2 = - GmM/(2R).$$

Подставляя выражения  $T_1$ ,  $\Pi_1$ ,  $T_2$  и  $\Pi_2$  в (2.69), получаем

$$mv_1^2/2 - GmM/R = - GmM/(2R),$$

откуда

$$v_1 = \sqrt{GM/R}.$$

Заметив, что  $GM/R^2 = g$  ( $g$  – ускорение свободного падения у поверхности Земли), перепишем эту формулу в виде

$$v_1 = \sqrt{gR},$$

что совпадает с выражением для первой космической скорости.

Произведем вычисления:

$$v_1 = \sqrt{9,8 \cdot 6,73 \cdot 10^6} \text{ м / с} = 7,9 \text{ км / с}.$$

**Пример 11.** Точка совершает гармонические колебания с частотой  $\nu = 10$  Гц. В момент, принятый за начальный, точка имела максимальное смещение:  $X_{max} = 1$  мм. Написать уравнение колебаний точки и нарисовать их график.

**Решение.** Уравнение колебаний точки можно записать в виде

$$x = A \sin(\omega t + j_1), \quad (1.71)$$

где  $A$  – амплитуда колебаний;  $\omega$  – циклическая частота;  $t$  – время;  $j_1$  – начальная фаза.

По определению, амплитуда колебаний

$$A = X_{max}. \quad (1.72)$$

---

\* Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия тел, бесконечно удаленных друг от друга, принимается равной нулю.



Циклическая частота  $\omega$  связана с частотой  $n$  соотношением

$$\omega = 2\pi n . \quad (1.73)$$

Для момента времени  $t = 0$  формула (1.71) примет вид

$$x_{max} = A \sin j_1 ,$$

откуда начальная фаза

$$j_1 = \arcsin (x_{max}/A) = \arcsin 1 ,$$

или

$$j_1 = (2k + 1)\pi/2 \quad (k = 0, 1, 2, \dots).$$

Изменение фазы на  $2\pi$  не изменяет состояния колеблющейся точки, поэтому можно принять

$$j_1 = \pi/2 . \quad (1.74)$$

С учетом равенств (1.72) – (1.74) уравнение колебания примет вид

$$x = A \sin(2\pi n t + j) , \quad \text{или} \quad x = A \cos 2\pi n t ,$$

где  $A = 1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м}$ ,  $n = 10 \text{ Гц}$ ,  $j = \pi/2$ .

График соответствующего гармонического колебания приведен на рис. 1.5.

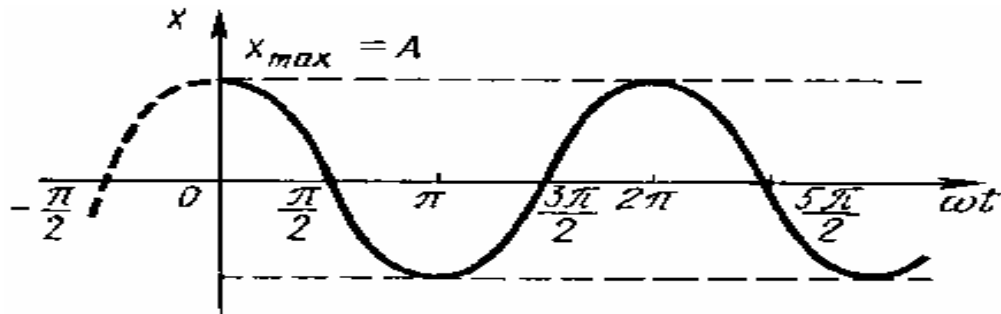


Рис. 1.5.

**Пример 12.** Частица массой  $m = 0,01 \text{ кг}$  совершает гармонические колебания с периодом  $T = 2 \text{ с}$ . Полная энергия колеблющейся частицы  $E = 0,1 \text{ мДж}$ . Определить амплитуду  $A$  колебаний и наибольшее значение силы  $F_{max}$ , действующей на частицу.

**Решение.** Для определения амплитуды колебаний воспользуемся выражением полной энергии частицы:

$$E = 1/2(m\omega^2 A^2) ,$$

где  $\omega = 2\pi/T$ . Отсюда амплитуда

$$A = \frac{T}{2p} \sqrt{\frac{2E}{m}}. \quad (1.75)$$

Так как частица совершает гармонические колебания, то сила, действующая на нее, является квазиупругой и, следовательно, может быть выражена соотношением  $F = -kx$ , где  $k$  – коэффициент квазиупругой силы;  $x$  – смещение колеблющейся точки. Максимальной сила будет при максимальном смещении  $x_{max}$ , равном амплитуде:

$$F_{max} = kA. \quad (1.76)$$

Коэффициент  $k$  выразим через период колебаний:

$$k = m\omega^2 = m 4p^2/T^2. \quad (1.77)$$

Подставив выражения (1.75) и (1.77) в (1.76) и произведя упрощения, получим

$$F_{max} = 2p\sqrt{2mE} / T.$$

Произведем вычисления:

$$A = \frac{2}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{1 \cdot 10^{-4}}{10^{-2}}} \quad m = 0,045 \text{ м} = 45 \text{ мм};$$

$$F_{max} = \frac{2 \cdot 3,14}{2} \sqrt{2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4}} \text{ Н} = 4,44 \times 10^{-3} \text{ Н} = 4,44 \text{ мН}.$$

**Пример 13.** Складываются два колебания одинакового направления, выраженные уравнениями

$$x_1 = A_1 \cos \frac{2p}{T} (t + t_1); \quad x_2 = A_2 \cos \frac{2p}{T} (t + t_2),$$

где  $A_1 = 3$  см,  $A_2 = 2$  см,  $t_1 = 1/6$  с,  $t_2 = 1/3$  с,  $T = 2$  с.

Построить векторную диаграмму сложения этих колебаний и написать уравнение результирующего колебания.

**Решение.** Для построения векторной диаграммы сложения двух колебаний одного направления надо фиксировать какой-либо момент времени. Обычно векторную диаграмму строят для момента времени  $t = 0$ . Преобразовав оба уравнения к канонической форме  $x = A \cos(\omega t + j)$  получим

$$x_1 = A_1 \cos\left(\frac{2p}{T} t + \frac{2p}{T} t_1\right); \quad x_2 = A_2 \cos\left(\frac{2p}{T} t + \frac{2p}{T} t_2\right).$$

Отсюда видно, что оба складываемых гармонических колебания имеют одинаковую циклическую частоту

$$w = 2p / T.$$

Начальные фазы первого и второго колебаний соответственно равны

$$j_1 = \frac{2p}{T} t_1; \quad j_2 = \frac{2p}{T} t_2.$$

Произведем вычисления:

$$w = \frac{2p}{T} = \frac{2p}{2} \text{ с}^{-1} = 3,14 \text{ с}^{-1};$$

$$j_1 = \frac{2p}{2} \frac{1}{6} \text{ рад} = 30^\circ; \quad j_2 = \frac{2p}{2} \frac{1}{3} \text{ рад} = 60^\circ.$$

Изобразим векторы  $\mathbf{A}_1$  и  $\mathbf{A}_2$ . Для этого отложим отрезки длиной  $\mathbf{A}_1 = 3$  см и  $\mathbf{A}_2 = 2$  см под углами  $j_1 = 30^\circ$  и  $j_2 = 60^\circ$  к оси  $Ox$ . Результирующее колебание будет происходить с той же частотой  $w$  и амплитудой  $\mathbf{A}$ , равной геометрической сумме амплитуд  $\mathbf{A}_1$  и  $\mathbf{A}_2$ :  $\mathbf{A} = \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2$ . Согласно теореме косинусов

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(j_2 - j_1)}.$$

Начальную фазу результирующего колебания можно также определить непосредственно из векторной диаграммы (рис. 1.6):

$$j = \text{arctg} \frac{A_1 \sin j_1 + A_2 \sin j_2}{A_1 \cos j_1 + A_2 \cos j_2}.$$

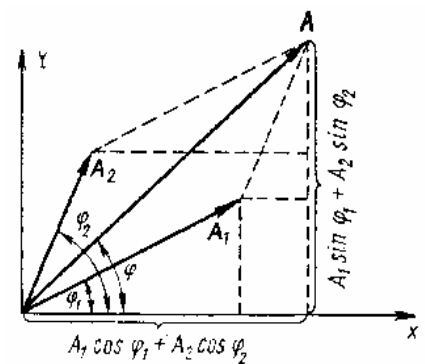


Рис. 1.6.

Произведем вычисления:

$$A = \sqrt{3^2 + 2^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2 \cos(60^\circ - 30^\circ)} = 4,84 \text{ см};$$

$$j = \text{arctg} \frac{3 \sin 30^\circ + 2 \sin 60^\circ}{3 \cos 30^\circ + 2 \cos 60^\circ} = \text{arctg} 0,898 = 42^\circ;$$

или  $j = 0,735$  рад.

Так как результирующее колебание является гармоническим, имеет ту же частоту, что и слагаемые колебания, то его можно записать в виде

$$x = A \cos(\omega t + j),$$

где  $A = 4,84$  см,  $\omega = 3,14$  с<sup>-1</sup>,  $j = 0,735$  рад.

**Пример 14.** Плоская волна распространяется вдоль прямой со скоростью  $V = 20$  м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях  $X_1 = 12$  м и  $X_2 = 15$  м от источника волн, колеблются с разностью фаз  $Dj = 0,75p$ . Найти длину волны  $l$ , написать уравнение волны и найти смещение указанных точек в момент  $t = 1,2$  с, если амплитуда колебаний  $A = 0,1$  м.

**Решение.** Точки, находящиеся друг от друга на расстоянии, равном длине волны  $l$ , колеблются с разностью фаз, равной  $2p$ ; точки, находящиеся друг от друга на любом расстоянии  $Dx$ , колеблются с разностью фаз, равной

$$Dj = Dx \times 2p / l = (x_2 - x_1) \times 2p / l.$$

Решая это равенство относительно  $l$ , получаем

$$l = 2p(x_2 - x_1) / Dj. \quad (1.78)$$

Подставив числовые значения величин, входящих в выражение (1.78), и выполнив арифметические действия, получим

$$l = 2p(15 - 12) / 0,75p \text{ м} = 8 \text{ м}.$$

Для того чтобы написать уравнение плоской волны, надо еще найти циклическую частоту  $\omega$ . Так как  $\omega = 2p/T$  ( $T = l/v$  – период колебаний), то

$$\omega = 2pv/l.$$

Произведем вычисления:

$$\omega = 2p \times 20/8 \text{ с}^{-1} = 5p \text{ с}^{-1}.$$

Зная амплитуду  $A$  колебаний, циклическую частоту и скорость  $V$  распространения волны, можно написать уравнение плоской волны для данного случая:

$$y = A \cos w(t - x/v), \quad (1.79)$$

где  $A = 0,1$  м,  $w = 5\pi$  с<sup>-1</sup>,  $v = 20$  м/с.

Чтобы найти смещение  $y$  указанных точек, достаточно в уравнение (1.79) подставить значения  $t$  и  $x$ :

$$y_1 = 0,1 \cos 5\pi(1,2 - 12/20) \text{ м} = 0,1 \cos 3\pi \text{ м} = -0,1 \text{ м};$$

$$y_2 = 0,1 \cos 5\pi(1,2 - 15/20) \text{ м} = 0,1 \cos 2,25\pi \text{ м} = \\ = 0,1 \cos 0,25\pi \text{ м} = 0,071 \text{ м} = 7,1 \text{ см}.$$

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Таблица вариантов для специальностей,  
учебными планами которых предусмотрено по курсу физики  
четыре и шесть контрольных работ

| Вар-т | Номера задач |     |     |     |     |     |     |     |
|-------|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0     | 110          | 120 | 130 | 140 | 150 | 160 | 170 | 180 |
| 1     | 101          | 111 | 121 | 131 | 141 | 151 | 161 | 171 |
| 2     | 102          | 112 | 122 | 132 | 142 | 152 | 162 | 172 |
| 3     | 103          | 113 | 123 | 133 | 143 | 153 | 163 | 173 |
| 4     | 104          | 114 | 124 | 134 | 144 | 154 | 164 | 174 |
| 5     | 105          | 115 | 125 | 135 | 145 | 155 | 165 | 175 |
| 6     | 106          | 116 | 126 | 136 | 146 | 156 | 166 | 176 |
| 7     | 107          | 117 | 127 | 137 | 147 | 157 | 167 | 177 |
| 8     | 108          | 118 | 128 | 138 | 148 | 158 | 168 | 178 |
| 9     | 109          | 119 | 129 | 139 | 149 | 159 | 169 | 179 |

**101.** Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью  $V_0 = 4$  м/с. Когда оно достигло верхней точки полета из того же начального пункта, с той же начальной скоростью  $V_0$  вертикально вверх брошено второе тело. На каком расстоянии  $h$  от начального пункта встретятся тела? Сопротивление воздуха не учитывать.

**102.** Материальная точка движется прямолинейно с ускорением  $a = 5$  м/с<sup>2</sup>. Определить, на сколько путь, пройденный точкой в  $n$ -ю секунду, будет больше пути, пройденного в предыдущую секунду. Принять  $V_0 = 0$ .

**103.** Две автомашины движутся по дорогам, угол между которыми  $\alpha = 60^\circ$ . Скорость автомашин  $V_1 = 54$  км/ч и  $V_2 = 72$  км/ч. С какой скоростью  $V$  удаляются машины одна от другой?

**104.** Материальная точка движется прямолинейно с начальной скоростью  $V_0 = 10$  м/с и постоянным ускорением  $a = -5$  м/с<sup>2</sup>. Определить, во сколько раз путь  $DS$ , пройденный материальной точкой, будет превышать модуль ее перемещения  $Dr$  спустя  $t = 4$  с после начала отсчета времени.

**105.** Велосипедист ехал из одного пункта в другой. Первую треть пути он проехал со скоростью  $V_1 = 18$  км/ч. Далее половину оставшегося времени он ехал со скоростью  $V_2 = 22$  км/ч, после чего до конечного пункта он шел пешком со скоростью  $V_3 = 5$  км/ч. Определить среднюю скорость  $\langle V \rangle$  велосипедиста.

**106.** Тело брошено под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту со скоростью  $V_0 = 30$  м/с. Каковы будут нормальное  $a_n$  и тангенциальное  $a_t$  ускорения тела через время  $t = 1$  с после начала движения?

**107.** Материальная точка движется по окружности с постоянной угловой скоростью  $\omega = \pi/6$  рад/с. Во сколько раз путь  $DS$ , пройденный точкой за время  $t = 4$  с, будет больше модуля ее перемещения  $Dr$ ? Принять, что в момент начала отсчета времени радиус-вектор  $r$ , задающий положение точки на окружности, относительно исходного положения был повернут на угол  $\varphi_0 = \pi/3$  рад.

**108.** Материальная точка движется в плоскости  $XY$  согласно уравнениям  $x = A_1 + B_1t + C_1t^2$  и  $y = A_2 + B_2t + C_2t^2$ , где  $B_1 = 7$  м/с,  $C_1 = -2$  м/с<sup>2</sup>,  $B_2 = -1$  м/с,  $C_2 = 0,2$  м/с<sup>2</sup>. Найти модули скорости и ускорения точки в момент времени  $t = 5$  с.

**109.** По краю равномерно вращающейся с угловой скоростью  $\omega = 1$  рад/с платформы идет человек и обходит платформу за время  $t = 9,9$  с. Каково наибольшее ускорение  $a$  движения человека относительно Земли? Принять радиус платформы  $R = 2$  м.

**110.** Точка движется по окружности радиусом  $R = 30$  см с постоянным угловым ускорением  $\epsilon$ . Определить тангенциальное ускорение  $a_t$  точки, если известно, что за время  $t = 4$  с она совершила три оборота и в конце третьего оборота ее нормальное ускорение  $a_n = 2,7$  м/с<sup>2</sup>.

**111.** При горизонтальном полете со скоростью  $V = 250$  м/с снаряд массой  $m = 8$  кг разорвался на две части. Большая часть массой  $m_1 = 6$  кг получила скорость  $U_1 = 400$  м/с в направлении полета снаряда. Определить модуль и направление скорости  $U_2$  меньшей части снаряда.

**112.** С тележки, свободно движущейся по горизонтальному пути со скоростью  $V_1 = 3$  м/с, в сторону, противоположную движению тележки, прыгает человек, после чего скорость тележки изменилась и стала равной  $U_1 = 4$  м/с. Определить горизонтальную составляющую скорости  $U_{2x}$  человека, при прыжке относительно тележки. Масса тележки  $m_1 = 210$  кг, масса человека  $m_2 = 70$  кг.

**113.** Орудие, жестко закрепленное на железнодорожной платформе, производит выстрел вдоль полотна железной дороги под углом  $\alpha = 30^\circ$  к линии горизонта. Определить скорость  $U_2$  отката платформы, если снаряд вылетает со скоростью  $U_1 = 480$  м/с. Масса платформы с орудием и снарядами  $m_2 = 18$  т, масса снаряда  $m_1 = 60$  кг.

**114.** Человек массой  $m_1 = 70$  кг, бегущий со скоростью  $V_1 = 9$  км/ч, догоняет тележку массой  $m_2 = 190$  кг, движущуюся со скоростью  $V_2 = 3,6$  км/ч, и вскакивает на нее. С какой скоростью станет двигаться тележка с человеком? С какой скоростью будет двигаться тележка с человеком, если человек до прыжка бежал навстречу тележке?

**115.** Конькобежец, стоя на коньках на льду, бросает камень массой  $m_1 = 2,5$  кг, под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту со скоростью  $V = 10$  м/с. Какова будет начальная скорость  $V_0$  движения конькобежца, если масса его  $m_2 = 60$  кг? Перемещением конькобежца во время броска пренебречь.

**116.** На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса его  $m_1 = 60$  кг, масса доски  $m_2 = 20$  кг. С какой скоростью (относительно пола) будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль нее со скоростью (относительно доски)  $V = 1$  м/с? Массой колес и трением пренебречь.

**117.** Снаряд, летевший со скоростью  $V = 400$  м/с, в верхней точке траектории разорвался на два осколка. Меньший осколок, масса которого составляет 40% от массы снаряда, полетел в противоположном направлении со скоростью  $U_1 = 150$  м/с. Определить скорость  $U_2$  большего осколка.

**118.** Две одинаковые лодки массами  $m = 200$  кг каждая (вместе с человеком и грузами, находящимися в лодках), движутся параллельными курсами навстречу друг другу с одинаковыми скоростями  $V = 1$  м/с. Когда лодки поравнялись, то с первой лодки на вторую и со второй на первую одновременно перебрасывают грузы массами  $m_1 = 20$  кг. Определить скорости  $U_1$  и  $U_2$  лодок после перебрасывания грузов.

**119.** На сколько переместится относительно берега лодка длиной  $l = 3,5$  м и массой  $m_1 = 200$  кг, если стоящий на корме человек массой  $m_2 = 80$  кг переместится на нос лодки? Считать лодку расположенной перпендикулярно берегу.

**120.** Лодка длиной  $l = 3$  м и массой  $m = 120$  кг стоит на спокойной воде. На носу и корме находятся два рыбака массами  $m_1 = 60$  кг и  $m_2 = 90$  кг. На сколько сдвинется лодка относительно воды, если рыбаки поменяются местами ?

**121.** В деревянный шар массой  $m_1 = 8$  кг, подвешенный на нити длиной  $l = 1,8$  м, попадает горизонтально летящая пуля массой  $m_2 = 4$  г. С какой скоростью летела пуля, если нить с шаром и застрявшей в нем пулей отклонилась от вертикали на угол  $\alpha = 3^\circ$  ? Размером шара пренебречь. Удар пули считать прямым, центральным.

**122.** По небольшому куску мягкого железа, лежащему на наковальне массой  $m_1 = 300$  кг, ударяет молот массой  $m_2 = 8$  кг. Определить КПД  $h$  удара, если удар неупругий. Полезной считать энергию, затраченную на деформацию куска железа.

**123.** Шар массой  $m_1 = 1$  кг движется со скоростью  $V_1 = 4$  м/с и сталкивается с шаром массой  $m_2 = 2$  кг, движущимся навстречу ему со скоростью  $V_2 = 3$  м/с. Каковы скорости  $U_1$  и  $U_2$  шаров после удара ? Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

**124.** Шар массой  $m_1 = 3$  кг движется со скоростью  $V_1 = 2$  м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой  $m_2 = 5$  кг . Какая работа будет совершена при деформации шаров ? Удар считать абсолютно неупругим, прямым, центральным.

**125.** Определить КПД  $h$  неупругого удара бойка массой  $m_1 = 0,5$  т, падающего на сваю массой  $m_2 = 120$  кг. Полезной считать энергию, затраченную на вбивание сваи.

**126.** Шар массой  $m_1 = 4$  кг движется со скоростью  $V_1 = 5$  м/с и сталкивается с шаром массой  $m_2 = 6$  кг, который движется ему навстре-



чу со скоростью  $V_2 = 2$  м/с. Определить скорости  $U_1$  и  $U_2$  шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

**127.** Из ствола автоматического пистолета вылетела пуля массой  $m_1 = 10$  г со скоростью  $V = 300$  м/с. Затвор пистолета массой  $m_2 = 200$  г прижимается к стволу пружиной, жесткость которой  $k = 25$  кН/м. На какое расстояние отойдет затвор после выстрела? Считать, что пистолет жестко закреплен.

**128.** Шар массой  $m_1 = 5$  кг движется со скоростью  $V_1 = 1$  м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой  $m_2 = 2$  кг. Определить скорости  $U_1$  и  $U_2$  шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

**129.** Из орудия, не имеющего противооткатного устройства, производилась стрельба в горизонтальном направлении. Когда орудие было неподвижно закреплено, снаряд вылетал со скоростью  $V_1 = 600$  м/с, а когда орудью дали возможность свободно откатываться назад, снаряд вылетел со скоростью  $V_2 = 580$  м/с. С какой скоростью откатилось при этом орудие?

**130.** Шар массой  $m_1 = 2$  кг сталкивается с покоящимся шаром большей массы и при этом теряет 40 % кинетической энергии. Определить массу  $m_2$  большего шара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

**131.** Определить работу растяжения двух соединенных последовательно пружин жесткостями  $k_1 = 400$  Н/м и  $k_2 = 250$  Н/м, если первая пружина при этом растянулась на  $\Delta l = 2$  см.

**132.** Из шахты глубиной  $h = 600$  м поднимают клеть массой  $m_1 = 3,0$  т на канате, каждый метр которого имеет массу  $m = 1,5$  кг. Какая работа  $A$  совершается при поднятии клетки на поверхность Земли? Каков коэффициент полезного действия  $\eta$  подъемного устройства?

**133.** Пружина жесткостью  $k = 500$  Н/м сжата силой  $F = 100$  Н. Определить работу  $A$  внешней силы, дополнительно сжимающей пружину еще на  $\Delta l = 2$  см.

**134.** Две пружины жесткостью  $k_1 = 0,5$  кН/м и  $k_2 = 1$  кН/м скреплены параллельно. Определить потенциальную энергию  $\Pi$  данной системы при абсолютной деформации  $\Delta l = 4$  см.

**135.** Какую нужно совершить работу  $A$ , чтобы пружину жесткостью  $k = 800$  Н/м, сжатую на  $X = 6$  см, дополнительно сжать на  $\Delta X = 8$  см?

**136.** Если на верхний конец вертикально расположенной спиральной пружины положить груз, то пружина сожмется на  $\Delta l = 3$  мм. На сколько сожмет пружину тот же груз, упавший на конец пружины с высоты  $h = 8$  см ?

**137.** Из пружинного пистолета с пружиной жесткостью  $k = 150$  Н/м был произведен выстрел пулей массой  $m = 8$  г. Определить скорость  $V$  пули при вылете ее из пистолета, если пружина была сжата на  $\Delta x = 4$  см.

**138.** Налетев на пружинный буфер, вагон массой  $m = 16$  т, двигавшийся со скоростью  $V = 0,6$  м/с, остановился, сжав пружину на  $\Delta l = 8$  см. Найти общую жесткость  $k$  пружин буфера.

**139.** Цепь длиной  $l = 2$  м лежит на столе, одним концом свисая со стола. Если длина свешивающейся части превышает  $l/3$ , то цепь соскальзывает со стола. Определить скорость  $V$  цепи в момент ее отрыва от стола.

**140.** Какая работа  $A$  должна быть совершена при поднятии с Земли материалов для постройки цилиндрической дымоходной трубы высотой  $h = 40$  м, наружным диаметром  $D = 3,0$  м и внутренним диаметром  $d = 2,0$  м ? Плотность материала  $\rho$  принять равной  $2,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

**141.** Шарик массой  $m = 60$  г, привязанный к концу нити длиной  $l_1 = 1,2$  м, вращается с частотой  $n_1 = 2$  с<sup>-1</sup>, опираясь на горизонтальную плоскость. Нить укорачивается, приближая шарик к оси до расстояния  $l_2 = 0,6$  м. С какой частотой  $n_2$  будет при этом вращаться шарик ? Какую работу  $A$  совершает внешняя сила, укорачивая нить ? Трением шарика о плоскость пренебречь.

**142.** По касательной к шкиву маховика в виде диска диаметром  $D = 75$  см и массой  $m = 40$  кг приложена сила  $F = 1$  кН. Определить угловое ускорение  $\epsilon$  и частоту вращения  $n$  маховика через время  $t = 10$  с после начала действия силы, если радиус  $r$  шкива равен 12 см. Силой трения пренебречь.

**143.** На обод маховика диаметром  $D = 60$  см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой  $m = 2$  кг. Определить момент инерции  $J$  маховика, если он, вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за время  $t = 3$  с приобрел угловую скорость  $\omega = 9$  рад/с.

**144.** Нить с привязанными к ее концам грузами массами  $m_1 = 50$  г и  $m_2 = 60$  г перекинута через блок диаметром  $D = 4$  см. Определить

момент инерции  $J$  блока, если под действием силы тяжести грузов он получил угловое ускорение  $\epsilon = 1,5 \text{ рад/с}^2$ . Трением и проскальзыванием нити по блоку пренебречь.

**145.** Стержень вращается вокруг оси, проходящей через его середину, согласно уравнению  $j = At + Bt^3$ , где  $A = 2 \text{ рад/с}$ ,  $B = 0,2 \text{ рад/с}^3$ . Определить вращающий момент  $M$ , действующий на стержень через время  $t = 2 \text{ с}$  после начала вращения, если момент инерции стержня  $J = 0,048 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ .

**146.** По горизонтальной плоскости катится диск со скоростью  $V = 8 \text{ м/с}$ . Определить коэффициент сопротивления, если диск, будучи предоставленным самому себе, остановился, пройдя путь  $S = 18 \text{ м}$ .

**147.** Определить момент силы  $M$ , который необходимо приложить к блоку, вращающемуся с частотой  $n = 12 \text{ с}^{-1}$ , чтобы он остановился в течение времени  $\Delta t = 8 \text{ с}$ . Диаметр блока  $D = 30 \text{ см}$ . Массу блока  $m = 6 \text{ кг}$  считать равномерно распределенной по ободу.

**148.** Блок, имеющий форму диска массой  $m = 0,4 \text{ кг}$ , вращается под действием силы натяжения нити, к концам которой подвешены грузы массами  $m_1 = 0,3 \text{ кг}$  и  $m_2 = 0,7 \text{ кг}$ . Определить силы натяжения  $T_1$  и  $T_2$  нити по обе стороны блока.

**149.** К краю стола прикреплен блок. Через блок перекинута невесомая и нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены грузы. Один груз движется по поверхности стола, а другой – вдоль вертикали вниз. Определить коэффициент  $f$  трения между поверхностями груза и стола, если массы каждого груза и масса блока одинаковы и грузы движутся с ускорением  $a = 5,6 \text{ м/с}^2$ . Проскальзыванием нити по блоку и силой трения, действующей на блок, пренебречь.

**150.** К концам легкой и нерастяжимой нити, перекинутой через блок, подвешены грузы массами  $m_1 = 0,2 \text{ кг}$  и  $m_2 = 0,3 \text{ кг}$ . Во сколько раз отличаются силы, действующие на нить по обе стороны от блока, если масса блока  $m = 0,4 \text{ кг}$ , а его ось движется вертикально вверх с ускорением  $a = 2 \text{ м/с}^2$ ? Силами трения и проскальзывания нити по блоку пренебречь.

**151.** На скамье Жуковского сидит человек и держит на вытянутых руках гири массой  $m = 5 \text{ кг}$  каждая. Расстояние от каждой гири до оси скамьи  $l = 70 \text{ см}$ . Скамья вращается с частотой  $n_1 = 1 \text{ с}^{-1}$ . Как изменится частота вращения скамьи и какую работу  $A$  произведет человек, ес-

ли он сожмет руки так, что расстояние от каждой гири до оси уменьшится до  $l_2 = 20$  см? Момент инерции человека и скамьи (вместе) относительно оси  $J = 2,5$  кг·м<sup>2</sup>.

**152.** На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень вертикально по оси скамьи. Скамья с человеком вращается с угловой скоростью  $\omega_1 = 4$  рад/с. С какой угловой скоростью  $\omega_2$  будет вращаться скамья с человеком, если повернуть стержень так, чтобы он занял горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи  $J = 5$  кг·м<sup>2</sup>. Длина стержня  $l = 1,8$  м, масса  $m = 6$  кг. Считать, что центр масс стержня с человеком находится на оси платформы.

**153.** Платформа в виде диска диаметром  $D = 3$  м и массой  $m_1 = 180$  кг может вращаться вокруг вертикальной оси. С какой угловой скоростью  $\omega_1$  будет вращаться эта платформа, если по ее краю пойдет человек массой  $m_2 = 70$  кг со скоростью  $v = 1,8$  м/с относительно платформы?

**154.** Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. На какой угол  $\alpha$  повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя ее, вернется в исходную (на платформе) точку? Масса платформы  $m_1 = 280$  кг, масса человека  $m_2 = 80$  кг.

**155.** На скамье Жуковского стоит человек и держит в руке за ось велосипедное колесо, вращающееся вокруг своей оси с угловой скоростью  $\omega_1 = 25$  рад/с. Ось колеса расположена вертикально и совпадает с осью скамьи Жуковского. С какой скоростью  $\omega_2$  станет вращаться скамья, если повернуть колесо вокруг горизонтальной оси на угол  $\alpha = 90^\circ$ ? Момент инерции человека и скамьи  $J$  равен  $2,5$  кг·м<sup>2</sup>, момент инерции колеса  $J_0 = 0,5$  кг·м<sup>2</sup>.

**156.** Однородный стержень длиной  $l = 1,0$  м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через один из его концов. В другой конец абсолютно неупруго ударяет пуля массой  $m = 7$  г, летящая перпендикулярно стержню и его оси. Определить массу  $M$  стержня, если в результате попадания пули он отклонится на угол  $\alpha = 60^\circ$ . Принять скорость пули  $v = 360$  м/с.

**157.** На краю платформы в виде диска, вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси с частотой  $n_1 = 8$  мин<sup>-1</sup>, стоит человек массой  $m_1 = 70$  кг. Когда человек перешел в центр платформы, она стала

вращаться с частотой  $n_2 = 10 \text{ мин}^{-1}$ . Определить массу  $m_2$  платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

**158.** На краю неподвижной скамьи Жуковского диаметром  $D = 0,8 \text{ м}$  и массой  $m_1 = 6 \text{ кг}$  стоит человек массой  $m_2 = 60 \text{ кг}$ . С какой угловой скоростью  $W$  начнет вращаться скамья, если человек поймает летящий на него мяч массой  $m = 0,5 \text{ кг}$ ? Траектория мяча горизонтальна и проходит на расстоянии  $r = 0,4 \text{ м}$  от оси скамьи. Скорость мяча  $V = 5 \text{ м/с}$ .

**159.** Горизонтальная платформа массой  $m_1 = 150 \text{ кг}$  вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой  $n = 8 \text{ мин}^{-1}$ . Человек массой  $m_2 = 70 \text{ кг}$  стоит при этом на краю платформы. С какой угловой скоростью  $W$  начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу круглым, однородным диском, а человека – материальной точкой.

**160.** Однородный стержень длиной  $l = 1,0 \text{ м}$  и массой  $M = 0,7 \text{ кг}$  подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. В точку, отстоящую от оси на  $2/3(l)$ , абсолютно упруго ударяет пуля массой  $m = 5 \text{ г}$ , летящая перпендикулярно стержню и его оси. После удара стержень отклонился на угол  $\alpha = 60^\circ$ . Определить скорость пули.

**161.** Определить напряженность  $G$  гравитационного поля на высоте  $h = 1000 \text{ км}$  над поверхностью Земли. Считать известным ускорение  $g$  свободного падения у поверхности Земли и ее радиус  $R$ .

**162.** Какая работа  $A$  будет совершена силами гравитационного поля при падении на Землю тела массой  $m = 2 \text{ кг}$ : 1) с высоты  $h = 1000 \text{ км}$ ; 2) из бесконечности?

**163.** Из бесконечности на поверхность Земли падает метеорит массой  $m = 30 \text{ кг}$ . Определить работу  $A$ , которая при этом будет совершена силами гравитационного поля Земли. Ускорение свободного падения  $g$  у поверхности Земли и ее радиус  $R$  считать известными.

**164.** С поверхности Земли вертикально вверх пущена ракета со скоростью  $V = 5 \text{ км/с}$ . На какую высоту она поднимется?

**165.** По круговой орбите вокруг Земли обращается спутник с периодом  $T = 90 \text{ мин}$ . Определить высоту спутника. Ускорение свободного падения  $g$  у поверхности Земли и ее радиус  $R$  считать известными.

**166.** На каком расстоянии от центра Земли находится точка, в которой напряженность суммарного гравитационного поля Земли и Луны равна нулю? Принять, что масса Земли в 81 раз больше массы Луны и что расстояние от центра Земли до центра Луны равно 60 радиусам Земли.

**167.** Спутник обращается вокруг Земли по круговой орбите на высоте  $h = 520$  км. Определить период обращения спутника. Ускорение свободного падения  $g$  у поверхности Земли и ее радиус  $R$  считать известными.

**168.** Определить линейную и угловую скорости спутника Земли, обращающегося по круговой орбите на высоте  $h = 1000$  км. Ускорение свободного падения  $g$  у поверхности Земли и ее радиус  $R$  считать известными.

**169.** Какова масса Земли, если известно, что Луна в течение года совершает 13 обращений вокруг Земли и расстояние от Земли до Луны равно  $3,84 \cdot 10^8$  м ?

**170.** Во сколько раз средняя плотность земного вещества отличается от средней плотности лунного ? Принять, что радиус  $R_3$  Земли в 390 раз больше радиуса  $R_{л}$  Луны и вес тела на Луне в 6 раз меньше веса тела на Земле.

**171.** На стержне длиной  $l = 30$  м укреплены два одинаковых грузика: один – в середине стержня, другой – на одном из его концов. Стержень с грузами колеблется около горизонтальной оси, проходящей через свободный конец стержня. Определить приведенную длину  $L$  и период  $T$  простых гармонических колебаний данного физического маятника. Массой стержня пренебречь.

**172.** Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнения которых  $x = A_1 \sin w_1 t$  и  $y = A_2 \cos w_2 t$ , где  $A_1 = 8$  см,  $A_2 = 4$  см,  $w_1 = w_2 = 2$  с<sup>-1</sup>. Написать уравнение траектории и построить её. Показать направление движения точки.

**173.** Точка совершает простые гармонические колебания, уравнение которых  $x = A \sin wt$ , где  $A = 5$  см,  $w = 2$  с<sup>-1</sup>. В момент времени, когда точка обладала потенциальной энергией  $\Pi = 0,1$  мДж, на нее действовала возвращающая сила  $F = 5$  мН. Найти этот момент времени  $t$ .

**174.** Определить частоту  $n$  простых гармонических колебаний диска радиусом  $R = 20$  см около горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса диска перпендикулярно его плоскости.

**175.** Определить период  $T$  простых гармонических колебаний диска радиусом  $R = 40$  см около горизонтальной оси, проходящей через образующую диска.

**176.** Определить период  $T$  колебаний математического маятника, если его модуль максимального перемещения  $Dr = 18$  см и максимальная скорость  $V_{max} = 16$  см/с.

177. Материальная точка совершает простые гармонические колебания так, что в начальный момент времени смещение  $X_0 = 4$  см, а скорость  $V_0 = 10$  см/с. Определить амплитуду  $A$  и начальную фазу  $j_0$  колебаний, если их период  $T = 2$  с.

178. Складываются два колебания одинакового направления и одинакового периода:  $x_1 = A_1 \sin w_1 t$  и  $x_2 = A_2 \sin w_2(t + t)$ , где  $A_1 = A_2 = 3$  см,  $w_1 = w_2 = p \text{ с}^{-1}$ ,  $t = 0,5$  с. Определить амплитуду  $A$  и начальную фазу  $j_0$  результирующего колебания. Написать уравнение. Построить векторную диаграмму для момента времени  $t = 0$ .

179. На гладком горизонтальном столе лежит шар массой  $M = 200$  г, прикрепленный к горизонтально расположенной легкой пружине с жесткостью  $k = 500$  Н/м. В шар попадает пуля массой  $m = 10$  г, летящая со скоростью  $V = 300$  м/с, и застревает в нем. Пренебрегая перемещением шара во время удара и сопротивлением воздуха, определить амплитуду  $A$  и период  $T$  колебаний шара.

180. Шарик массой  $m = 60$  г колеблется с периодом  $T = 2$  с. В начальный момент времени смещение шарика  $X_0 = 4,0$  см и он обладает энергией  $E = 0,02$  Дж. Записать уравнение простого гармонического колебания шарика и закон изменения возвращающей силы с течением времени.

## 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ТЕРМОДИНАМИКА

### 2.1. Основные формулы

Количество вещества – число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т. п.), содержащихся в теле или системе. Количество вещества выражается в молях. Моль равен количеству вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде – 12 массой 0,012 кг тела (системы)

$$n = \frac{N}{N_A}, \quad (2.1)$$

где  $N$  – число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т.п.), составляющих тело (систему);  $N_A$  – постоянная Авогадро ( $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup>).

Молярная масса вещества

$$M = \frac{m}{n}, \quad (2.2)$$

где  $m$  – масса однородного тела (системы);  $V$  – количество вещества этого тела. Относительная молекулярная масса вещества

$$M_r = \sum n_i A_{r,i}, \quad (2.3)$$

где  $n_i$  – число атомов  $i$ -го химического элемента, входящего в состав молекулы данного вещества;  $A_{r,i}$  – относительная атомная масса этого элемента. Относительные атомные массы представлены в таблице Д.И. Менделеева.

Связь молярной массы  $M$  с относительной молекулярной массой вещества

$$M = M_r k, \quad (2.4)$$

где  $k=10^{-3}$  кг/моль.

Количество вещества смеси газов

$$n = n_1 + n_2 + \dots + n_n = \frac{N_1}{N_A} + \frac{N_2}{N_A} + \dots + \frac{N_n}{N_A},$$

или

$$n = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \dots + \frac{m_n}{M_n}, \quad (2.5)$$

где  $n_i$ ,  $N_i$ ,  $m_i$ ,  $M_i$  – соответственно количество вещества, число молекул, масса, молярная масса  $i$ -го компонента смеси.

Уравнение Менделеева–Клапейрона (уравнение состояния идеального газа)

$$pV = \frac{m}{M} RT = n RT, \quad (2.6)$$

где  $m$  – масса газа,  $M$  – молярная масса газа,  $R$  – молярная газовая постоянная,  $n$  – количество вещества,  $T$  – термодинамическая температура.

Опытные газовые законы, являющиеся частными случаями уравнения Менделеева – Клапейрона для изопроцессов:

а) закон Бойля – Мариотта (изотермический процесс:  $T = const$ ,  $m=const$ )

$$pV = const, \quad (2.7)$$

или для двух состояний газа



$$p_1 V_1 = p_2 V_2; \quad (2.8)$$

б) закон Гей-Люссака (изобарный процесс:  $p = const, m = const$ )

$$\frac{V}{T} = const, \quad (2.9)$$

или для двух состояний

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}; \quad (2.10)$$

в) закон Шарля (изохорный процесс:  $V = const, m = const$ )

$$\frac{p}{T} = const, \quad (2.11)$$

или для двух состояний

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}; \quad (2.12)$$

г) объединенный газовый закон ( $m = const$ )

$$\frac{pV}{T} = const, \quad \text{или} \quad \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}, \quad (2.13)$$

где  $p_1, V_1, T_1$  – давление, объем и температура газа в начальном состоянии;  $p_2, V_2, T_2$  – те же величины в конечном состоянии.

Закон Дальтона, определяющий давление смеси газов,

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n, \quad (2.14)$$

где  $p_i$  – парциальные давления компонентов смеси;  $n$  – число компонентов смеси.

Парциальным давлением называется давление газа, которое производил бы этот газ, если бы только он один находился в сосуде, занятом смесью. Молярная масса смеси газов

$$M = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{n_1 + n_2 + \dots + n_n}, \quad (2.15)$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -го компонента смеси;  $n_i = \frac{m_i}{M_i}$  – количество вещества

$i$ -го компонента смеси;  $n$  – число компонентов смеси.

Массовая доля  $i$ -го компонента смеси газа (в долях единицы или процентах)

$$w_i = \frac{m_i}{m}, \quad (2.16)$$

где  $m$  – масса смеси.

Концентрация молекул

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \rho}{M}, \quad (2.17)$$

где  $N$  – число молекул, содержащихся в данной системе;  $\rho$  – плотность вещества;  $V$  – объем системы. Формула справедлива не только для газов, но и для любого агрегатного состояния вещества.

Основное уравнение кинетической теории газов

$$p = \frac{2}{3} n \langle e_n \rangle, \quad (2.18)$$

где  $\langle e_n \rangle$  – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы

$$\langle e_n \rangle = \frac{3}{2} kT, \quad (2.19)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана.

Средняя полная кинетическая энергия молекулы

$$\langle e_i \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad (2.20)$$

где  $i$  – число степеней свободы молекулы.

Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры

$$p = nkT. \quad (2.21)$$

Скорости молекул:

средняя квадратичная

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}; \quad (2.22)$$

средняя арифметическая

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{pm_1}} = \sqrt{\frac{8RT}{pM}}; \quad (2.23)$$

наиболее вероятная

$$v_e = \sqrt{\frac{2kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, \quad (2.24)$$

где  $m_1$  – масса одной молекулы.

Относительная скорость молекулы

$$u = v/v_e,$$

где  $V$  – скорость данной молекулы.

Удельные теплоемкости газа при постоянном объеме ( $C_V$ ) и постоянном давлении ( $C_p$ )

$$c_V = \frac{i R}{2 M}, \quad (2.25)$$

$$c_p = \frac{i+2 R}{2 M}. \quad (2.26)$$

Связь между удельной  $C$  и молярной  $C$  теплоемкостями

$$C = cM. \quad (2.27)$$

Уравнение Майера

$$C_p - C_V = R. \quad (2.28)$$

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{m i}{M 2} RT = \frac{m}{M} C_V T. \quad (2.29)$$

Первое начало термодинамики

$$Q = DU + A, \quad (2.30)$$

где  $Q$  – теплота, сообщенная системе (газу);  $DU$  – изменение внутренней энергии системы;  $A$  – работа, совершенная системой против внешних сил. Работа расширения газа: в общем случае

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV; \quad (2.31)$$

при изобарном процессе

$$A = p(V_2 - V_1); \quad (2.32)$$

при изотермическом процессе

$$A = \frac{m}{M_1} RT \ln \frac{V_2}{V_1}; \quad (2.33)$$

при адиабатном процессе

$$A = -DU = -\frac{m}{M} C_V DT, \text{ или } A = \frac{RT_1}{g-1} \frac{m}{M} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{g-1} \right], \quad (2.34)$$

где  $g = C_p / C_V$  – показатель адиабаты.

Уравнения Пуассона, связывающие параметры идеального газа при адиабатном процессе:

$$pV^g = const, \quad (2.35)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{g-1}, \quad (2.36)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^g, \quad (2.37)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(g-1)/g} \quad (2.38)$$

Термический КПД цикла

$$h = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad (2.39)$$

где  $Q_1$  – теплота, полученная рабочим телом от теплоотдатчика;  $Q_2$  – теплота, переданная рабочим телом теплоприемнику.

Термический КПД цикла Карно

$$h = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (2.40)$$

где  $T_1$  и  $T_2$  – термодинамические температуры теплоотдатчика и теплоприемника.

Коэффициент поверхностного натяжения

$$a = \frac{F}{l}, \quad \text{или} \quad a = \frac{DE}{DS}, \quad (2.41)$$

где  $F$  – сила поверхностного натяжения, действующая на контур  $l$ , ограничивающий поверхность жидкости;  $DE$  – изменение свободной энергии поверхностной пленки жидкости, связанное, с изменением площади  $DS$  поверхности этой пленки.

Формула Лапласа, выражающая давление  $p$ , создаваемое сферической поверхностью жидкости:

$$p = \frac{2a}{R}, \quad (2.42)$$

где  $R$  – радиус сферической поверхности.

Высота подъема жидкости в капиллярной трубке

$$h = \frac{2a \cos q}{rgR}, \quad (2.43)$$

где  $q$  – краевой угол ( $q = 0$  при полном смачивании стенок трубки жидкостью;  $q = p$  при полном несмачивании);  $R$  – радиус канала трубки;  $r$  – плотность жидкости;  $g$  – ускорение свободного падения.

Высота подъема жидкости между двумя близкими и параллельными друг другу плоскостями

$$h = \frac{2a \cos q}{rgd}, \quad (2.44)$$

где  $d$  – расстояние между плоскостями.

## 2.2. Примеры решения задач

**Пример 1.** Определить для серной кислоты: 1) относительную молекулярную массу  $M_r$ , 2) молярную массу  $M$ .

**Решение:** 1. Относительная молекулярная масса вещества равна сумме относительных атомных масс всех элементов, атомы которых входят в состав молекулы данного вещества, и определяется по формуле (2.3):

$$M_r = \sum n_i A_{r,i}$$

где  $n_i$  – число атомов  $i$ -го элемента, входящих в молекулу;  $A_{r,i}$  – относительная атомная масса  $i$ -го элемента.

Химическая формула серной кислоты имеет вид  $H_2SO_4$ . Так как в состав молекулы серной кислоты входят атомы трех элементов, то стоящая в правой части данного равенства сумма будет состоять из трех слагаемых, и эта формула примет вид

$$M_r = n_1 A_{r,1} + n_2 A_{r,2} + n_3 A_{r,3} \quad (2.45)$$

Из формулы серной кислоты далее следует, что  $n_1 = 2$  (два атома водорода),  $n_2 = 1$  (один атом серы) и  $n_3 = 4$  (четыре атома кислорода).

Значения относительных атомных масс водорода, серы и кислорода найдем в таблице Д. И. Менделеева:

$$A_{r,1} = 1, A_{r,2} = 32, A_{r,3} = 16.$$

Подставив значения  $n_i$  и  $A_{r,i}$  в формулу (3.45), найдем относительную молекулярную массу серной кислоты:

$$M_r = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 32 + 4 \cdot 16 = 98.$$

2. Зная относительную молекулярную массу  $M_r$ , найдем молярную массу серной кислоты по формуле (2.4)

$$M = M_r k, \quad (2.46)$$

где  $k = 10^{-3}$  кг/моль.

Подставив в (2.46) значения величин, получим

$$M = 98 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль.}$$

**Пример 2.** Определить молярную массу  $M$  смеси кислорода массой  $m_1 = 25$  г и азота массой  $m_2 = 75$  г.

**Решение.** Молярная масса смеси  $M$  есть отношение массы смеси  $m$  к количеству вещества смеси  $n$ :

$$M = \frac{m}{n} \quad (2.47)$$

Масса смеси равна сумме масс компонентов смеси:

$$m = m_1 + m_2.$$

Количество вещества смеси равно сумме количеств вещества компонентов:

$$n = n_1 + n_2 = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}.$$

Подставив в формулу (2.47) выражения  $m$  и  $n$ , получим

$$M = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}}. \quad (2.48)$$

Применив метод, использованный в примере 1, найдем молярные массы кислорода  $M_1$  и азота  $M_2$ :

$$M_1 = 10^{-3} \text{ кг/моль}; M_2 = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Подставим значения величин в (2.48) и произведем вычисления:

$$\begin{aligned} M &= \frac{25 \cdot 10^{-3} + 75 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-3} / (32 \cdot 10^{-3}) + 75 \cdot 10^{-3} / (28 \cdot 10^{-3})} \text{ кг / моль} = \\ &= 28,9 \cdot 10^{-3} \text{ кг / моль} \end{aligned}$$

**Пример 3.** Определить число  $N$  молекул, содержащихся в объеме  $V = 1 \text{ мм}^3$  воды, и массу  $m_1$  молекулы воды. Считая условно, что молекулы воды имеют вид шариков, соприкасающихся друг с другом, найти диаметр  $d$  молекул.

**Решение.** Число  $N$  молекул, содержащихся в некоторой системе массой  $m$ , равно произведению постоянной Авогадро  $N_A$  на количество вещества  $\nu$  (см. 2.1).

Так как  $n = m/M$ , где  $M$  – молярная масса, то  $N = (mN_A)/M$ . Выразив в этой формуле массу как произведение плотности на объем  $V$ , получим:

$$N = \frac{\rho V N_A}{M}. \quad (2.49)$$

Произведем вычисления, учитывая, что  $M = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ :

$$N = \frac{10^3 \cdot 10^{-9}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ молекул} = 3,34 \cdot 10^{19} \text{ молекул}.$$

Массу  $m_1$  одной молекулы можно найти по формуле

$$m_1 = \frac{M}{N_A}. \quad (2.50)$$

Подставив в (2.50) значения  $M$  и  $N_A$ , найдем массу молекулы воды:

$$m_1 = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} \text{ кг} = 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$$

Если молекулы воды плотно прилегают друг к другу, то можно считать, что на каждую молекулу приходится объем (кубическая ячейка)  $V_1 = d^3$ , где  $d$  – диаметр молекулы. Отсюда

$$d = \sqrt[3]{V_1}. \quad (2.51)$$

Объем  $V_1$  найдем, разделив молярный объем  $V_m$ , на число молекул в моле, т. е. на  $N_A$ :

$$V_1 = \frac{V_m}{N_A}. \quad (2.52)$$

Подставим выражение (2.52) в (2.51):

$$d = \sqrt[3]{\frac{V_m}{N_A}},$$

где  $V_m = M / r$ . Тогда получим:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{rN_A}}. \quad (2.53)$$

Проверим, дает ли правая часть выражения (2.53) единицу длины:

$$\left\{ \frac{[M]}{[r][N_A]} \right\}^{1/3} = \left\{ \frac{1 \text{ кг/моль}}{1 \text{ кг/м}^3 \cdot 1 \text{ моль}^{-1}} \right\}^{1/3} = 1 \text{ м}.$$

Произведем вычисления:

$$d = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} \text{ м} = 3,11 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 311 \text{ пм}.$$

**Пример 4.** В баллоне объемом  $10 \text{ л}$  находится гелий под давлением  $p_1 = 1 \text{ МПа}$  и при температуре  $T_1 = 300 \text{ К}$ . После того, как из баллона



было взято  $m = 10$  г гелия, температура в баллоне понизилась до  $T_2 = 290$  К. Определить давление  $p_2$  гелия, оставшегося в баллоне.

**Решение.** Для решения задачи воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона, применив его к конечному состоянию газа (2.6):

$$p_2 V = \frac{m_2}{M} R T_2, \quad (2.54)$$

где  $m_2$  – масса гелия в баллоне в конечном состоянии;  $M$  – молярная масса гелия;  $R$  – молярная газовая постоянная. Из уравнения (2.54) выразим искомое давление:

$$p_2 = \frac{m_2 R T_2}{M V}. \quad (2.55)$$

Массу  $m_2$  гелия выразим через массу  $m_1$ , соответствующую начальному состоянию, и массу  $m$  гелия, взятого из баллона:

$$m_2 = m_1 - m. \quad (2.56)$$

Массу  $m_1$  гелия найдем также из уравнения Менделеева – Клапейрона, применив его к начальному состоянию:

$$m_1 = M p_1 V / (R T_1). \quad (2.57)$$

Подставив выражение массы  $m_1$  в (2.56), а затем выражение  $m_2$  в (2.55), найдем

$$p_2 = \left( \frac{M p_1 V}{R T_1} - m \right) \frac{R T_2}{M V},$$

или

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 - \frac{m}{M} \frac{R T_2}{V}. \quad (2.58)$$

Проверим, дает ли формула (2.58) единицу давления. Для этого в ее правую часть вместо символов величин подставим их единицы. В правой части формулы имеется два слагаемых. Очевидно, что первое из них дает единицу давления, так как состоит из двух множителей, первый из которых  $(T_2/T_1)$  – безразмерный, а второй – давление. Проверим второе слагаемое:

$$\frac{[m][R][T]}{[M][V]} = \frac{1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}) \cdot 1 \text{ К}}{1 \text{ кг}/\text{моль} \cdot 1 \text{ м}^3} = \frac{1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ моль}}{1 \text{ кг}} \times$$

$$\times \frac{1 \text{ Дж} \cdot 1 \text{ К}}{1 \text{ м}^3 \cdot 1 \text{ моль} \cdot 1 \text{ К}} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ м}^3} = \frac{1 \text{ Н} \cdot \text{м}}{1 \text{ м}^3} = \frac{1 \text{ Н}}{1 \text{ м}^2} = 1 \text{ Па}.$$

Паскаль является единицей давления. Произведем вычисления по формуле (2.58), учитывая, что  $M = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ :

$$p_2 = \left( \frac{290}{300} \cdot 10^6 - \frac{10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{8,31}{10^{-2}} \cdot 290 \right) \text{ Па} = 3,64 \cdot 10^5 \text{ Па} =$$

$$= 0,364 \text{ МПа}.$$

**Пример 5.** Баллон содержит  $m_1 = 80 \text{ г}$  кислорода и  $m_2 = 320 \text{ г}$  аргона. Давление смеси  $p = 1 \text{ МПа}$ , температура  $T = 300 \text{ К}$ . Принимая данные газы за идеальные, определить объем  $V$  баллона.

**Решение.** По закону Дальтона, давление смеси равно сумме парциальных давлений газов, входящих в состав смеси. По уравнению Менделеева – Клапейрона, парциальные давления  $p_1$  кислорода и  $p_2$  аргона выражаются формулами (2.6):

$$p_1 = \frac{m_1 RT}{(M_1 V)}, \quad p_2 = \frac{m_2 RT}{(M_2 V)}.$$

Следовательно, по закону Дальтона (2.14), давление смеси газов

$$p = p_1 + p_2, \quad \text{или} \quad p = \left( \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{V},$$

откуда объем баллона

$$V = \left( \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \frac{RT}{p}. \quad (2.59)$$

Произведем вычисления, учитывая, что  $M_1 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ ,  $M_2 = 40 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ .

**Пример 6.** Найти среднюю кинетическую энергию  $\langle \epsilon_{вр} \rangle$  вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре  $T = 350 \text{ К}$ ,

а также кинетическую энергию  $E_K$  вращательного движения всех молекул кислорода массой  $m = 4$  г.

**Решение.** На каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая средняя энергия  $\langle e_{вр} \rangle = \frac{1}{2} kT$ , где  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – термодинамическая температура газа. Так как вращательному движению двухатомной молекулы (молекула кислорода – двухатомная) соответствуют две степени свободы, то средняя энергия вращательного движения молекулы кислорода

$$\langle e_{вр} \rangle = 2 \frac{1}{2} kT. \quad (2.60)$$

Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа

$$E_{ж} = \langle e_{вр} \rangle N. \quad (2.61)$$

Число всех молекул газа

$$N = N_A n, \quad (2.62)$$

где  $N_A$  – постоянная Авогадро;  $n$  – количество вещества.

Если учесть, что количество вещества  $n = m/M$ , где  $m$  – масса газа;  $M$  – молярная масса газа, то формула (2.62) примет вид

$$N = N_A \frac{m}{M}.$$

Подставив выражение  $N$  в формулу (2.61), получаем

$$E_K = \frac{N_A m \langle e_{вр} \rangle}{M} \quad (2.63)$$

Произведем вычисления, учитывая, что для кислорода  $M = 32 \cdot 10^{-3}$  кг/моль:

$$\langle e_{вр} \rangle = kT = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 \text{ Дж} = 4,83 \cdot 10^{-21} \text{ Дж};$$

$$E_K = 6,02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 4,83 \cdot 10^{-21} \text{ Дж} = 364 \text{ Дж}.$$

**Пример 7.** Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме  $C_V$  и при постоянном давлении  $C_p$  неона и водорода, принимая эти газы за идеальные.

**Решение.** Удельные теплоемкости идеальных газов выражаются формулами (2.25) и (2.26)

$$c_V = \frac{i R}{2 M}, \quad c_p = \frac{i + 2 R}{2 M},$$

где  $i$  – число степеней свободы молекулы газа;  $M$  – молярная масса. Для неона (одноатомный газ)  $i = 3$  и  $M = 20 \cdot 10^{-3}$  кг/моль.

Произведем вычисления:

$$c_V = \frac{3}{2} \frac{8,31}{20 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)} = 6,24 \cdot 10^2 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$c_p = \frac{3 + 2}{2} \frac{8,31}{20 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)} = 1,04 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Для водорода (двухатомный газ)  $i = 5$  и  $M = 2 \cdot 10^{-3}$  кг/моль. Тогда

$$c_V = \frac{5}{2} \cdot \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)} = 1,04 \cdot 10^4 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$c_p = \frac{5 + 2}{2} \cdot \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)} = 1,46 \cdot 10^4 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

**Пример 8.** Вычислить удельные теплоемкости  $c_V$  и  $c_p$  смеси неона и водорода, если массовые доли неона и водорода составляют  $w_1 = 80\%$  и  $w_2 = 20\%$ . Значения удельных теплоемкостей газов взять из предыдущего примера.

**Решение.** Удельную теплоемкость  $c_V$  смеси при постоянном объеме найдем следующим образом. Теплоту, необходимую для нагревания смеси на  $DT$ , выразим двумя способами:

$$Q = c_V (m_1 + m_2) DT, \quad (2.64)$$

$$Q = (c_{V,1} m_1 + c_{V,2} m_2) DT, \quad (2.65)$$

где  $c_{V,1}$  – удельная теплоемкость неона;  $c_{V,2}$  – удельная теплоемкость водорода. Приравняв правые части (2.64) и (2.65) и разделив обе части полученного равенства на  $DT$ , получим  $c_V (m_1 + m_2) = c_{V,1} m_1 + c_{V,2} m_2$ .

Отсюда

$$c_V = c_{V,1} \frac{m_1}{m_1 + m_2} + c_{V,2} \frac{m_2}{m_1 + m_2},$$

или

$$c_V = c_{V,1} w_1 + c_{V,2} w_2,$$

где

$$w_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \quad \text{и} \quad w_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

Рассуждая так же, получим формулу для вычисления удельной теплоемкости смеси при постоянном давлении:

$$c_p = c_{p,1} w_1 + c_{p,2} w_2,$$

Произведем вычисления:

$$\begin{aligned} c_V &= (6,24 \cdot 10^2 \cdot 0,8 + 1,04 \cdot 10^4 \cdot 0,2) \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = \\ &= 2,58 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 2,58 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_p &= (1,04 \cdot 10^3 \cdot 0,8 + 1,46 \cdot 10^4 \cdot 0,2) \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = \\ &= 3,75 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 3,75 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}). \end{aligned}$$

**Пример 9.** Кислород массой  $m = 2 \text{ кг}$  занимает объем  $V_1 = 1 \text{ м}^3$  и находится под давлением  $p_1 = 0,2 \text{ МПа}$ . Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема  $V_2 = 3 \text{ м}^3$ , а затем при постоянном объеме до давления  $p_3 = 0,5 \text{ МПа}$ . Найти изменение  $DU$  внутренней энергии газа, совершенную им работу  $A$  и теплоту  $Q$ , переданную газу. Построить график процесса.

**Решение.** Изменение внутренней энергии газа

$$DU = c_V m DT = \frac{i R}{2 M} m DT; \quad (2.66)$$

где  $i$  – число степеней свободы молекул газа (для двухатомных молекул кислорода  $i = 5$ );  $DT = T_3 - T_1$  – разность температур газа в конечном (третьем) и начальном состояниях.

Начальную и конечную температуру газа найдем из уравнения Менделеева – Клапейрона  $pV = \frac{mRT}{M}$ , откуда

$$T = \frac{pVM}{mR}.$$

Работа расширения газа при постоянном давлении выражается формулой

$$A_1 = \frac{m_1 RDT}{M}. \quad (2.67)$$

Работа газа, нагреваемого при постоянном объеме, равна нулю:

$$A_2 = 0.$$

Следовательно, полная работа, совершаемая газом,

$$A = A_1 + A_2 = A_1.$$

Согласно первому началу термодинамики, теплота  $Q$ , переданная газу, равна сумме изменения внутренней энергии  $DU$  и работы  $A$ :

$$Q = DU + A.$$

Произведем вычисления, учитывая, что для кислорода  $M = 32 \cdot 10^{-3}$  кг/моль:

$$T_1 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} \text{ К} = 385 \text{ К};$$

$$T_2 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} \text{ К} = 1155 \text{ К};$$

$$T_3 = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} \text{ К} = 2887 \text{ К};$$

$$A_1 = \frac{8,31 \cdot 2 \cdot (1155 - 385)}{32 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж} = 0,400 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 0,4 \text{ МДж};$$

$$A = A_1 = 0,4 \text{ МДж};$$

$$DU = \frac{5}{2} \frac{8,31 \cdot 2 (2887 - 385)}{32 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж} =$$

$$= 3,24 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 3,24 \text{ МДж}$$

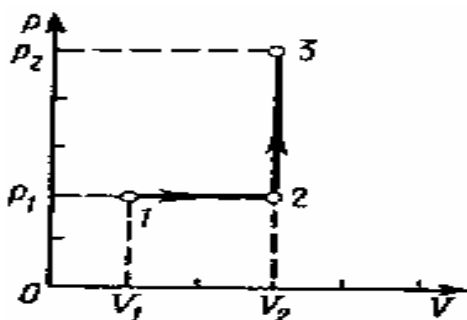


Рис. 2.1.

$$Q = (3,24 + 0,4) \text{ МДж} = 3,64 \text{ МДж};$$

График процесса приведен на рис. 2.1.

**Пример 10.** В цилиндре под поршнем находится водород массой  $m = 0,02 \text{ кг}$  при температуре  $T_1 = 300 \text{ К}$ . Водород сначала расширился адиабатно, увеличив свой объем в  $n_1 = 5$  раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился в  $n_1 = 5$  раз. Найти температуру в конце адиабатного расширения и работу, совершаемую газом при этих процессах. Изобразить процесс графически.

**Решение.** Температуры и объемы газа, совершающего адиабатный процесс, связаны между собой соотношением (2.36)

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{g-1}, \quad \text{или} \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{n_1^{g-1}},$$

где  $g$  – отношение теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме;  $n_1 = V_2/V_1$ .

Отсюда получаем следующее выражение для конечной температуры:

$$T_2 = \frac{T_1}{n_1^{g-1}}.$$

Работа  $A_1$  газа при адиабатном расширении может быть определена по формуле (3.34):

$$A_1 = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_1 - T_2),$$

где  $C_V$  – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме. Работа  $A_2$  газа при изотермическом процессе может быть выражена в виде (см. 2.33)

$$A_2 = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_2}, \quad \text{или} \quad A_2 = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{1}{n_2},$$

где  $n_2 = V_2/V_3$ .

Произведем вычисления, учитывая, что для водорода как для двухатомного газа  $g = 1,4$ ,  $i = 5$  и  $M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ :

$$T_2 = \frac{300}{5^{1,4-1}} \text{ К} = \frac{300}{5^{0,4}} \text{ К}.$$

Так как  $5^{0,4} = 1,91$  (находится логарифмированием), то

$$T_2 = \frac{300}{1,91} \text{ К} = 157 \text{ К};$$

$$A_1 = \frac{0,02 \cdot 5 \cdot 8,31}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2} (300 - 157) \text{ Дж} =$$

$$= 29,8 \text{ кДж};$$

$$A_2 = \frac{0,02}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot 157 \ln \frac{1}{5} \text{ Дж} =$$

$$= -21 \text{ кДж}.$$

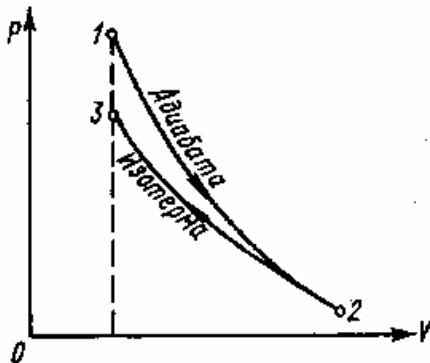


Рис. 2.2.

Знак минус показывает, что при сжатии работа газа совершается над газом внешними силами.

График процесса приведен на рис. 2.2

**Пример 11.** Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура теплоотдатчика  $T_1 = 500 \text{ К}$ . Определить термический КПД  $h$  цикла и температуру  $T_2$  теплоприемника тепловой машины, если за счет каждого килоДжоуля теплоты, полученной от теплоотдатчика, машина совершает работу  $A = 350 \text{ Дж}$ .

**Решение.** Термический КПД тепловой машины показывает, какая доля теплоты, полученной от теплоотдатчика, превращается в механическую работу. Термический КПД выражается формулой

$$h = \frac{A}{Q_1}, \quad (2.66)$$

где  $Q_1$  – теплота, полученная от теплоотдатчика;  $A$  – работа, совершенная рабочим телом тепловой машины.

Зная КПД цикла, можно по формуле  $h = (T_1 - T_2) / T_1$  определить температуру охладителя  $T_2$ :

$$T_2 = T_1(1 - h).$$

Произведем вычисления:

$$h = \frac{350}{1000} = 0,35; \quad T_2 = 500(1 - 0,35) \text{ К} = 325 \text{ К}.$$

**Пример 12.** Найти добавочное давление внутри мыльного пузыря диаметром  $d = 10 \text{ см}$ . Какую работу нужно совершить, чтобы выдуть этот пузырь?



**Решение.** Пленка мыльного пузыря имеет две сферические поверхности: внешнюю и внутреннюю. Обе поверхности оказывают давление на воздух, заключенный внутри пузыря. Так как толщина пленки чрезвычайно мала, то диаметры обеих поверхностей практически одинаковы. Поэтому добавочное давление (см. 2.42)

$$p = 2 \frac{2a}{r},$$

где  $r$  – радиус пузыря. Так как  $r = d/2$ , то

$$p = 8a/d.$$

Работа, которую нужно совершить, чтобы, растягивая пленку, увеличить ее поверхность на  $DS$ , выражается формулой (см. 2.41)

$$A = aDS, \quad \text{или} \quad A = a(S - S_0).$$

В данном случае  $S$  – общая площадь двух сферических поверхностей пленки мыльного пузыря;  $S_0$  – общая площадь двух поверхностей плоской пленки, затягивавшей отверстие трубки до выдувания пузыря. Пренебрегая  $S_0$ , получаем

$$A = aS = 2pd^2a.$$

Произведем вычисления:

$$p = \frac{8 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{0,1} \text{ Па} = 3,2 \text{ Па};$$

$$A = 2 \cdot 3,14 \cdot (0,1)^2 \cdot 40 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 2,5 \text{ мДж}.$$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Таблица вариантов  
для специальностей, учебными планами которых  
предусмотрено по курсу физики четыре и шесть контрольных работ

| Вариант | Номера контрольных работ |     |     |     |     |     |     |     |
|---------|--------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0       | 210                      | 220 | 230 | 240 | 250 | 260 | 270 | 280 |
| 1       | 201                      | 211 | 221 | 231 | 241 | 251 | 261 | 271 |
| 2       | 202                      | 212 | 222 | 232 | 242 | 252 | 262 | 272 |
| 3       | 203                      | 213 | 223 | 233 | 243 | 253 | 263 | 273 |
| 4       | 204                      | 214 | 224 | 234 | 244 | 254 | 264 | 274 |
| 5       | 205                      | 215 | 225 | 235 | 245 | 255 | 265 | 275 |
| 6       | 206                      | 216 | 226 | 236 | 246 | 256 | 266 | 276 |

|   |     |     |     |     |     |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 7 | 207 | 217 | 227 | 237 | 247 | 257 | 267 | 277 |
| 8 | 208 | 218 | 228 | 238 | 248 | 258 | 268 | 278 |
| 9 | 209 | 219 | 229 | 239 | 249 | 259 | 269 | 279 |

**201.** Определить количество вещества  $n$  и число  $N$  молекул кислорода массой  $m = 0,5$  кг.

**202.** Сколько атомов содержится в ртути: 1) количеством вещества  $n = 0,2$  моль; 2) массой  $m = 1$  г?

**203.** Вода при температуре  $t = 4^\circ\text{C}$  занимает объем  $V = 1$  см<sup>3</sup>. Определить количество вещества  $n$  и число  $N$  молекул воды.

**204.** Найти молярную массу  $M$  и массу  $m_M$  одной молекулы поваренной соли.

**205.** Определить массу  $m_M$  одной молекулы углекислого газа.

**206.** Определить концентрацию  $n$  молекул кислорода, находящегося в сосуде вместимостью  $V = 2$  л. Количество вещества  $n$  кислорода равно  $0,2$  моль.

**207.** Определить количество вещества  $n$  водорода, заполняющего сосуд объемом  $V = 3$  л, если концентрация молекул газа в сосуде  $n = 2 \cdot 10^{18}$  м<sup>-3</sup>.

**208.** В баллоне вместимостью  $V = 3$  л содержится кислород массой  $m = 10$  г. Определить концентрацию  $n$  молекул газа.

**209.** Определить относительную молекулярную массу  $M_r$ : 1) воды; 2) углекислого газа; 3) поваренной соли.

**210.** Определить количество вещества  $n$  и число  $N$  молекул азота массой  $m = 0,2$  кг.

**211.** В цилиндр длиной  $l = 1,6$  м, заполненный воздухом при нормальном атмосферном давлении  $p_0$ , начали медленно вдвигать поршень площадью основания  $S = 200$  см<sup>2</sup>. Определить силу  $F$ , действующую на поршень, если его остановить на расстоянии  $l_1 = 10$  см от дна цилиндра.

**212.** В баллоне находится газ при температуре  $T_1 = 400$  К. До какой температуры  $T_2$  надо нагреть газ, чтобы его давление увеличилось в  $1,5$  раза?

**213.** Баллон вместимостью  $V = 20$  л заполнен азотом при температуре  $T = 400$  К. Когда часть газа израсходовали, давление в баллоне

понижилось на  $\Delta p = 200 \text{ кПа}$ . Определить массу  $m$  израсходованного газа. Процесс считать изотермическим.

214. В баллоне вместимостью  $V = 15 \text{ л}$  находится аргон под давлением  $p_1 = 600 \text{ кПа}$  и при температуре  $T_1 = 300 \text{ К}$ . Когда из баллона было взято некоторое количество газа, давление в баллоне понизилось до  $p_2 = 400 \text{ кПа}$ , а температура установилась  $T_2 = 260 \text{ К}$ . Определить массу  $m$  аргона, взятого из баллона.

215. Два сосуда одинакового объема содержат кислород. В одном сосуде давление  $p_1 = 2 \text{ МПа}$  и температура  $T_1 = 800 \text{ К}$ , в другом  $p_2 = 2,5 \text{ МПа}$ ,  $T_2 = 200 \text{ К}$ . Сосуды соединили трубкой и охладили находящийся в них кислород до температуры  $T = 200 \text{ К}$ . Определить установившееся в сосудах давление  $p$ .

216. Вычислить плотность  $\rho$  азота, находящегося в баллоне под давлением  $p = 2 \text{ МПа}$  и имеющего температуру  $T = 400 \text{ К}$ .

217. Определить относительную молекулярную массу  $M_r$  газа, если при температуре  $T = 154 \text{ К}$  и давлении  $p = 2,8 \text{ МПа}$  он имеет плотность  $\rho = 6,1 \text{ кг/м}^3$ .

218. Найти плотность  $\rho$  азота при температуре  $T = 400 \text{ К}$  и давлении  $p = 2 \text{ МПа}$ .

219. В сосуде вместимостью  $V = 40 \text{ л}$  находится кислород при температуре  $T = 300 \text{ К}$ . Когда часть газа израсходовали, давление в баллоне понизилось на  $\Delta p = 100 \text{ кПа}$ . Определить массу  $m$  израсходованного кислорода. Процесс считать изотермическим.

220. Определить плотность  $\rho$  водяного пара, находящегося под давлением  $p = 2,5 \text{ кПа}$  и имеющего температуру  $T = 250 \text{ К}$ .

221. Определить внутреннюю энергию  $U$  водорода, а также среднюю кинетическую энергию  $\langle e \rangle$  молекулы этого газа при температуре  $T = 300 \text{ К}$ , если количество вещества  $n$  этого газа равно  $0,5 \text{ моль}$ .

222. Определить суммарную кинетическую энергию  $E_k$  поступательного движения всех молекул газа, находящегося в сосуде вместимостью  $V = 3 \text{ л}$  под давлением  $p = 540 \text{ кПа}$ .

223. Количество вещества гелия  $n = 1,5 \text{ моль}$ , температура  $T = 120 \text{ К}$ . Определить суммарную кинетическую энергию  $E_k$  поступательного движения всех молекул этого газа.

**224.** Молярная внутренняя энергия  $U_m$  некоторого двухатомного газа равна  $6,02 \text{ кДж/моль}$ . Определить среднюю кинетическую энергию  $\langle e_{вр} \rangle$  вращательного движения одной молекулы этого газа. Газ считать идеальным.

**225.** Определить среднюю кинетическую энергию  $\langle e \rangle$  одной молекулы водяного пара при температуре  $T = 500 \text{ К}$ .

**226.** Определить среднюю квадратичную скорость  $\bar{v}_{кв}$  молекулы газа, заключенного в сосуд вместимостью  $V = 2 \text{ л}$  под давлением  $p = 200 \text{ кПа}$ . Масса газа  $m = 0,3 \text{ г}$ .

**227.** Водород находится при температуре  $T = 300 \text{ К}$ . Найти среднюю кинетическую энергию  $\langle e_{вр} \rangle$  вращательного движения одной молекулы, а также суммарную кинетическую энергию  $E_k$  всех молекул этого газа; количество водорода  $n = 0,5 \text{ моль}$ .

**228.** При какой температуре средняя кинетическая энергия  $\langle e_{п} \rangle$  поступательного движения молекулы газа равна  $4,14 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$ ?

**229.** В азоте взвешены мельчайшие пылинки, которые движутся так, как если бы они были очень крупными молекулами. Масса каждой пылинки равна  $6 \cdot 10^{-10} \text{ г}$ . Газ находится при температуре  $T = 400 \text{ К}$ . Определить средние квадратичные скорости  $\bar{v}_{кв}$ , а также средние кинетические энергии  $\langle e_{п} \rangle$  поступательного движения молекулы азота и пылинки.

**230.** Определить среднюю кинетическую энергию  $\langle e_{п} \rangle$  поступательного движения и  $\langle e_{вр} \rangle$  вращательного движения молекулы азота при температуре  $T = 1 \text{ К}$ . Определить также полную кинетическую энергию  $E_k$  молекулы при тех же условиях.

**231.** Определить молярную массу  $M$  двухатомного газа и его удельные теплоемкости, если известно, что разность  $C_p - C_v$  удельных теплоемкостей этого газа равна  $260 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ .

**232.** Найти удельные  $C_p$  и  $C_v$ , а также молярные  $C_p$  и  $C_v$  теплоемкости углекислого газа.

**233.** Найти наименьший объем баллона, вмещающего  $6,4 \text{ кг}$  кислорода, если его стенки при температуре  $20^\circ\text{C}$  выдерживают давление  $15,7 \text{ МПа}$ .

**234.** В сосуде вместимостью  $V = 6 \text{ л}$  находится при нормальных условиях двухатомный газ. Определить теплоемкость  $C_V$  этого газа при постоянном объеме.

**235.** Найти полную кинетическую энергию, а также кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы аммиака  $\text{NH}_3$  при температуре  $t = 27^\circ\text{C}$ .

**236.** Определить молярные теплоемкости газа, если его удельные теплоемкости  $c_V = 10,4 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)}$  и  $c_p = 14,6 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)}$ .

**237.** Найти удельные  $c_V$  и  $c_p$  и молярные  $C_V$  и  $C_p$  теплоемкости азота и гелия.

**238.** Вычислить удельные теплоемкости газа, зная, что его молярная масса  $M = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$  и отношение теплоемкостей  $C_p/C_V = 1,67$ .

**239.** Трехатомный газ под давлением  $p = 240 \text{ кПа}$  и температуре  $t = 20^\circ\text{C}$  занимает объем  $V = 10 \text{ л}$ . Определить теплоемкость  $C_p$  этого газа при постоянном давлении.

**240.** Одноатомный газ при нормальных условиях занимает объем  $V = 5 \text{ л}$ . Вычислить теплоемкость  $C_V$  этого газа при постоянном объеме.

**241.** Найти среднее число  $\bar{az}\tilde{n}$  столкновений за время  $t = 1 \text{ с}$  и длину свободного пробега  $\bar{al}\tilde{n}$  молекулы гелия, если газ находится под давлением  $p = 2 \text{ кПа}$  при температуре  $T = 200 \text{ К}$ .

**242.** Определить среднюю длину свободного пробега  $\bar{al}\tilde{n}$  молекулы азота в сосуде вместимостью  $V = 5 \text{ л}$ . Масса газа  $m = 0,5 \text{ г}$ .

**243.** Водород находится под давлением  $p = 20 \text{ мкПа}$  и имеет температуру  $T = 300 \text{ К}$ . Определить среднюю длину свободного пробега  $\bar{al}\tilde{n}$  молекулы такого газа.

**244.** При нормальных условиях длина свободного пробега  $\bar{al}\tilde{n}$  молекулы водорода равна  $0,160 \text{ мкм}$ . Определить диаметр  $d$  молекулы водорода.

**245.** Какова средняя арифметическая скорость  $\bar{av}\tilde{n}$  молекул кислорода при нормальных условиях, если известно, что средняя длина свободного пробега  $\bar{al}\tilde{n}$  молекулы кислорода при этих условиях равна  $100 \text{ нм}$ ?

**246.** Кислород находится под давлением  $p = 133 \text{ нПа}$  при температуре  $T = 200 \text{ К}$ . Вычислить среднее число  $\bar{azn}$  столкновений молекулы кислорода при этих условиях за время  $t = 1 \text{ с}$ .

**247.** При каком давлении  $p$  средняя длина свободного пробега  $\bar{al} \tilde{n}$  молекул азота равна  $1 \text{ м}$ , если температура газа  $t = 10^\circ \text{С}$ ?

**248.** В сосуде вместимостью  $V = 5 \text{ л}$  находится водород массой  $m = 0,5 \text{ г}$ . Определить среднюю длину свободного пробега  $\bar{al} \tilde{n}$  молекулы водорода в этом сосуде.

**249.** Средняя длина свободного пробега  $\bar{al} \tilde{n}$  молекулы водорода при некоторых условиях равна  $2 \text{ мм}$ . Найти плотность  $r$  водорода при этих условиях.

**250.** В сферической колбе вместимостью  $V = 3 \text{ л}$ , содержащей азот, создан вакуум с давлением  $p = 80 \text{ мкПа}$ . Температура газа  $T = 250 \text{ К}$ . Можно ли считать вакуум в колбе высоким?

*Примечание.* Вакуум считается высоким, если длина свободного пробега молекул в нем много больше линейных размеров сосуда.

**251.** Определить количество теплоты  $Q$ , которое надо сообщить кислороду объемом  $V = 50 \text{ л}$  при его изохорном нагревании, чтобы давление газа повысилось на  $\Delta p = 0,5 \text{ МПа}$ .

**252.** При изотермическом расширении азота при температуре  $T = 280 \text{ К}$  объем его увеличился в два раза. Определить: 1) совершенную при расширении газа работу  $A$ , 2) изменение  $DU$  внутренней энергии; 3) количество теплоты  $Q$ , полученное газом. Масса азота  $m = 0,2 \text{ кг}$ .

**253.** При адиабатном сжатии давление воздуха было увеличено от  $p_1 = 50 \text{ кПа}$  до  $p_2 = 0,5 \text{ МПа}$ . Затем при неизменном объеме температура воздуха была понижена до первоначальной. Определить давление  $p_3$  газа в конце процесса.

**254.** Кислород массой  $m = 200 \text{ г}$  занимает объем  $V_1 = 100 \text{ л}$  и находится под давлением  $p_1 = 200 \text{ кПа}$ . При нагревании газ расширился при постоянном давлении до объема  $V_2 = 300 \text{ л}$ , а затем его давление возросло до  $p_3 = 500 \text{ кПа}$  при неизменном объеме. Найти изменение внутренней энергии  $DU$  газа, совершенную газом работу  $A$  и теплоту  $Q$ , переданную газу. Построить график процесса.

**255.** Объем водорода при изотермическом расширении при температуре  $T = 300 \text{ K}$  увеличился в  $n = 3$  раза. Определить работу  $A$ , совершенную газом, и теплоту  $Q$ , полученную при этом. Масса  $m$  водорода равна  $200 \text{ г}$ .

**256.** Азот массой  $m = 0,1 \text{ кг}$  был изобарно нагрет от температуры  $T_1 = 200 \text{ K}$  до температуры  $T_2 = 400 \text{ K}$ . Определить работу  $A$ , совершенную газом, полученную им теплоту  $Q$  и изменение  $DU$  внутренней энергии азота.

**257.** Во сколько раз увеличится объем водорода, содержащий количество вещества  $n = 0,4 \text{ моль}$  при изотермическом расширении, если при этом газ получит количество теплоты  $Q = 800 \text{ Дж}$ ? Температура водорода  $T = 300 \text{ K}$ .

**258.** Какая работа  $A$  совершается при изотермическом расширении водорода массой  $m = 5 \text{ г}$ , взятого при температуре  $T = 290 \text{ K}$ , если объем газа увеличивается в три раза?

**259.** Какая доля  $w_1$  количества теплоты  $Q$ , подводимого к идеальному двухатомному газу при изобарном процессе, расходуется на увеличение  $DU$  внутренней энергии газа и какая доля  $w_2$  – на работу  $A$  расширения? Рассмотреть три случая, если газ: 1) одноатомный; 2) двухатомный; 3) трехатомный.

**260.** Определить работу  $A$ , которую совершит азот, если ему при постоянном давлении сообщить количество теплоты  $Q = 21 \text{ кДж}$ . Найти также изменение  $DU$  внутренней энергии газа.

**261.** Идеальный газ совершает цикл Карно при температурах теплоприемника  $T_2 = 290 \text{ K}$  и теплоотдатчика  $T_1 = 400 \text{ K}$ . Во сколько раз увеличится коэффициент полезного действия  $h$  цикла, если температура, теплоотдатчика возрастет до  $T_1' = 600 \text{ K}$ ?

**262.** Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура  $T_1$  теплоотдатчика в четыре раза ( $n = 4$ ) больше температуры теплоприемника. Какую долю  $w$  количества теплоты, полученного за один цикл от теплоотдатчика, газ отдаст теплоприемнику?

**263.** Определить работу  $A_2$  изотермического сжатия газа, совершающего цикл Карно, КПД которого  $h = 0,4$ , если работа изотермического расширения равна  $A_1 = 8 \text{ Дж}$ .

**264.** Газ, совершающий цикл Карно, отдал теплоприемнику теплоту  $Q_2 = 14 \text{ кДж}$ . Определить температуру  $T_1$  теплоотдатчика, если при температуре теплоприемника  $T_2 = 280 \text{ К}$  работа цикла  $A = 6 \text{ кДж}$ .

**265.** Газ, являясь рабочим веществом в цикле Карно, получил от теплоотдатчика теплоту  $Q_1 = 4,38 \text{ кДж}$  и совершил работу  $A = 2,4 \text{ кДж}$ . Определить температуру теплоотдатчика, если температура теплоприемника  $T_2 = 273 \text{ К}$ .

**266.** Газ, совершающий цикл Карно, отдал теплоприемнику 67% теплоты, полученной от теплоотдатчика. Определить температуру  $T_2$  теплоприемника, если температура теплоотдатчика  $T_1 = 430 \text{ К}$ .

**267.** Во сколько раз увеличится коэффициент полезного действия  $h$  цикла Карно при повышении температуры теплоотдатчика от  $T_1 = 380 \text{ К}$  до  $T_1' = 560 \text{ К}$ ? Температура теплоприемника  $T_2 = 280 \text{ К}$ .

**268.** Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Температура теплоотдатчика  $T_1 = 500 \text{ К}$ , температура теплоприемника  $T_2 = 250 \text{ К}$ . Определить термический КПД  $h$  цикла, а также работу  $A_1$  рабочего вещества при изотермическом расширении, если при изотермическом сжатии совершена работа  $A_2 = 70 \text{ Дж}$ .

**269.** Газ, совершающий цикл Карно, получает теплоту  $Q_1 = 84 \text{ кДж}$ . Определить работу  $A$  газа, если температура  $T_1$  теплоотдатчика в три раза выше температуры  $T_2$  теплоприемника.

**270.** В цикле Карно газ получил от теплоотдатчика теплоту  $Q_1 = 500 \text{ Дж}$  и совершил работу  $A = 100 \text{ Дж}$ . Температура теплоотдатчика  $T_1 = 400 \text{ К}$ . Определить температуру  $T_2$  теплоприемника.

**271.** Найти массу  $m$  воды, вошедшей в стеклянную трубку с диаметром канала  $d = 0,8 \text{ мм}$ , опущенную в воду на малую глубину. Считать смачивание полным.

**272.** Какую работу  $A$  надо совершить при выдувании мыльного пузыря, чтобы увеличить его объем от  $V_1 = 8 \text{ см}^3$  до  $V_2 = 16 \text{ см}^3$ ? Считать процесс изотермическим.

**273.** Какая энергия  $E$  выделится при слиянии двух капель ртути диаметром  $d_1 = 0,8 \text{ мм}$  и  $d_2 = 1,2 \text{ мм}$  в одну каплю?

**274.** Определить давление  $p$  внутри воздушного пузырька диаметром  $d = 4 \text{ мм}$ , находящегося в воде у самой ее поверхности. Считать атмосферное давление нормальным.



**275.** В сосуд с ртутью частично погружены две вертикально расположенные и параллельные друг другу стеклянные пластинки. Расстояние между пластинками  $d = 1 \text{ мм}$ . Определить разность  $Dh$  уровней ртути в сосуде и между пластинками, краевой угол принять равным  $138^\circ$ .

**276.** Глицерин поднялся в капиллярной трубке с диаметром канала  $d = 1 \text{ мм}$  на высоту  $h = 20 \text{ мм}$ . Определить поверхностное натяжение  $\alpha$  глицерина. Считать смачивание полным.

**277.** В воду опущена на очень малую глубину стеклянная трубка с диаметром канала  $d = 1 \text{ мм}$ . Определить массу  $m$  воды, вошедшей в трубку.

**278.** На нижнем конце трубки диаметром  $d = 0,2 \text{ см}$  повисла шарообразная капля воды. Найти диаметр этой капли.

**279.** Воздушный пузырек диаметром  $d = 2,2 \text{ мкм}$  находится в воде у самой ее поверхности. Определить плотность  $\rho$  воздуха в пузырьке, если воздух над поверхностью воды находится при нормальных условиях.

**280.** Две капли ртути радиусом  $r = 1,2 \text{ мм}$  каждая слились в одну большую каплю. Определить энергию  $E$ , которая выделится при этом слиянии. Считать процесс изотермическим.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

(справочное)

Таблица 1

Основные физические постоянные (округленные значения)

| Физическая постоянная                   | Обозначение  | Значение   |
|---|--------------|--|
| Нормальное ускорение свободного падения | $g$          | 9,81 м/с <sup>2</sup>                                      |
| Гравитационная постоянная               | $G$          | $6,67 \cdot 10^{-11}$ м <sup>3</sup> /(кг·с <sup>2</sup> ) |
| Постоянная Авогадро                     | $N_A$        | $6,02 \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup>                    |
| Молярная газовая постоянная             | $R$          | 8,31 Дж/(моль·К)   |
| Стандартный объем*                      | $V_m$        | $22,4 \cdot 10^{-3}$ м <sup>3</sup> /моль                  |
| Постоянная Больцмана                    | $k$          | $1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К                                 |
| Элементарный заряд                      | $e$          | $1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл                                   |
| Скорость света в вакууме                | $c$          | $3,00 \cdot 10^8$ м/с                                      |
| Постоянная Стефана – Больцмана          | $s$          | $5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м <sup>2</sup> ·К <sup>4</sup> )  |
| Постоянная закона смещения Вина         | $b$          | $2,90 \cdot 10^{-3}$ м·К                                   |
| Постоянная Планка                       | $h$          | $6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с                                 |
| Постоянная Планка                       | $\hbar$      | $1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с                                 |
| Постоянная Ридберга                     | $R$          | $1,10 \cdot 10^7$ м <sup>-1</sup>                          |
| Радиус Бора                             | $a$          | $0,529 \cdot 10^{-10}$ м                                   |
| Комптоновская длина волны электрона     | $\lambda$    | $2,43 \cdot 10^{-12}$ м                                    |
| Магнетон Бора                           | $\mu_B$      | $0,927 \cdot 10^{-23}$ А·м <sup>2</sup>                    |
| Энергия ионизации атома водорода        | $E_i$        | $2,18 \cdot 10^{-18}$ Дж<br>(13,6эВ)                       |
| Атомная единица массы                   | а.е.м.       | $1,660 \cdot 10^{-27}$ кг                                  |
| Электрическая постоянная                | $\epsilon_0$ | $8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м                                  |
| Магнитная постоянная                    | $\mu_0$      | $4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м                                  |

\* Молярный объем идеального газа при нормальных условиях

Таблица 2

## Некоторые астрономические величины

| Наименование                                | Значение                |
|---|-------------------------|
| Радиус Земли                                | $6,37 \cdot 10^6$ м     |
| Масса Земли                                 | $5,98 \cdot 10^{24}$ кг |
| Радиус Солнца                               | $6,95 \cdot 10^8$ м     |
| Масса Солнца                                | $1,98 \cdot 10^{30}$ кг |
| Радиус Луны                                 | $1,74 \cdot 10^6$ м     |
| Масса Луны                                  | $7,33 \cdot 10^{22}$ кг |
| Расстояние от центра Земли до центра Солнца | $1,49 \cdot 10^{11}$ м  |
| Расстояние от центра Земли до центра Луны   | $3,84 \cdot 10^8$ м     |

Таблица 3

## Плотность твердых тел

| Твердое тело | Плотность, кг/м <sup>3</sup> | Твердое тело | Плотность, кг/м <sup>3</sup> |
|--------------|------------------------------|--------------|------------------------------|
| Алюминий     | $2,70 \cdot 10^3$            | Медь         | $8,93 \cdot 10^3$            |
| Барий        | $3,50 \cdot 10^3$            | Никель       | $8,90 \cdot 10^3$            |
| Ванадий      | $6,02 \cdot 10^3$            | Свинец       | $11,3 \cdot 10^3$            |
| Висмут       | $9,80 \cdot 10^3$            | Серебро      | $10,5 \cdot 10^3$            |
| Железо       | $7,88 \cdot 10^3$            | Цезий        | $1,90 \cdot 10^3$            |
| Литий        | $0,53 \cdot 10^3$            | Цинк         | $7,15 \cdot 10^3$            |

Таблица 4

## Плотность жидкостей

| Жидкость       | Плотность, кг/м <sup>3</sup> | Жидкость    | Плотность, кг/м <sup>3</sup> |
|----------------|------------------------------|-------------|------------------------------|
| Вода (при 4°C) | $1,00 \cdot 10^3$            | Сероуглерод | $1,26 \cdot 10^3$            |
| Глицерин       | $1,26 \cdot 10^3$            | Спирт       | $0,8 \cdot 10^3$             |
| Ртуть          | $13,6 \cdot 10^3$            |             |                              |

Таблица 5

## Плотность газов (при нормальных условиях)

| Газ     | Плотность, кг/м <sup>3</sup> | Газ      | Плотность, кг/м <sup>3</sup> |
|---------|------------------------------|----------|------------------------------|
| Водород | 0,09                         | Гелий    | 0,18                         |
| Воздух  | 1,29                         | Кислород | 1,43                         |

Таблица 6

## Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей

| Жидкость     | Коэффициент, мН/м | Жидкость | Коэффициент, мН/м |
|--------------|-------------------|----------|-------------------|
| Вода         | 72                | Ртуть    | 500               |
| Мыльная пена | 40                | Спирт    | 22                |

Таблица 7

## Эффективный диаметр молекулы

| Газ     | Диаметр, м           | Газ      | Диаметр, м           |
|---------|----------------------|----------|----------------------|
| Азот    | $3,0 \cdot 10^{-10}$ | Гелий    | $1,9 \cdot 10^{-10}$ |
| Водород | $2,3 \cdot 10^{-10}$ | Кислород | $2,7 \cdot 10^{-10}$ |

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1997.
2. Детлаф А.А., Яворский Б.М., Милковская Л.Б. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1979. – Т. 1
3. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. – М.: Наука, 1974. – Т. 1
4. Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Наука, 1992. – Т. 1
5. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 1985.
6. Трофимова Т.И. Сборник задач по физике. – М.: Высшая школа, 1997.
7. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. – М.: Высшая школа, 1990.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|  |    |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ .....                                       | 3  |
| РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА ФИЗИКИ .....                 | 4  |
| ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ НА ВЫПОЛНЕНИЕ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ..... | 6  |
| 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ .....     | 8  |
| 1.1. Основные формулы.....                           | 8  |
| 1.2. Примеры решения задач .....                     | 13 |
| КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1 .....                         | 29 |
| 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ТЕРМОДИНАМИКА .....          | 39 |
| 2.1. Основные формулы.....                           | 39 |
| 2.2. Примеры решения задач .....                     | 45 |
| КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2 .....                         | 57 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ .....                                     | 66 |
| СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....                               | 69 |

План 2000 г.  
Поз. 3.30.

Владимир Борисович Гороховский  
Иван Семенович Кривенький  
Марк Романович Прокопович  
Тамара Николаевна Шабалина.  
ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ  
И МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ. Часть 1.  
Методические указания на выполнение контрольных работ № 1 и № 2.  
\*\*\*

Редактор А.А. Иванова. Тех. редактор И.А. Нильмаер. Корректор М.В. Бережная.  
ЛР № 021068 от 1.08.1996 г. ПЛД № 79-19 от 19.01.2000 г.  
Подписано в печать 27.09.00. Печать офсетная. Бумага тип. № 2. Формат 60x84/16.  
Печ. л. 4,1. Зак. 183. Тираж 300 экз. Цена 18 р.  
\*\*\*

Издательство ДВГУПС  
680021, г. Хабаровск, ул. Серышева, 47.