

З а д а ч а Д5

Уравнение Лагранжа II рода

Механическая система (см. схемы к задаче №3) состоит из ступенчатых шкивов 1 и 2 с радиусами ступеней $R_1 = R$; $r_1 = 0,4R$; $R_2 = R$; $r_2 = 0,8R$ (массу каждого шкива считать равномерно распределенной по его внешнему ободу); грузов 3, 4 и сплошного однородного цилиндрического катка 5. Вес каждого тела соответственно указан в табл. Д5 (столбцы 2–6). Тела системы соединены нитями, намотанными на шкивы; участки нитей параллельны соответствующим плоскостям. Грузы скользят по плоскостям без трения, а катки катятся без скольжения. Кроме сил тяжести, на одно из тел системы действует постоянная сила \bar{F} , а на шкивы 1 и 2 при их вращении – постоянные моменты сил сопротивления, равные, соответственно, M_1 и M_2 , величины которых также приведены в табл. Д5 (столбцы 7–9).

Требуется составить для данной системы уравнение Лагранжа и определить из него величину, указанную в столбце 10 табл. Д5, где ε_1 , ε_2 – угловые ускорения шкивов 1 и 2, a_3 , a_4 , a_{C5} – ускорения грузов 3, 4 и центра масс катка 5 соответственно. Когда в задаче надо определить ε_1 или ε_2 , принимают $R = 0,25$ м. Тот из грузов 3, 4, вес которого равен нулю, на чертеже не изображать. Шкивы 1 и 2 всегда входят в систему.

В задаче Д5 соответствие номеров вариантов и номеров рисунков (а также указанных для рисунка числовых параметров) такое же, как в задаче Д3.

Т а б л и ц а Д5

Номер рисунка	Вес тела, Н					Момент сопротивления, Нм		Сила F, Н	Найти
	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	M_1	M_2		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-	100	-	40	20	-	3R	60	ε_2
2	100	-	-	20	10	3R	-	40	ε_1
3	-	120	20	-	30	-	2R	100	a_3
4	80	100	-	-	20	-	3R	50	a_{C5}
5	130	-	20	-	10	-	4R	80	ε_1
6	-	120	-	30	40	2R	-	60	a_4
7	100	80	-	-	20	3R	-	50	ε_2
8	120	-	-	50	40	-	2R	60	a_4
9	-	120	20	-	30	2R	-	100	a_{C5}
10	120	-	10	-	30	2R	-	80	a_3

Указания. В задаче Д5 механическая система имеет одну степень свободы, следовательно, ее положение определяется одной обобщенной координатой и для нее должно быть составлено одно уравнение.

За обобщенную координату q принимают:

перемещение x соответствующего груза или центра масс катка 5 (если в задаче требуется определить a_3 , a_4 или a_{C5});

угол поворота φ соответствующего шкива (если в задаче требуется определить ε_1 или ε_2).

Для составления уравнения необходимо вычислить сначала кинетическую энергию системы T и выразить все вошедшие в T скорости через обобщенную скорость, т.е. через \dot{x} , если обобщенная координата – x . Затем вычислить обобщенную силу Q . Для этого надо сообщить системе возможное перемещение, при котором выбранная координата, т.е. x , получает положительное приращение δx и вычислить сумму элементарных работ всех сил на этом перемещении; в полученном равенстве надо все другие элементарные перемещения выразить через δx и вынести δx за скобки. Коэффициент при δx и будет обобщенной силой Q .

В тех случаях, когда обобщенной координатой является угол поворота φ , а обобщенной скоростью – угловая скорость $\dot{\varphi}$, кинетическая энергия системы T и сумма элементарных работ $\sum \delta A_k$ должны быть выражены, соответственно, через $\dot{\varphi}$ и $\delta \varphi$.