Задача

Имеются три пункта отправления однородного груза и пять пунктов его назначения. На пунктах отправления груз находится в количестве *a*1, *a*2, *a*3, в пункты назначения требуется доставить соответственно *b*1, *b*2, *b*3, *b*4 ,*b*5 груза. Известна стоимость перевозки единицы груза из каждого пункта отправления в каждый пункт назначения (матрица *D*). Найти такой план перевозок, при котором необходимо вывезти все запасы груза, полностью удовлетворить все потребности и обеспечить при этом минимум общих затрат на перевозку. Задачу решить методом потенциалов.

|  |  |
| --- | --- |
| а1=60; а2=40; а3=80  b1=50; b2=20; b3=30; b4=40; b5=40 | D= |

**Нужно решить задачу как указано в примере.**

**Пример решения задачи.**

Исходные данные задачи представим в виде следующей таблицы.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  | |  | |  | |  | | Запасы |
|  |  | 6 |  | 2 |  | 7 |  | 4 |  | 2 | 80 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 3 |  | 6 |  | 4 |  | 9 |  | 3 | 60 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 3 |  | 1 |  | 2 |  | 2 |  | 6 | 100 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Потреб-ности | 40 | | 60 | | 40 | | 50 | | 50 | | **240** |

***Постановка задачи:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

где – наличие груза на *i*-ом пункте отправления

– потребность *j*-го пункта назначения

– стоимость перевозки из *i*-го пункта отправления в *j*-ый пункт назначения

– переменная определяющая количество груза для перевозки из *i*-го пункта отправления в *j*-ый пункт назначения

Необходимое условие число базисных переменных

1. Используя метод северо-западного угла назначаем опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  | |  | |  | |  | | Запасы |
|  |  | 6 |  | 2 |  | 7 |  | 4 |  | 2 | 80 |
|  | ***40*** |  | ***40*** |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 3 |  | 6 |  | 4 |  | 9 |  | 3 | 60 |
|  |  |  | ***20*** |  | ***40*** |  |  |  |  |
|  |  | 3 |  | 1 |  | 2 |  | 2 |  | 6 | 100 |
|  |  |  |  |  |  |  | ***50*** |  | ***50*** |
| Потреб-ности | 40 | | 60 | | 40 | | 50 | | 50 | | **240** |

Количество базисных переменных опорного плана , следовательно использование данного опорного плана для решения задачи невозможно.

Назначаем опорный план методом минимальной стоимости.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  | |  | |  | |  | | Запасы |
|  |  | 6 |  | 2 |  | 7 |  | 4 |  | 2 | 80 |
|  |  |  | ***60*** |  |  |  |  |  | ***20*** |
|  |  | 3 |  | 6 |  | 4 |  | 9 |  | 3 | 60 |
|  | ***40*** |  |  |  |  |  |  |  | ***20*** |
|  |  | 3 |  | 1 |  | 2 |  | 2 |  | 6 | 100 |
|  |  |  |  |  | ***40*** |  | ***50*** |  | ***10*** |
| Потреб-ности | 40 | | 60 | | 40 | | 50 | | 50 | | **240** |

Количество базисных переменных опорного плана , следовательно использование данного опорного плана для решения задачи возможно.

1. Проверяем опорный план методом потенциалов.
   1. Составляем линейное уравнение относительно потенциалов. Для решения уравнения принимаем и находим остальные потенциалы

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| для |  |  | 2 |
| для |  |  |  |
| для |  |  | -2 |
| для |  |  | -2 |
| для |  |  | 2 |
| для |  |  |  |
| для |  |  |  |
|  |  |  |  |

* 1. Составляем суммы потенциалов для свободных переменных и сравниваем полученные косвенные тарифы с истинными тарифами.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| для |  | <6 |
| для |  | <7 |
| для |  | <4 |
| для |  | <6 |
| для |  | <4 |
| для |  | <9 |
| для |  | >3 |
| для |  | >1 |

* 1. Произведем пересчет плана по циклу на основе переменной , в которой косвенный тариф больше истинного, что позволит получить новый план который будет лучше предыдущего.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| 0 | 10 | 20 | 60 | 0 |
| + | – | + | – | + |
| 10 | 0 | 10 | 50 | 10 |
| **10** | **0** | **10** | **50** | **10** |

* 1. Новый план вносим в таблицу и проверяем методом потенциалов на оптимальность:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  | |  | |  | |  | | Запасы |
|  |  | 6 |  | 2 |  | 7 |  | 4 |  | 2 | 80 |
|  |  |  | ***50*** |  |  |  |  |  | ***10*** |
|  |  | 3 |  | 6 |  | 4 |  | 9 |  | 3 | 60 |
|  | ***40*** |  |  |  |  |  |  |  | ***20*** |
|  |  | 3 |  | 1 |  | 2 |  | 2 |  | 6 | 100 |
|  | ***10*** |  | ***10*** |  | ***40*** |  | ***50*** |  |  |
| Потреб-ности | 40 | | 60 | | 40 | | 50 | | 50 | | **240** |

Для базисных переменных

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| для |  |  | 2 |
| для |  | 1 | 2 |
| для |  | -1 | 3 |
| для |  |  | 3 |
| для |  |  |  |
| для |  |  |  |
| для |  |  |  |

Для свободных переменных

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| для |  | <6 |
| для |  | <7 |
| для |  | <4 |
| для |  | <6 |
| для |  | =4 |
| для |  | <9 |
| для |  | <3 |
| для |  | <6 |

В анализируемом плане все косвенные тарифы ниже истинных следовательно данный план является оптимальным.

**Ответ:** Оптимальный план перевозки представлен в таблице:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  | |  | |  | |  | | Запасы |
|  |  | 6 |  | 2 |  | 7 |  | 4 |  | 2 | 80 |
|  |  | **50** |  |  |  |  |  | **10** |  |
|  |  | 3 |  | 6 |  | 4 |  | 9 |  | 3 | 60 |
| **40** |  |  |  |  |  |  |  | **20** |  |
|  |  | 3 |  | 1 |  | 2 |  | 2 |  | 6 | 100 |
|  |  | **10** |  | **40** |  | **50** |  |  |  |
| Потреб-ности | 40 | | 60 | | 40 | | 50 | | 50 | | **240** |

Стоимость перевозки при этом плане:

*C = 2×50 + 2×10 + 3×40 + 3×20 + 1×10 + 2×40 + 2×50 =* ***490***