Федеральное Агентство Железнодорожного Транспорта
Федеральное Государственное Бюджетное
Образовательное Учреждение Высшего Профессионального Образования
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»
(МИИТ)

Одобрено кафедрой
«Физика и химия»

ФИЗИКА

Задания на контрольные работы № 3 и № 4
с методическими указаниями для студентов 2 курса

специальности: **190901.65 «Системы обеспечения движения поездов»**

специализации: «Электроснабжение железных дорог»,
«Автоматика и телемеханика на железнодорожном транспорте»,
«Телекоммуникационные системы и сети железнодорожного транспота»

Москва 2012

Составители: канд. пед. наук, доц. Е.С. Зуева;
ст. преп. М.В. Скрипка

Рецензент : док. физ.-мат. наук, доц. З.Л. Шулиманова

ВВЕДЕНИЕ

В процессе изучения дисциплины «Физика» студенты выполняют четыре контрольные работы (две на первом курсе и две на втором), основной целью выполнения которых является выработка приемов и навыков решения контрольных задач из разных областей физики, позволяющих проверить степень усвоения основных разделов теоретического курса, помогающих в дальнейшем студентам решать инженерные задачи.

1. Общие требования к оформлению контрольных работ

При оформлении контрольных работ условия задач в контрольных работах переписываются полностью, без сокращений.

Решения задач должны сопровождаться краткими, но исчерпывающими пояснениями с обязательным использованием рисунков, выполненных чертежными инструментами.

Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставляются поля и интервалы между задачами (не менее 5 см).

В конце каждой контрольной работы необходимо указать, каким учебным пособием пользовался студент (название учебного пособия, автор, год издания).

Решение задач рекомендуется выполнять в следующей последовательности:

1. Ввести буквенные обозначения всех используемых физических величин.
2. Под рубрикой "Дано" кратко записать условие задачи с переводом значений всех величин в систему единиц СИ.
3. Сделать (если это необходимо) чертеж, поясняющий содержание задачи и ход решения.
4. Сформулировать физические законы, на которых базируется решение задачи, и обосновать возможность их использования.
5. На основе сформулированных законов составить уравнение или систему уравнений, решая которую можно найти искомые величины.
6. Решить уравнение и получить в общем виде расчетную формулу, в левой части которой стоит искомая величина, а в правой - величины, данные в условии задачи.
7. Проверить единицы измерения полученных величин по расчетной формуле и тем самым подтвердить ее правильность.
8. Произвести вычисления. Для этого необходимо все значения величин в единицах СИ подставить в расчетную формулу и выполнить вычисления (с точностью не более 2-3 значащих цифр).
9. При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 2170 надо записать $2{,}17 \cdot 10^3$.

Выполненные контрольные работы сдаются на рецензию преподавателю не позднее, чем за одну неделю до экзамена по физике. После рецензирования вносятся исправления в решение задач в соответствии с замечаниями преподавателя. Исправленные решения помещаются в конце тетради с контрольными работами, которые сдаются на повторную рецензию.

Зачет по каждой контрольной работе принимается преподавателем в процессе собеседования по правильно решенной и прорецензированной контрольной работе.

В каждой контрольной работе следует решить шесть задач. Номера задач определяются по таблицам вариантов к контрольным работам в соответствии с номером своего варианта.

Выбор задач производится по таблице вариантов к контрольным работам: **первые четыре задачи выбирают по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой учебного шифра, а пятую и шестую задачи – с предпоследней цифрой шифра.**

Например, для шифра 1110-СДс-1238 – первые 4 задачи берут из восьмого варианта, пятую и шестую – из третьего.

Контрольные работы выполняются в тетради, на обложке которой приводятся сведения о студенте (фамилия, имя, отчество, факультет, шифр, номер специальности), а также номер контрольной работы, номер варианта и номера всех задач контрольной работы.

ЗАДАНИЯ НА КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3
«КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА»

Методические указания к выполнению контрольной работы №3

В контрольную работу №3 включены задачи по темам: «Колебания и волны», «Квантовая механика».

Тема «Колебания и волны» представлена задачами по темам «Механические колебания» (расчет гармонических колебаний с определением их основных характеристик); «Электромагнитные колебания» (задачи решаются с применением формулы Томсона для электромагнитного колебательного контура); «Механические и электромагнитные волны» (в контрольную работу включены задачи по расчету характеристик механических упругих волн, а также электромагнитных волн), «Волновые свойства света» («Интерференция», «Дифракция», «Поляризация»);

Тема “Тепловое излучение. Квантовые свойства света” представлена задачами на темы: «Законы теплового излучения», «Фотоэффект», «Давление света», «Эффект Комптона».

Таблица вариантов к контрольной работе № 3

Вариант	Номера задач					
0	300	310	320	340	350	360
1	301	311	321	341	351	361
2	302	312	322	342	352	362
3	303	313	323	343	353	363
4	304	314	324	344	354	364
5	305	315	325	345	355	365
6	306	316	326	346	356	366
7	307	317	327	347	357	367
8	308	318	328	348	358	368
9	309	319	329	349	359	369

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

1. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высшая школа, 2003.
2. Трофимова Т.И. Краткий курс физики. – М.: Высшая школа, 2004.
3. Трофимова Т.И. Физика в таблицах и формулах. – М.: Дрофа, 2002.
4. Яворский А.А., Детлаф Б.М. Справочник по физике. – М.: Наука, Физматлит, 2003.

Дополнительная температура

5. Сборник задач по физике с решениями для втузов / Е.М.Новодворская, Э.М.Дмитриев. – М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2005.
6. Извергина Е.Н., Петров Н.И. Все решения к «Сборнику задач по общему курсу физики» В.С.Волькенштейн. – М.: Олимп, 1999.
7. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. – М.: Высшая школа, 1997

Основные единицы системы СИ

Метр (*м*) – длина пути, проходимого светом за 1/299792458 *с*.

Килограмм (*кг*) – масса, равная массе международного прототипа килограмма (платиноиридиевого цилиндра, хранящаяся в Международном бюро мер и весов в Севере, близ Парижа).

Секунда (*с*) – время, равное 9192631770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133.

Ампер (А) – сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 *м* один от другого, создает между этими проводниками силу, равную $2\cdot10^{-7}\,H$ на каждый метр длины.

Кельвин (*К*) – 1/273,16 термодинамической температуры тройной точки воды.

Моль (*моль*) - количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов (атомов, молекул, ионов и других частиц) сколько атомов находится в нуклиде ^{12}C массой 0,012 *кг*.

Кандела (*кд*) - сила света источника в заданном направлении, испускающего монохроматическое излучение частотой $540 \cdot 10^{12}\,Гц$, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет $\frac{1}{683}\frac{Вт}{ср}$.

Дополнительные единицы системы СИ

Радиан (*рад*) - угол между двумя радиусами окружности, длина дуги между которыми равна радиусу.

Стерадиан (*ср*) – телесный угол с вершиной в центре сферы, вырезающий на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы.

Производные единицы физических величин (единицы геометрических и механических величин, единицы тепловых величин, единицы электрических и магнитных величин, единицы величин энергетической фотометрии и световых величин, единица радиационной величины) образуются из основных и дополнительных единиц измерения.

ФИЗИКА КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

Механические колебания и волны

1. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний материальной точки массой m

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} \cdot x = 0 \quad \text{или} \quad \ddot{x} + \omega_0^2 \cdot x = 0 ,$$

где m –масса материальной точки; ω_0- круговая частота; x – смещение материальной точки от положения равновесия; k – упругость.

1. а) Кинематическое уравнение гармонических колебаний материальной точки

$$x = A\cos(\omega \cdot t + \varphi),$$

где x – смещение; A – амплитуда колебаний; ω – круговая частота; φ – начальная фаза.

б) Скорость и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания

$$\upsilon = -A\omega \sin(\omega \cdot t + \varphi);$$
$$a = -A\omega^2 \cos(\omega \cdot t + \varphi).$$

3. Период колебаний:

а) тела, подвешенного на пружине

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\kappa}} ,$$

где m – масса тела; κ – жесткость пружины;

б) математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} ,$$

где ℓ – длина маятника; g – ускорение свободного падения;

в) физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mga}} ,$$

где J – момент инерции колеблющегося тела относительно оси вращения;
a – расстояние центра тяжести маятника от оси вращения;
$L = \frac{J}{ma}$ – приведенная длина физического маятника.

4. Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой

частоты:

а) амплитуда результирующего колебания

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1\cdot A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)}\ ;$$

б) начальная фаза результирующего колебания

$$\varphi = arctg\,\frac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2}\ .$$

5. Траектория точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях ,($x_1 = A_1\, cos\,\omega t$, $y=A_2\cos(\omega t+\varphi)$)

а) $y=(A_2/A_1)x$, (если разность фаз $\Delta\varphi=0$);

б) $y=-(A_2/A_1)x$, (если разность фаз $\Delta\varphi\pm\pi$);

в) $x^2/A_1^2+y^2/A_2^2=$ - 1 (если разность фаз $\Delta\varphi=\pm\pi/2$)

6.Сила, действующая на колеблющуюся материальную точку массой *m*

$$F=-m\omega_0^2x\,,$$

где ω_0 - круговая частота; *x* – смещение точки от положения равновесия.

7. Кинетическая энергия точки, совершающей прямолинейные гармонические колебания,

$$T=\frac{mV^2}{2}=\frac{mA^2\omega_0^{\ 2}}{2}\sin^2(\omega t+\varphi)=\frac{mA^2\omega_0^2}{4}\left[1-\cos 2(\omega_0 t+\varphi)\right],$$

где *m* –масса материальной точки; ω_0 - круговая частота; *V* – скорость материальной точки; *A* – амплитуда колебаний; φ - начальная фаза.

8. Потенциальная энергия точки, совершающей прямолинейные гармонические колебания,

$$П=-\int_0^x F dx=\int_0^x m\omega_0^2 x dx=\frac{m\omega_0^2x^2}{2}=\frac{mA\omega_0^2}{4}\left[1-\cos 2(\omega_0 t+\varphi)\right],$$

где *m* –масса материальной точки; ω_0 - круговая частота; x – смещение точки от положения равновесия;; *A* – амплитуда колебаний; φ - начальная фаза.

9. Механическая энергия

$$E=T+П=\frac{mA^2\omega_0^2}{2}\,.$$

10. Связь разности фаз $\Delta\varphi$ колебаний с расстоянием между точками среды, отсчитанным в направлении распространения колебаний:

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi\cdot\Delta x}{\lambda},$$

где λ – длина волны.

11. Связь между длиной волны λ, периодом T колебаний и частотой ν:

$$\lambda = \upsilon T, \quad \upsilon = \lambda \nu,$$

где υ - скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость).

12. Волновое число

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\upsilon T} = \frac{\omega}{\upsilon},$$

где λ – длина волны; υ - фазовая скорость; T – период колебаний.

13. Уравнение плоской бегущей волны

$$y = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{\vartheta}\right),$$

где y – смещение любой из точек среды с координатой x в момент t;
υ – скорость распространения колебаний в среде.
или

$$y = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где y – смещение точек среды с координатой x в момент времени t;
A – амплитуда волны; ω - циклическая (круговая) частота; k – волновое число; φ_0 - начальная фаза колебаний.

14. Фазовая (υ) и групповая (U) скорости и связь между ними:

$$\upsilon = \frac{\omega}{k}, \quad U = \frac{d\omega}{dk}, \quad U = \upsilon - \lambda\frac{d\upsilon}{d\lambda},$$

где ω - циклическая (круговая) частота; k – волновое число; λ - длина волны.

15. Уравнение стоячей волны

$$y = 2A\cos\frac{2\pi}{\lambda}\cdot x \cdot \cos\omega t = 2A\cos kx \cdot \cos\omega t.$$

16. Координаты пучностей и узлов стоячей волны:

$$x_n = \pm m\frac{\lambda}{2}, \quad x_y = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} \qquad (m = 1, 2, \ldots).$$

17. Эффект Доплера в акустике:

$$\nu = \frac{\upsilon \pm \upsilon_{пр}}{\upsilon \pm \upsilon_{ист}}\nu_0,$$

где ν - частота звука, воспринимаемая движущимся приемником;
ν_0 - частота звука, посылаемого источником;
$\upsilon_{пр}$ - скорость движения приемника звука;
$\upsilon_{ист}$ - скорость движения источник звука;

υ - скорость звука.

Верхний знак берется, если при движении источника или приемника происходит их сближение, нижний знак – в случае их взаимного удаления.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
по теме «Механические колебания и волны»

Задача 1. К невесомой пружине, коэффициент упругости которой 200 Н/м, прикреплен груз массой 1 кг. Груз смещен на 10 см от положения равновесия, после чего предоставлен себе. Определить наибольшее и наименьшее ускорения груза. Трением пренебречь.

Дано:

k = *200* Н/м

m = 1 *кг*

A_0 = 10 *см* = 0,1 *м*

---

a_{max} - ?; a_{min} - ?

Решение.

Под действием силы упругости груз совершает свободное гармоническое колебание, уравнение которого запишем в виде:

$$x = A\cos\omega t\ . \qquad (1)$$

где A_0 – амплитуда колебания, ω – циклическая частота.

Продифференцировав выражение (1) по времени, определим скорость груза

$$v = \frac{\mathrm{dx}}{\mathrm{dt}} = -A_0\cos\omega t\ , \qquad (2)$$

после дифференцирования скорости по времени определим ускорение:

$$a = \frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{dt}} = -A_0\omega^2\cos\omega t = -\omega^2 x\ . \qquad (3)$$

Так как

$$\omega^2 = \frac{\kappa}{\mathrm{m}}, \qquad (4)$$

то:

$$a = -\omega^2 x = -\frac{k}{m}x\ . \qquad (5)$$

Ускорение имеет максимальное значение при $x = A_0$, т.е. при наибольшем отклонении от положения равновесия:

$$|a_{\max}| = \frac{k}{m} A_0 . \qquad (6)$$

В положении равновесия при $x = 0$ ускорение $a = 0$.

Проверка размерности расчетной формулы:

$$a = \frac{Н \cdot м}{м \cdot кг} = \frac{кг \cdot м \cdot м}{с^2 \cdot м \cdot кг} = \frac{м}{с^2} .$$

Подставляя числовые значения в выражение (6), получим:

$$|a_{\max}| = \frac{200}{1} \cdot 0{,}1 = 20(м/с^2) .$$

Ответ: наибольшее ускорение груза равно 20 $м/с^2$, наименьшее ускорение груза равно нулю.

Задача 2. Материальная точка участвует одновременно в двух перпендикулярных гармонических колебаниях, уравнения которых:

$$x = A\cos\omega_1 t \qquad (1)$$

$$y = A\cos\omega_2 t , \qquad (2)$$

где A_1 = 1 см; $\omega_1 = \pi$ с$^{-1}$; A_2 = 2 см; $\omega_2 = \pi/2$ с$^{-1}$.

Найти уравнение траектории точки. Построить траекторию с соблюдением масштаба и указать направление движения точки.

Дано:

$x = A\cos\omega_1 t$;

$y = A\cos\omega_2 t$

A_1 = 1 см = 0,01м;

A_2 = 2 см = 0,02м;

$\omega_1 = \pi$ с$^{-1}$;

$\omega_2 = \pi/2$ с$^{-1}$

---

y= f (x)?

Решение.

Чтобы определить траекторию точки, исключим время из уравнений (1) и (2). Заметив, что $y = A\cos\omega_2 t$, применим формулу косинуса половинного угла:

$$cos(\alpha/2) = \pm\sqrt{(1 + cos\,\alpha)/2}\,. \qquad (3)$$

Используя это соотношение и отбросив размерности *x* и *y*, можно написать:

$$y = 2\cos\frac{\omega_1 t}{2} = 2\frac{\sqrt{1+\cos\omega_1 t}}{2};$$

$$x = \cos\omega_1 t\,,$$

откуда

$$y = \pm 2\sqrt{(1+x)/2} \quad \text{или} \quad y = \pm\sqrt{2x+2}\,. \qquad (3)$$

Выражение (3) есть уравнение параболы, ось которой совпадает с осью OX. Как показывают уравнения (I) и (2), амплитуда колебаний точки по оси OX равна 1, а по оси OY - 2. Следовательно, абсциссы всех точек траектории заключены в пределах от -1 до +1, а ординаты – от -2 до +2**.** Для построения траектории найдем по уравнению (3) значения *y*, соответствующие ряду значений *x* удовлетворявших условию $|x| \le 1$:

x	$y = \sqrt{2x+2}$	x	$y = \sqrt{2x+2}$
- 1	0	0	± 1,41
- 0,75	± 0,71	0,5	± 1,73
- 0,5	± 1	1	± 2

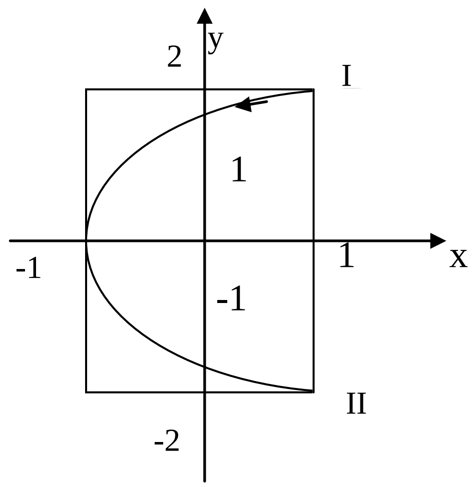


Рис.

Начертив координатные оси и выбрав единицу длины - сантиметр, построим точки. Соединив их плавной кривой, получим траекторию результирующего колебания точки, та представляет собой часть параболы, заключенной внутри прямоугольника амплитуд.

Далее определим направление движения точки. Из уравнений (1) и (2) находим, что период колебаний точки по горизонтальной оси $T_x = 2\ c$, а по вертикальной оси $T_y = 4\ c$.

Следовательно, когда точка совершает одно полное колебание по оси OX, она совершает только половину полного колебания по оси OY. В начальный момент (t = 0) имеем: $x = 1$, y = 2 (точка находится в положении 1). При t = 1 с получим: x = -1 и y = 0 (точка находится в вершине параболы). При t = 2 с получим: x = 1 и y = -2 (точка находится в положении 2). После этого она будет двигаться в обратном направлении.

Ответ: уравнение движения точки $y = \pm\sqrt{2x+2}$ есть уравнение параболы; траектория движения точки изображена на рисунке.

Задача 3. Плоская волна распространяется в упругой среде со скоростью 100 *м/с*. Наименьшее расстояние между точками среды, фазы колебаний которых противоположны, равно 1*м*. Определить период колебаний и частоту.

Дано:

$\upsilon = 100 м/с;$

$\Delta x = 1 м$

$T - ?$ $\nu - ?$

Решение.

Точки, находящиеся друг от друга на расстоянии, равном длине волны, колеблются с разностью фаз, равной 2π. Точки, находящиеся друг от друга на любом расстоянии, колеблются с разностью фаз, равной

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x \qquad (1)$$

Решая это равенство относительно λ, получаем:

$$\lambda = 2\pi\Delta x / \Delta\varphi \qquad (2)$$

По условию задачи $\Delta\varphi = \pi$.

Подставляя значения величин, входящих в выражение (2), получим:

$$\lambda = \frac{2\pi \cdot 1}{\pi} = 2(м).$$

Скорость υ распространения волны связана с длиной волны λ и периодом колебаний T отношением:

$$\lambda = \upsilon \cdot T = \upsilon / \nu, \qquad (3)$$

где ν – частота колебаний

Из выражения (3) определяем частоту колебаний:

$$\nu = \frac{\upsilon}{\lambda}.$$

Период колебаний

$$T = \frac{1}{\nu}.$$

Проверка размерности расчетных формул:

$$\nu = \frac{м}{с \cdot м} = \frac{1}{с} = Гц; \quad \left[T\right] = \frac{1}{с^{-1}} = с.$$

Вычисление: $\nu = \dfrac{100}{2} = 50(Гц)$;

Ответ: частота колебаний равна 50*Гц*, период колебаний равен 0,02 *с*.

Задача 4. Тонкое кольцо радиуса R совершает малые колебания около точки O (рис.). Найти период колебаний, если они происходят в плоскости рисунка.

Дано: R - радиус кольца

T- ?

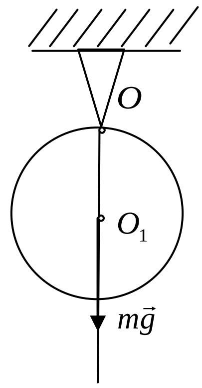


Рис.

Решение.

При отклонении центра кольца от вертикали, проходящей через точку подвеса (рис.) на небольшой угол φ ($\varphi << 1$) на кольцо действует момент силы тяжести, возвращающий его в положение равновесия.

$$M = -mgR\sin\varphi = -mgR\varphi. \qquad (1)$$

Основное уравнение динамики твердого тела выглядит в данном случае следующим образом:

$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} = M \ , \qquad (2)$$

где M - момент силы тяжести, J – момент инерции кольца относительно точки O.

Согласно теореме Штейнера

$$J = J_c + ma^2 \qquad (3)$$

где $J_c = mR^2$ – момент инерции кольца относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости кольца; $a = R$.

Следовательно,

$$J = 2mR^2 \qquad (4)$$

Подставляя (1) и (4) в (2), получим:

$$2mR^2 \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} + mgR\varphi = 0\,, \qquad (5)$$

откуда приходим к уравнению малых колебаний кольца:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot \varphi = 0\,, \qquad (6)$$

где

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{2R}} \ \text{- круговая частота колебаний.} \qquad (7)$$

Из формулы (7) выражаем период колебания кольца:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}} \ .$$

Проверка размерности: [T]= $\sqrt{\frac{м \cdot c^2}{м} = c}$

Ответ: период колебаний кольца $T = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$.

Задача 5. Наблюдатель, стоящий на станции, слышит гудок проходящего электровоза. Когда электровоз приближается, частота звуковых колебаний гудка равна ν_1, а когда удаляется - ν_2. Принимая, что скорость звука известна, определить: 1) скорость $\upsilon_{ист}$ электровоза;

2) собственную частоту ν_0 колебаний гудка.

Дано:

ν_1 - частота воспринимаемого сигнала при приближении электровоза;

ν_2 - частота воспринимаемого сигнала при удалении электровоза;

υ - скорость звука.

---

1) $\upsilon_{ист}$ - ?

2) ν_0 - ?

Решение.

Согласно формуле, выражающей частоту ν воспринимаемого сигнала в эффекте Доплера:

$$\nu = \frac{(\upsilon \pm \upsilon_{пр})\nu_0}{\upsilon \pm \upsilon_{ист}}, \qquad (1)$$

где ν - частота звука, воспринимаемая движущимся приемником;

ν_0 - частота звука, посылаемого источником;

$\upsilon_{пр}$ - скорость движения приемника звука;

$\upsilon_{ист}$ - скорость движения источник звука;

υ - скорость звука.

По условию задачи скорость приемника $\upsilon_{пр} = 0$, следовательно,

$$\nu = \frac{\upsilon\nu_0}{\upsilon \pm \upsilon_{ист}}, \qquad (2)$$

$$\begin{cases} \nu_1 = \dfrac{\upsilon\nu_0}{\upsilon - \upsilon_{ист}} & \text{(электровоз приближается к наблюдателю);} \qquad (3) \\[2ex] \nu_2 = \dfrac{\upsilon\nu_0}{\upsilon + \upsilon_{ист}} & \text{(электровоз удаляется от наблюдателя).} \qquad (4) \end{cases}$$

Из уравнений (3) и (4) выражаем скорость источника звука:

$$\upsilon_{ист} = \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1 + \nu_2} \cdot \upsilon. \qquad (5)$$

$$\nu_1 = \frac{\upsilon \nu_0}{\upsilon - \dfrac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1 + \nu_2}\upsilon} = \frac{\nu_0 (\nu_1 + \nu_2)}{2\nu_2}, \tag{6}$$

$$\nu_0 = \frac{2\nu_1 \nu_2}{\nu_1 + \nu_2}. \tag{7}$$

Ответ: скорость электровоза $\upsilon_{ист} = \dfrac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1 + \nu_2} \cdot \upsilon$,

собственная частота колебаний гудка $\nu_0 = \dfrac{2\nu_1 \nu_2}{\nu_1 + \nu_2}$.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

1. Собственная частота колебательного контура

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

где L – индуктивность катушки;

C - электроемкость конденсатора.

2. Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний заряда в контуре и его решение:

$$\ddot{Q} + \frac{1}{LC} \cdot Q = 0, \quad Q = Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

где Q_m - амплитуда колебаний заряда; ω_0 - собственная частота колебательного контура.

3. Сила тока в колебательном контуре и напряжение на конденсаторе в случае гармонических электромагнитных колебаний:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \dot{Q} = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) = I_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{Q_m}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

где $I_m = \omega_0 Q_m$ - амплитуда силы тока;

$U_m = \frac{Q_m}{C}$ - амплитуда напряжения;

ω_0 - собственная частота контура.

4. Формула Томсона, устанавливающая связь между периодом T собственных колебаний в контуре без активного сопротивления, индуктивностью L и электроемкостью C,

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

5. Эффективные (действующие) значения напряжения и силы переменного тока:

$$U_Д = \frac{U_m}{\sqrt{2}},$$

$$I_Д = I_Д = \frac{I_m}{\sqrt{2}},$$

где U_m и I_m – амплитудные значения напряжения и силы тока.

6. Закон Ома для цепи переменного тока, содержащей последовательно

соединенные резистор сопротивлением *R*, катушку индуктивностью *L* и конденсатор емкостью *C* :

$$I_m = I_m = \frac{U_m}{Z} \qquad \text{или} \qquad I_Д = \frac{U_Д}{Z} \ ,$$

где Z - полное сопротивление цепи:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \ ;$$

X_L - индуктивное сопротивление:

$$X_L = \omega L$$

X_C - емкостное сопротивление:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \ .$$

ω – круговая частота переменного тока.

При этом сдвиг фаз между напряжением и силой тока определяется из условия:

$$tg\varphi = \frac{X_L - X_C}{R} \qquad \text{или} \quad \cos\varphi = \frac{R}{Z} \ .$$

7. Средняя мощность, выделяемая в цепи переменного тока:

$$< P >= I_Д \cdot U_Д \cdot \cos\varphi ,$$

где φ – сдвиг фаз между напряжением и силой тока.

8. Коэффициент мощности

$$\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left[\omega L - \frac{1}{(\omega C)}\right]^2}} ,$$

где R – активное сопротивление;

ωL - реактивное индуктивное сопротивление;

$\frac{1}{\omega C}$ - реактивное емкостное сопротивление.

9. Волновое уравнение электромагнитной волны

$$\Delta\vec{E} = \frac{1}{\upsilon^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} ,$$

$$\Delta\vec{H} = \frac{1}{\upsilon^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} ,$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ - оператор Лапласа;

υ - фазовая скорость электромагнитной волны.

10. Фазовая скорость распространения электромагнитных волн в среде:

$$\upsilon = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} ,$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с - скорость электромагнитных волн в вакууме.

11. Уравнение плоской электромагнитной волны

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

где $\vec{E}_0$ *и* $\vec{H}_0$ - соответственно амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волны;

ω - круговая частота;

$k = \frac{\omega}{\upsilon}$ - волновое число;

φ - начальная фаза колебаний в точке с координатой $x = 0$.

12. Связь длины электромагнитной волны с периодом T и частотой ν колебаний:

$$\lambda = \upsilon T \quad \text{или} \quad \lambda = \upsilon / \nu .$$

13. В плоской электромагнитной волне

$$E\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} = H\sqrt{\mu\mu_0} ,$$

где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,Ф/м$ - электрическая постоянная;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,Гн/м$ - магнитная постоянная;

ε *и* μ - диэлектрическая и магнитная проницаемости среды.

14. Объемная плотность энергии электромагнитных волн

$$\omega = \frac{1}{2}(\varepsilon_0\varepsilon E_2 + \mu_0\mu H^2) = \varepsilon_0\varepsilon E^2 = \mu_0\mu H^2 = E \cdot H \cdot \sqrt{\varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu} = \frac{E \cdot H}{\upsilon} ,$$

где E - напряженность электрического поля волны;

H - напряженность магнитного поля волны;

υ - фазовая скорость электромагнитной волны.

15. Вектор плотности потока энергии электромагнитной волны – вектор Пойтинга:

$$\vec{\Pi} = \omega\vec{\upsilon} = [\vec{E}, \vec{H}],$$

где ω - объемная плотность энергии электромагнитных волн;

υ - фазовая скорость электромагнитной волны;

$\vec{E}$ - вектор напряженности электрического поля волны;

$\vec{H}$ - вектор напряженности магнитного поля волны

Модуль вектора Пойтинга равен плотности энергии электромагнитной волны.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
по теме «Электромагнитные колебания и волны»

Задача 1. Разность потенциалов между обкладками конденсатора емкостью 0,5 мкФ в колебательном контуре изменяется со временем по закону $U = 100 \sin 1000\pi t$ [B]. Определить период собственных колебаний, индуктивность, полную энергию контура и максимальную силу тока, текущего по катушке индуктивности. Активным сопротивлением контура пренебречь.

Дано:

$C = 0{,}5 мкФ = 0{,}5 \cdot 10^{-6} Ф$;

$U_m = 100$ B;

$\omega = 10^3 \pi$ $рад/с$

$T = ?$ $\omega = ?$ $I_m = ?$ $L = ?$

Решение.

Напряжение на конденсаторе изменяется по гармоническому закону

$$U = U_m \sin \omega t, \tag{1}$$

где U_m - амплитудное (максимальное) значение напряжения на обкладках конденсатора;

ω - собственная круговая частота колебаний, которая связана с периодом соотношением

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \tag{2}$$

Отсюда находим:

$$T = \frac{2\pi}{10^3 \pi} = 2 \cdot 10^{-3} (c).$$

Период собственных колебаний в контуре определяется по формуле Томсона:

$$T = 2\pi \sqrt{LC}. \tag{3}$$

Следовательно,

$$L = \frac{T^2}{4\pi^2 C}. \tag{4}$$

Проверка размерности расчетной формулы:

$$L = \frac{c^2}{рад^2 \cdot Ф^2} =$$

$$[L] = \frac{c^2}{Ф^2} = \frac{c^2 \cdot B}{Кл} = \frac{c^2 \cdot B}{A \cdot c} = Гн$$

Вычисление:

$$L = \frac{(2\cdot 10^{-3})^2}{4(3{,}14)^2 0{,}5\cdot 10^{-6}} = 0{,}2(\textit{Гн}).$$

Полная энергия контура складывается из энергии электрического поля $W_э$ конденсатора и энергии магнитного поля $W_м$ катушки:

$$W = W_Э + W_м = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2}. \qquad (5)$$

Полная энергия контура равна максимальной энергии электрического поля конденсатора:

$$W_{Э_{\max}} = \frac{CU^2}{2} \qquad (6)$$

или максимальной энергии магнитного поля катушки:

$$W_{M_{\max}} = \frac{LI^2}{2}. \qquad (7)$$

Проверка размерности расчетных формул:

$$[W] = \textit{Гн}\cdot A^2 = \frac{B\cdot c\cdot A^2}{A} = B\cdot A\cdot c = \textit{Дж}$$

Произведем вычисление:

$$W = \frac{0{,}5\cdot 10^{-6}\cdot 100^2}{2} = 2{,}5\cdot 10^{-3}(\textit{Дж}).$$

Зная полную энергию, можно определить максимальную силу тока, протекающего по катушке индуктивности:

$$I_m = \sqrt{\frac{2W}{L}}; \qquad (8)$$

Вычисление:

$$I_m = \frac{2\cdot 2{,}5\cdot 10^{-3}}{0{,}2} = 0{,}16(A).$$

Ответ: период собственных колебаний контура равен $2\cdot 10^{-3}\,c$; индуктивность катушки равна 0,2 *Гн*; полная энергия колебательного контура равна $2{,}5\cdot 10^{-3}\,\textit{Дж}$; максимальная сила тока, текущего по катушке равна 0,16 *А*.

Задача 2. Длина электромагнитной волны в вакууме, на которую настроен колебательный контур, равна 12 *м*. Пренебрегая активным сопротивлением контура, определить максимальный заряд Q_m на пластинах конденсатора, если максимальная сила тока в контуре $I_m = 1A$.

Дано: $\lambda = 12 м;$

$I_m = 1A.$

$Q_m - ?$

Решение.

Согласно закону сохранения энергии

$$\frac{Q_m^{\ 2}}{2C} = \frac{LI^2}{2}, \qquad (1)$$

где $\frac{Q_m^{\ 2}}{2C}$ - максимальная энергия электрического поля конденсатора;

$\frac{LI_m^{\ 2}}{2}$ - максимальная энергия магнитного поля катушки.

Длина электромагнитной волны в вакууме

$$\lambda = cT, \qquad (2)$$

где $c = 3 \cdot 10^8 м/с$ - скорость распространения электромагнитной волны в вакууме; T – период колебания.

Колебательный контур настроен на электромагнитную волну, следовательно, собственная частота колебаний контура должна совпадать с частотой электромагнитной волны, поэтому период электромагнитных колебаний в контуре должен быть равен периоду колебаний электромагнитной волны.

По формуле Томсона период колебаний в контуре

$$T = 2\pi / \sqrt{LC}. \qquad (3)$$

Из (1) имеем:

$$LC = \frac{Q_m^{\ 2}}{I_m^{\ 2}}. \qquad (4)$$

Подставим выражение (4) в формулу (3), получим:

$$T = 2\pi \frac{Q_m}{I_m}.$$

Подставим выражение (5) в формулу (2), получим:

$$\lambda = c \cdot 2\pi \cdot \frac{Q_m}{I_m}. \qquad (6)$$

Из формулы (6) выразим величину максимального заряда на пластинах конденсатора:

$$Q_m = \frac{\lambda I_m}{2\pi c}.$$

Проверка размерности расчетной формулы:

$$[Q] = \frac{м \cdot А \cdot с}{м} = Кл.$$

Вычисление:

$$Q_m = \frac{12 \cdot 1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 6{,}37 \cdot 10^{-9}\,(Кл).$$

Ответ: максимальный заряд на пластинах конденсатора равен $6{,}37 \cdot 10^{-9}\,Кл$.

ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

1. Скорость света в среде

$$\upsilon = \frac{c}{n},$$

где c – скорость света в вакууме; n – показатель преломления среды.

2. Оптическая длина пути световой волны

$$L = n \cdot l,$$

где ℓ – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n.

3. Оптическая разность хода двух световых волн

$$\Delta = L_1 - L_2.$$

4. Зависимость разности фаз от оптической разности хода световых волн

$$\Delta\varphi = 2\pi(\Delta / \lambda),$$

где λ – длина световой волны.

5. Условие максимального усиления света при интерференции

$$\Delta = \pm 2\kappa \frac{\lambda}{2} = \pm \kappa\lambda \qquad (\kappa = 0,\ 1,\ 2, \ldots).$$

Условие максимального ослабления света при интерференции

$$\Delta = \pm(2\kappa + 1)\frac{\lambda}{2} \qquad (\kappa = 0,\ 1,\ 2, \ldots).$$

6. Оптическая разность хода световых волн, возникающая при отражении монохроматического света от тонкой пленки

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \iota_1} \pm \frac{\lambda}{2}$$

или

$$\Delta = 2dn\cos i_2 \pm \frac{\lambda}{2},$$

где d – толщина пленки; n – показатель преломления пленки;

ι_1 – угол падения; ι_2 – угол преломления света в пленке.

Добавочная разность хода $\lambda/2$ возникает при отражении света от оптически более плотной среды.

7. Радиус светлых колец Ньютона в отраженном свете

$$r_k = \sqrt{\frac{(2\kappa - 1)R\lambda}{2n}} \qquad (\kappa = 1,\ 2,\ 3, \ldots),$$

где κ – номер кольца; R – радиус кривизны линзы; n – показатель преломления среды, находящейся между линзой и стеклянной пластинкой.

Радиус темных колец Ньютона в отраженном свете

$$r_k = \sqrt{\frac{\kappa R\lambda}{n}} \qquad (\kappa = 0,\ 1,\ 2,\ldots).$$

8. Радиус κ-ой зоны Френеля

а) для сферической волны

$$r_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b}\lambda}\ ,$$

где a – расстояние между диафрагмой с круглым отверстием и точечным источником света;

b – расстояние между диафрагмой и экраном, на котором ведется наблюдение дифракционной картины; κ – номер зоны Френеля;

λ – длина волны.

б) для плоской волны

$$r_k = \sqrt{b\kappa\lambda}\,.$$

9. Дифракция света на одной щели при нормальном падении света (дифракция Фраунгофера).

Угол φ отклонения лучей, соответствующих минимуму интенсивности света:

$$a sin\varphi = \mp 2k\frac{\lambda}{2} = k\lambda \qquad (\kappa = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots)\,,$$

где a – ширина щели; κ – порядковый номер минимума; λ – длина волны.

Угол φ отклонения лучей, соответствующий максимуму интенсивности

$$a\sin\varphi = \ 2k+1\ \frac{\lambda}{2} \qquad k = 0,1,2,3,\ldots\ ,$$

где φ – приближенное значение угла дифракции.

10. Дифракция света на дифракционной решетке при нормальном падении лучей.

Условие главных максимумов интенсивности:

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda \qquad k = 0,1,2,3,\ldots\ ,$$

где d – период (постоянная решетки); κ – номер главного дифракционного максимума в случае монохроматического света или порядок спектра в случае белого света; φ – угол отклонения лучей, соответствующий максимуму интенсивности.

11. Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN\,,$$

где $\Delta\lambda$ – наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda + \Delta\lambda$), при которой эти линии могут быть видны раздельно в спектре, полученном посредством данной решетки; N – полное число щелей решетки.

12. Формула Вульфа-Брэгга:

$$2d\sin\theta = k\lambda\,,$$

где θ – угол скольжения (угол между направлением параллельного пучка рентгеновского излучения, падающего на кристалл, и атомной плоскостью в кристалле);

d – расстояние между атомными плоскостями кристалла.

13. Закон Брюстера:

$$tgi_{Бр} = n_{21}$$

где $i_{Бр}$ – угол падения, при котором отразившийся от диэлектрика луч полностью поляризован;

$n_{21} = \dfrac{n_2}{n_1}$ – относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

14. Закон Малюса:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$

где I_0 – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор;

I – интенсивность этого света после прохождения им анализатора;

α – угол между направлением колебаний электрического вектора света, падающего на анализатор и плоскостью пропускания анализатора (если колебания электрического вектора падающего света совпадают с этой плоскостью, то анализатор пропускает данный свет без ослабления).

15. Угол поворота плоскости поляризации монохроматического света при прохождении через оптически активное вещество:

$a)$ $\varphi = ad$ (в твердых телах),

где α – постоянная вращения;

d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

б$)$ $\varphi = \varphi = \alpha \ \rho d$ (в растворах),

где $[\alpha]$ – удельное вращение;

ρ – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
по теме «Волновые свойства света»

Задача 1. Расстояние между двумя когерентными источниками равно 0,9 *мм*. Источники, испускающие монохроматический свет с длиной волны 640 *нм*, расположены на расстоянии 3,5 *м* от экрана. Определить число светлых полос, располагавшихся на 1 *см* длины экрана.

Дано: λ = 640 *нм* = $64\cdot10^{-8}$ *м*;
d = 0,9 *мм* = $9\cdot10^{-4}$ *м;*
L = 3,5 *м*.

$\frac{\kappa}{x} = ?$

Решение.

В точке О на экране (рис.) будет максимальная освещенность: точка О равноудалена от обоих источников S'_1 и S'_2, поэтому разность хода волн, S'_1 О и S'_2 О равна нулю. В произвольной точке экрана $O_к$ максимум освещенности будет наблюдаться, если оптическая разность хода когерентных волн равна целому числу длин волн:

$$\Delta = S_2 - S_1 = k\lambda \qquad (1)$$

где S_2, S_1 – оптические пути интерферирующих волн; λ – длина волны падающего света; κ – номер светлой полосы (центральная светлая полоса принята за нулевую).

Оптическая разность хода волн

$$\Delta = \frac{xd}{L}, \qquad (2)$$

где x – расстояние от центральной светлой полосы до κ-й светлой полосы.

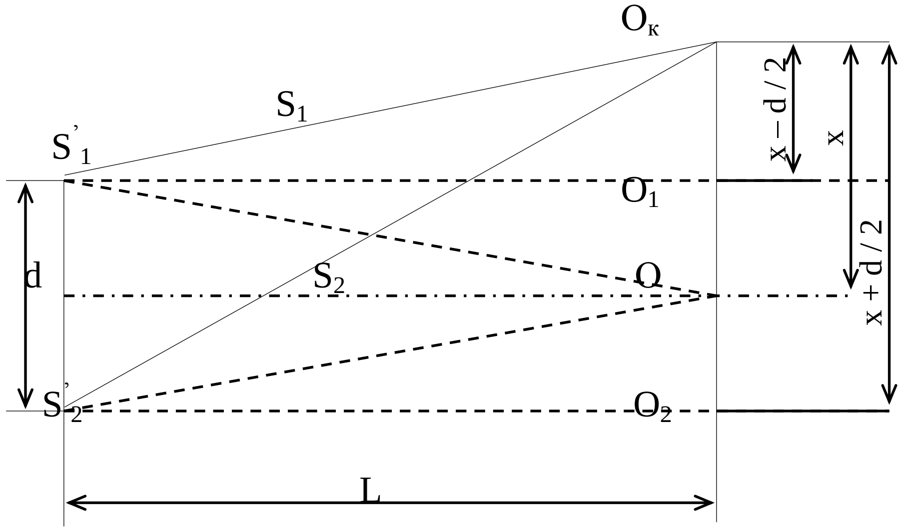


Рис.

Учитывая выражение (1), получим:

$$\Delta = \frac{xd}{L} = \kappa\lambda \qquad (3)$$

Из выражения (3) определяем число светлых интерференционных полос на единицу длины:

$$\frac{\kappa}{x} = \frac{d}{L\lambda}.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{\kappa}{x} = \frac{9 \cdot 10^{-4} м}{3,5 м \cdot 64 \cdot 10^{-8} м} = 400 м^{-1},$$

Следовательно, число светлых полос, располагавшихся на 1 *см* длины экрана, равно 4.

Ответ: на один сантиметр экрана приходится 4 светлые полосы.

Задача 2. Для устранения отражения света от поверхности линзы на нее наносится тонкая пленка вещества с показателем преломления 1,26, меньшим, чем у стекла (просветление оптики). При какой наименьшей толщине пленки отражение света с длиной волны 0,55 *мкм* не будет наблюдаться, если угол падения лучей 30^0?

Дано:
$n = 1,26$;
$\lambda = 0,55$ *мкм* $= 5,5 \cdot 10^{-7}$ *м*
$i_1 = 30^0$

$d = ?$

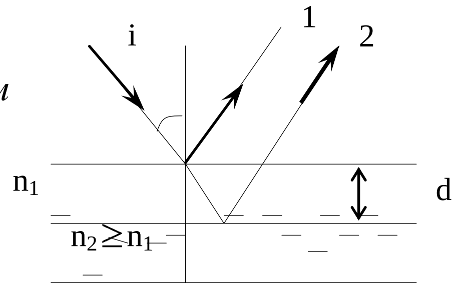


Рис.

Решение.

Оптическая разность хода лучей, отраженных от верхней и нижней поверхностей пленки (рис.)

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i}\,, \qquad (1)$$

где d – толщина пленки; n – показатель преломления пленки; i – угол падения лучей.

В выражении (1) учтено, что отражение лучей на верхней и нижней поверхностях пленки происходит от оптически более плотной среды , поэтому потери полуволны в обоих случаях компенсируют друг друга.

Условие интерференционного минимума

$$\Delta = (2\kappa + 1)\frac{\lambda}{2} \qquad (2)$$

Из (1) и (2) находим:

$$d_k = \frac{(2k+1)\lambda}{4\sqrt{n^2 - sin^2 i_1}} \qquad (3)$$

Полагая $к$ = 0,1,2,3...., получим ряд возможных значений толщины пленки. Минимальной толщине пленки соответствует $к$ = 0.

Подставим в расчетную формулу (3) числовые значения входящих величин и произведем вычисления:

$$d = \frac{5,5 \cdot 10^{-7} м}{4\sqrt{(1,26)^2 - \sin^2 30^0}} = 1,2 \cdot 10^{-7} м = 0,12 мкм\,.$$

Ответ: наименьшая толщина пленки равна $0,12 мкм$.

Задача 3. Радиус второго темного кольца Ньютона в отраженном свете 0,4 *мм.* Определить радиус кривизны плосковыпуклой линзы, взятой для опыта, если она освещается монохроматическим светом с длиной волны 0,64 *мм*.

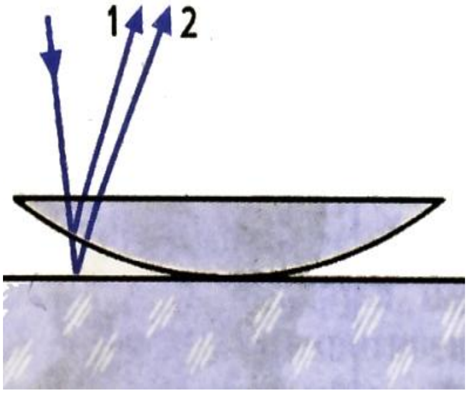
Дано:

$r_m = 0,4 мм = 0,4 \cdot 10^{-3} м;$

$\lambda = 0,6 мкм = 0,6 \cdot 10^{-6} м.$

$k = 2$

$R - ?$



Кольца Ньютона — кольцеобразные интерференционные максимумы и минимумы, появляющиеся вокруг точки касания слегка изогнутой выпуклой линзы и плоскопараллельной пластины при прохождении света сквозь линзу и пластину (рис.). Простая интерференционная картина возникает в тонкой прослойке воздуха между стеклянной пластиной и положенной на нее плосковыпуклой линзой, сферическая поверхность которой имеет большой радиус кривизны. Эта интерференционная картина имеет вид концентрических колец, получивших название кольца Ньютона.

Волна 1 (рис.) появляется в результате отражения от выпуклой поверхности линзы на границе стекло — воздух, а волна 2 — в результате отражения от пластины на границе воздух — стекло. Эти волны когерентны, то есть они имеют одинаковую длину и постоянную разность фаз, которая возникает из-за того, что волна 2 проходит больший путь, чем волна 1. Если вторая волна отстает от первой на целое число длин волн, то, складываясь, волны усиливают друг друга. Напротив, если вторая волна отстает от первой на нечетное число полуволн, то колебания, вызванные ими, будут происходить в противоположных фазах и волны гасят друг друга. При этом радиус темного кольца

$$r_m = \sqrt{k \cdot R \cdot \lambda}\,, \qquad (1)$$

где R— радиус кривизны линзы; $k = 0, 1, 2, \ldots$; λ — длина волны света в вакууме;

Из формулы (1) выражаем радиус кривизны линзы:

$$R = \frac{r_m^2}{k \cdot \lambda}\,. \qquad (2)$$

Проверка размерности расчетной формулы:

$$[R] = \frac{м^2}{м} = м\,.$$

Произведем вычисление:

$$R = \frac{(0{,}4 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 0{,}6 \cdot 10^{-6}} = 0{,}133(м)\,,$$

Ответ: радиус кривизны плосковыпуклой линзы равен 0,133 *м*.

Задача 4. На дифракционную решетку длиной 10 *мм*, имеющую 400 штрихов на 1 *мм*, падает нормально свет от разрядной трубки. Помещенная вблизи решетки линза проецирует дифракционную картину (рис.) на плоский экран Э, удаленный от линзы на расстояние 1м. Определить:

1) ширину спектра первого порядка, если границы видимого спектра составляют 780 *нм* (красный край спектра) и 400 *нм* (фиолетовый край спектра);

2) число спектральных линий красного цвета, которые теоретически можно наблюдать с помощью данной дифракционной решетки;

3) в спектре какого порядка эта решетка может разрешить две линии с длиной волны, равной 500 *нм* и 500,1 *нм*

Дано: $\ell_0 = 10$ *мм* $= 10^{-2}$ *м* **;**

$N = 4 \cdot 10^5$;

$L = 1$ *м*;

$\lambda_{кр} = 780$ *нм* $= 7{,}8 \cdot 10^{-7}$ *м*;

$\lambda_ф = 400$ *нм* $= 4 \cdot 10^{-7}$ *м*;

$\lambda_1 = 500$ *нм* $= 5 \cdot 10^{-7}$ *м*;

$\lambda_2 = 500{,}1$ *нм* $= 5{,}001 \cdot 10^{-7}$ *м*.

$\ell_1 = ?$; $к_{кр} = ?$; $к = ?$

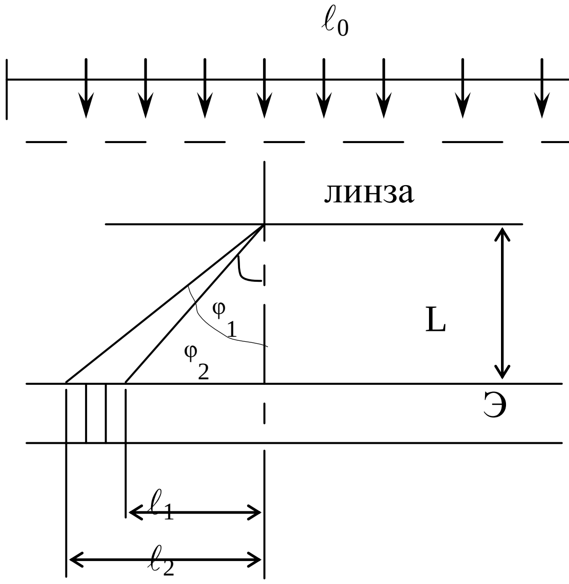


Рис.

Решение.

Угол φ отклонения лучей, соответствующий максимуму фиолетового цвета при дифракции света на решетке, определяется из условия:

$$d\sin\varphi = k\lambda_ф \qquad (1)$$

$k = 1,$ следовательно,

$$\sin\varphi_1 = \frac{\lambda_ф}{d}. \qquad (2)$$

Аналогично, для дифракционного максимума красного цвета получим:

$$\sin\varphi_2 = \frac{\lambda_{кр}}{d}. \qquad (3)$$

Из рисунка следует, что расстояние от центра дифракционной картины до фиолетовой спектральной линии равно

$$l_1 = L\cdot tg\varphi_1. \qquad (4)$$

Соответственно, для красной спектральной линии

$$l_2 = L\cdot tg\varphi_2 \qquad (5)$$

Ширина спектра первого порядка будет

$$\Delta l = l_2 - l_1,$$

или с учетом (4), (5) :

$$\Delta l = L(tg\varphi_2 - tg\varphi_1) \qquad (6)$$

В случае малых углов φ для спектра первого порядка справедливо выражение:

$$tg\varphi \approx \sin\varphi.$$

Поэтому, подставив выражения (2) и (3) в формулу (6), получим:

$$\Delta l = \frac{L}{d}\ \lambda_{кр.} - \lambda_{ф} \qquad (7)$$

Зная число штрихов N на 1 *мм* решетки, найдем период решетки:

$$d = \frac{l}{N}\,. \qquad (8)$$

Подставляя (8) в формулу (7), получим:

$$\Delta l = \frac{L \cdot N}{l}\left(\lambda_{кр} - \lambda_{ф}\right),$$

где $N = 4 \cdot 10^5$ - число штрихов, приходящихся на 1 метр решетки

Произведем вычисления:

$$\Delta\ell = 1 \cdot 4 \cdot 10^5 (7{,}8 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7}) = 1{,}52 \cdot 10^{-1}(м) = 15{,}2 см$$

Для определений числа спектральных линий красного цвета найдем максимальное значение κ_{max}., исходя из того, что максимальный угол отклонения лучей не может превышать 90° ($\sin 90^\circ = 1$).

Из формулы (1) имеем:

$$k = \frac{d \sin\varphi}{\lambda_{кр}}\,. \qquad (9)$$

Следовательно,

$$k_{\max} = \frac{d}{\lambda_{кр}}\,.$$

С учетом (8), получим:

$$k_{\max} = \frac{1}{n\lambda_{кр}} = \frac{1}{4 \cdot 10^5 \cdot 7{,}8 \cdot 10^{-7}} = 3{,}3.$$

Так как число κ_{max} должно быть обязательно целым, то κ_{max}=3. Влево и вправо от центра картины будет наблюдаться одинаковое число спектральных линий, равное $2\kappa_{max}$. Таким образом, общее число спектральных линий равно $2\kappa_{max}$ = 6.

Так как разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN\,, \qquad (10)$$

то минимальная разница длин волн двух спектральных линий, разрешаемых решеткой

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda = \frac{\lambda}{\kappa N}\,. \qquad (11)$$

Две спектральные линии разрешены, если

$$\lambda_2 - \lambda_1 \geq \frac{\lambda}{\kappa N}\,. \qquad (12)$$

Подставляя (11) в (12) и, учитывая, что $\lambda = \lambda_1$, получаем:

$$\lambda_2 - \lambda_1 \geq \frac{\lambda_1}{\kappa N}. \qquad (13)$$

Из выражения (13) следует, что спектральные линии разрешены в спектрах с порядком

$$\kappa \geq \frac{\lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)N}. \qquad (14)$$

Произведем вычисления:

$$\kappa \geq \frac{5 \cdot 10^{-7}}{(5{,}001 - 5) \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{5}} = 1{,}25.$$

Так как κ - целое число, то в спектре порядка $k \geq 2$ указанная решетка может разрешить две линии с длинами волн 500 *нм* и 500,1 *нм.*

Ответ: 1) ширина спектра первого порядка равна 15,2 *см*;

2)число спектральных линий красного цвета, которые теоретически можно наблюдать с помощью данной дифракционной решетки, равно 6;

3) решетка может разрешить две линии с длинами волн 500 *нм* и 500,1 *нм* в спектрах, порядок которых $\kappa \geq 2$.

Задача 5. Во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, прошедшего через две призмы Николя, главные оси которых составляют угол 60^{o} Потери света в каждой призме составляют 10% (рис.).

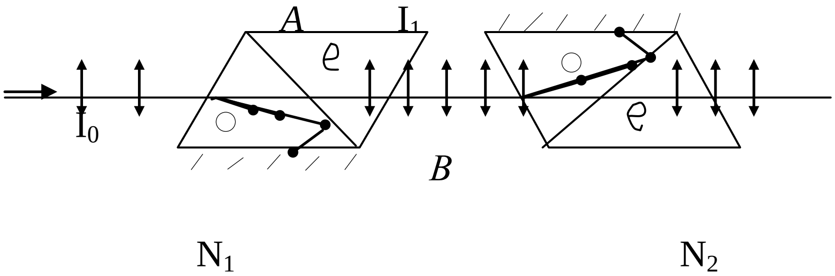


Рис.

Дано: $\alpha = 60^0$;

$\kappa = 0{,}1.$

$$\frac{I_0}{I_2} = ?$$

Решение.

В результате двойного лучепреломления естественный луч света, попадая на первую призму Николя (поляризатор), раздваивается на обыкновенный (*о*) и необыкновенный (*е*) лучи. Оба луча поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Обыкновенный луч, подчиняясь закону преломления, преломляется и, подойдя к слою канадского бальзама в призме (граница *АВ*), испытывает полное отражение и поглощается зачерненной боковой гранью призмы. Необыкновенный луч проходит через призму. Таким образом, на выходе поляризатора получается плоскополяризованный свет, интенсивность которого с учетом потерь на отражение и поглощение света поляризатором равна:

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1 - \kappa), \qquad (1)$$

где I_0 – интенсивность естественного света, падающего на поляризатор; κ - коэффициент, учитывавший потери на отражение и поглощение. Плоско поляризованный луч света, падая на вторую призму Николя (анализатор), также расщепляется на обыкновенный и необыкновенный лучи. Обыкновенный луч полностью поглощается призмой. Необыкновенный луч проходит через призму. После прохождения анализатора интенсивность света уменьшается как за счет отражения и поглощения света анализатором, так и из-за несовпадения плоскости поляризации света с главной плоскостью анализатора. В соответствии с законом Малюса и с учетом потерь на отражение и преломление света интенсивность равна:

$$I_2 = I_1 (1 - \kappa) cos^2 \alpha, \qquad (2)$$

где α – угол между плоскостями поляризации поляризатора и анализатора. Подставляя выражение (1) в (2), имеем:

$$I_2 = \frac{1}{2} I_0 (1 - \kappa)^2 cos^2 \alpha \ . \qquad (3)$$

Относительное уменьшение интенсивности света при прохождении света через 2 призмы Николя равно:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - \kappa)^2 cos^2 \alpha} \ . \qquad (4)$$

Подставив в расчетную формулу (4) значение κ = 0,1; $\alpha = 60^\circ$, получим:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - 0,1)^2 cos^2 60^0} = 9,88.$$

Ответ: интенсивность естественного света уменьшится в 9,88 раз.

Задача 6. Луч света, идущий в стеклянном сосуде с глицерином, отражается от дна сосуда. При каком угле падения отраженный луч света максимально поляризован?

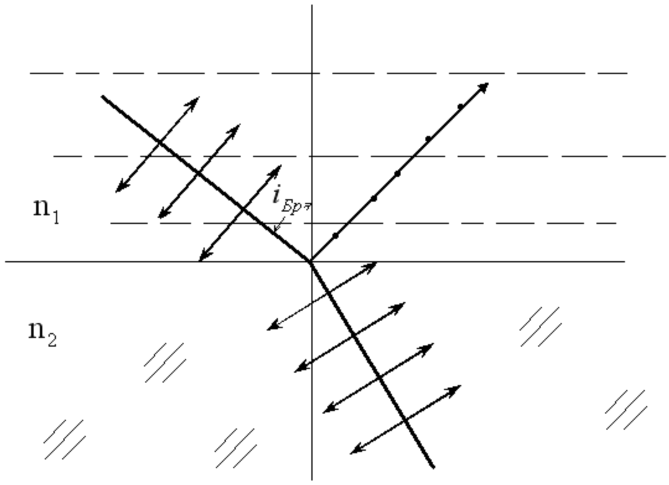


Рис.

Решение.

Согласно закону Брюстера, луч света, отраженный от диэлектрика, максимально поляризован, если:

$$tg i_{бр} = n_{21}.$$

Относительный показатель преломления

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1},$$

$$tg i_{бр} = \frac{1,5}{1,47} = 1,02,$$

$$i_{бр} = arctg(1,02) = 45,58^\circ$$

Ответ: угол падения равен $45{,}58^\circ$

ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ. КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

1. Закон Стефана-Больцмана

$$R_e = \sigma T^4,$$

где R_e - энергетическая светимость (излучательность) абсолютно черного тела,

$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{Bm}{(м^2 \cdot K^4)}$ - постоянная Стефана-Больцмана,

T – термодинамическая температура по шкале Кельвина.

2. Первый закон Вина (закон смещения Вина)

$$\lambda_m = \frac{b}{T}.$$

где λ_m - длина волны, на которую приходится максимум излучения абсолютно черного тела,

$b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}\, м \cdot К$ - постоянная первого закона Вина.

3. Второй закон Вина

$$r_{\lambda,T\ \max} = b' \cdot T^5,$$

где $r_{\lambda,T\ \max}$ - максимальная спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела,

$b' = 1{,}3 \cdot 10^5\, Bm /\ K^5 \cdot м^3$ - постоянная второго закона Вина.

4. Энергия фотона

$$\varepsilon = h\nu \quad \text{или} \quad \varepsilon = \hbar\omega,$$

где h - постоянная Планка, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ - приведенная постоянная Планка;

ν - частота фотона, $\omega = 2\pi\nu$ - циклическая частота.

5. Масса фотона

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h}{c \cdot \lambda},$$

где c - скорость света в вакууме, λ - длина волны фотона.

6. Импульс фотона

$$P = mc = \frac{h}{\lambda}.$$

7. Формула Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A + E_{\max}^{(k)}$$

где $h\nu$ - энергия фотона, падающего на поверхность металла,

A-работа выхода электрона,

E_{max} - максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

8. Красная граница фотоэффекта:

$$\nu_0 = \frac{A}{h} \text{ или } \lambda_0 = \frac{hc}{A}.$$

где ν_0 и λ_0 - минимальная частота света и соответствующая длина волны, при которых еще возможен фотоэффект.

9. Давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность,

$$P = \frac{E_e}{c}(1+\rho) = \omega(1+\rho),$$

где $E_e = Nh\nu$ - облученность поверхности;

ρ - коэффициент отражения (для зеркальной поверхности $\rho = 1$, дл черной поверхности $\rho = 0$);

ω - объемная плотность энергии излучения.

10. Изменение длины волны при комптоновском рассеянии

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\vartheta) = \frac{2h}{mc}\sin^2\frac{\vartheta}{2} = 2\lambda_C \sin^2\frac{\vartheta}{2},$$

где λ и λ' - длины волн падающего и рассеянного излучения;

m – масса электрона; ϑ - угол рассеяния;

$\lambda_C = \dfrac{h}{mc} = 2{,}43 пм$ - комптоновская длина волны.

Примеры решения задач
по теме «Тепловое излучение. Квантовые свойства света»

Задача 1. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения черного тела 0,58 *мкм*. Определить энергетическую светимость (излучательность) поверхности тела.

Дано: $\lambda_0 = 0{,}58 мкм = 5{,}8\cdot 10^{-7}\, м$

$R_e - ?$

Решение.

Энергетическая светимость R_e абсолютно черного тела в соответствии с законом Стефана-Больцмана пропорциональна четвертой степени термодинамической температуры и выражается формулой

$$R_e = \sigma T^4, \qquad (1)$$

где σ - постоянная Стефана-Больцмана, T - термодинамическая температура.

Температуру T можно вычислить с помощью закона Вина:

$$\lambda_0 = \frac{b}{T}, \qquad (2)$$

где b - постоянная первого закона смещения Вина.

Используя формулы (2) и (1), получаем выражение:

$$R_e = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_0}\right)^4 \qquad (3)$$

Произведем **вычисления:**

$$R_e = 5{,}67\cdot 10^{-8}\left(\frac{2{,}9\cdot 10^{-3}}{5{,}8\cdot 10^{-7}}\right)^4 = 3{,}54\cdot 10^{7}\left(\frac{Вт}{м^2}\right) = 35{,}4\left(\frac{МВт}{м^2}\right).$$

Ответ: энергетическая светимость поверхности тела равна $35{,}4\frac{МВт}{м^2}$.

Задача 2. Определить максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра:

1) ультрафиолетовым излучением с длиной волны 0,155 *мкм*;

2) гамма-излучением с длиной волны 1 *пм*.

Дано: $\lambda_1 = 0{,}155 мкм = 1{,}55 \cdot 10^{-7}\ м$,

$\lambda_2 = 1 нм = 1 \cdot 10^{-12}\ м$.

$\upsilon_{\max 1} - ? \quad \upsilon_{\max 2} - ?$

Решение.

Максимальную скорость фотоэлектронов можно определить из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта

$$\varepsilon = A + \frac{m\upsilon_0^2}{2}, \qquad (1)$$

где $\tilde{\varepsilon}$ - энергия фотонов, падающих на поверхность металла,

A - работа выхода электрона,

$\frac{m\upsilon_0^2}{2}$ - максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

Энергия фотона вычисляется также по формуле:

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}, \qquad (2)$$

где h - постоянная Планка, c - скорость света в вакууме, λ - длина световой волны.

Кинетическая энергия электрона может быть выражена или по классической формуле:

$$E_{max}^{k} = \frac{m\upsilon_0^2}{2} \qquad (3)$$

или по релятивистской формуле:

$$E_{max}^{k} = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right), \qquad (4)$$

где E_o - энергия покоя электрона, $\beta = \upsilon / c$.

Скорость фотоэлектрона зависит от энергии фотона, вызывающего фотоэффект. Если энергия ε фотона намного меньше энергии покоя E_o электрона, то может быть применена формула (3). Если же ’энергия фотона ε сравнима по величине с энергией покоя электрона E_o , то вычисление по формуле (3) приводит к большой ошибке, поэтому нужно пользоваться формулой (4).

1) Вычислим энергию фотона ультрафиолетового излучения по формуле (2):

$$\varepsilon_1 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{1,55 \cdot 10^{7}} = 1,28 \cdot 10^{-18} (Дж)$$

Или $$\varepsilon_1 = \frac{1,28 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 8 (эВ).$$

Полученная энергия фотона (8 *эВ*) много меньше энергии покоя электрона (0,51*МэВ*). Следовательно, в этом случае кинетическая энергия фотоэлектронов в формуле (1) может быть выражена по классической формуле (3):

$$\varepsilon_1 = A + \frac{m_0 \upsilon_{max}^2}{2},$$

Откуда

$$\upsilon_{\max} = \sqrt{2(\varepsilon_1 - A) / m_0}. \qquad (5)$$

Проверим размерность выражения (5).

$$\left(\frac{[\varepsilon_1 - A]}{m_0}\right)^{\frac{1}{2}} = 1Дж / 1кг^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1Н \cdot 1м}{1кг}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1кг \cdot 1м \cdot 1м}{1с^2 \cdot 1кг}\right)^{\frac{1}{2}} = 1м / с.$$

Подставим значение величин в формулу (5):

$$\upsilon_{\max} = \sqrt{\frac{2(1,28 \cdot 10^{-18} - 0,75 \cdot 10^{-18})}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 1,08 \cdot 10^{6} \ м/с \ м/с.$$

2) Вычислим энергию фотона гамма-излучения:

$$\varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{10^{-12}} = 1,99 \cdot 10^{-13} (Дж)$$

или во внесистемных единицах:

$$\varepsilon_2 = \frac{1,99 \cdot 10^{-13}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,24 \cdot 10^{6} \ эВ = 1,24 МэВ.$$

Работа выхода электрона (A = 4,7 *эВ*) пренебрежимо мала по сравнению с энергией фотона (ε_2 = 1,24 *МэВ*), поэтому можно принять, что максимальная кинетическая энергия электрона равна энергии фотона. Так как в данном случае кинетическая энергия электрона больше его энергии покоя, то для вычисления скорости электрона следует использовать релятивистскую формулу кинетической энергии (4).

Из этой формулы

$$\beta = \sqrt{(2E_o + E_{max}^{(k)})E_{max}^{(k)}} \ / \ E_0 + E_{\max}^{(k)} \ .$$

Заметив, что $\upsilon = c \cdot \beta$ и $E_{max}^{(k)} = \varepsilon_2$, получим:

$$v_{max} = c\,\frac{\sqrt{(2E_o + \varepsilon_2)\varepsilon_2}}{E_o + \varepsilon_2}.$$

Энергии E_o и ε_2 входят расчетную формулу в виде отношения, поэтому их можно выражать во внесистемных единицах.

Вычисление:

$$v_{max} = 3 \cdot 10^8 \,\frac{\sqrt{(2 \cdot 0,51 + 1,24) \cdot 1,24}}{0,51 + 1,24} = 2,85 \cdot 10^8 (м / с)$$

Ответ: максимальная скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра ультрафиолетовым излучением, равна $1{,}08 \cdot 10^6\ м/с$;

максимальная скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра гамма-излучением, равна $2{,}85 \cdot 10^8\ м/с$

Задача 3. Фотон с энергией ε = 0,75МэВ рассеялся на свободном электроне под углом θ = 60°. Принимая, что кинетическая энергия и импульс электрона до соударения с фотоном были пренебрежимо малы, определить: 1) энергию ε' рассеянного фотона; 2) кинетическую энергию T электрона отдачи; 3) направление его движения.

Дано: $\varepsilon = 0{,}75 МэВ.$

$\theta = 60°.$

$\varepsilon' - ?$ T - ? $\varphi - ?$

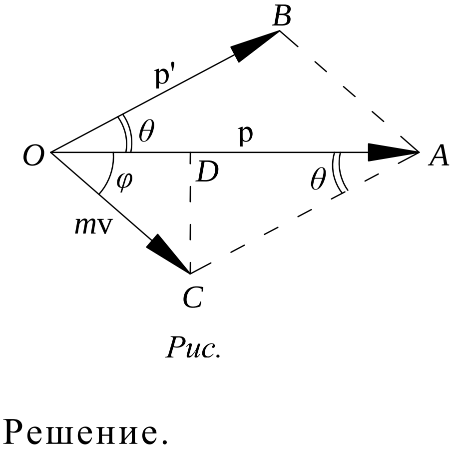


Рис.

Решение.

1. Энергию рассеянного фотона найдем, воспользовавшись формулой Комптона:

$$\lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_0 c}(1 - \cos\theta), \qquad (1)$$

где λ - длина волны падающего фотона;
λ' - длина волны рассеянного фотона;
m_0 - масса покоя электрона;
$c = 3 \cdot 10^8\, м/с$ - скорость света в вакууме;
θ - угол рассеяния фотона.

Выразив длины волн λ' и λ через энергии ε', рассеянного фотона, и ε, падающего фотона, получим:

$$\frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon'} - \frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon} = \frac{2\pi\hbar}{m_0 c}(1 - \cos\theta). \qquad (2)$$

Приведем выражение (2) к виду

$$\frac{1}{\varepsilon'} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1 - \cos\theta}{m_0 c}. \qquad (3)$$

Известно, что энергия покоя электрона

$$E_0 = m_0 c^2 \quad \text{(формула Эйнштейна)} \qquad (4)$$

С учетом (4) формулу (3) запишем в виде:

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{(\varepsilon / E_0)(1 - \cos\theta) + 1}. \qquad (5)$$

Подставив числовые значения величин, получим значение энергии рассеянного фотона:

$$\varepsilon' = 0{,}43\ МэВ.$$

2. Кинетическая энергия электрона отдачи, как это следует из закона сохранения энергии, равна разности между энергией падающего фотона
и энергией рассеянного фотона:

$$T = \varepsilon - \varepsilon' = 0{,}32(МэВ). \qquad (6)$$

3. Направление движения электрона отдачи найдем, применив закон сохранения импульса, согласно которому импульс падающего фотона *P* равен векторной сумме импульсов рассеянного фотона и электрона отдачи.

$$\vec{P} = \vec{P}' + m\vec{V}, \qquad (7)$$

где $\vec{P}$ - импульс падающего фотона;
$\vec{P}'$ - импульс рассеянного фотона;
$m\vec{V}$ - импульс электрона отдачи.

Векторная диаграмма импульсов изображена на рисунке. Все векторы проведены из точки *O,* где находился электрон в момент соударения с фотоном. Угол φ определяет направление движения электрона отдачи.

Из треугольника *OCD* находим

$$tg\varphi = \frac{|CD|}{|OD|} = \frac{|CA|\sin\theta}{|OA| - |CA|\cos\theta}, \tag{8}$$

или

$$tg\varphi = \frac{p'\sin\theta}{p - p'\cos\theta} = \frac{\sin\theta}{p/p' - \cos\theta}. \tag{9}$$

Так как $P = \frac{\varepsilon}{c}$ и $P' = \frac{\varepsilon'}{c}$, то

$$tg\varphi = \frac{\sin\theta}{\varepsilon/\varepsilon' - \cos\theta}. \tag{10}$$

Преобразуем формулу (10) так, чтобы угол φ выражался непосредственно через величины ε и θ, заданные в условии задачи. Из формулы (3) следует:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = \frac{\varepsilon}{E_0}(1 - \cos\theta) + 1. \tag{11}$$

С учетом (5) формула (10) примет вид:

$$tg\varphi = \frac{\sin\theta}{(1 + \varepsilon/E_0)(1 - \cos\theta)}. \tag{12}$$

Учитывая, что $\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$ и $1 - \cos\theta = 2\sin^2\frac{\theta}{2}$ после соответствующих преобразований получим:

$$tg\varphi = \frac{ctg(\theta/2)}{1 + \varepsilon/E_0}. \tag{13}$$

После вычисления по формуле (13) найдем $tg\varphi = 0{,}701$, откуда $\varphi = 35°$.

Ответ: энергия рассеянного фотона равна 0,43 *МэВ*; кинетическая энергия электрона отдачи равна 0,32 *МэВ*; направление движения электрона отдачи определяется углом φ, равным 35°.

Задача 4. Пучок монохроматического света с длиной волны 663 *нм* падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток энергии равен 0,6 *Вт*. Определить силу F давления, испытываемую этой поверхностью, а также число N фотонов, падающих на нее за время, равное 5 *с*.

Дано: $\lambda = 663 нм = 663 \cdot 10^{-9} м;$

$\Phi_e = 0{,}6 Вт;$

$\Delta t = 5 с.$

F -? N -?

Решение.

Сила светового давления на поверхность равна произведению светового давления P на площадь S поверхности:

$$F = P \cdot S. \qquad (1)$$

Световое давление может быть найдено по формуле

$$P = E_e(\rho+1)\frac{1}{c}, \qquad (2)$$

где E_e - облученность поверхности (энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности за 1 с;

ρ - коэффициент отражения (для зеркальной поверхности $\rho = 1$).

$c = 3 \cdot 10^8\, м/с$ - скорость света в вакууме.

Подставляя выражение (2) давления света в формулу (1), получим:

$$F = \frac{E_e S}{c}(\rho+1). \qquad (3)$$

Так как произведение облученности на площадь поверхности равно потоку энергии излучения, падающего на поверхность, то соотношение (3) можно записать в виде:

$$F = \frac{\Phi_y}{c}(\rho+1), \qquad (4)$$

где Φ_y - поток энергии излучения.

Производим вычисления:

$$F = \frac{0{,}6_y}{3 \cdot 10^8}(+1) = 4 \cdot 10^{-9}\,(H).$$

Число фотонов, падающих за время Δt на поверхность, определяется по формуле:

$$N = \frac{\Delta W}{\varepsilon}, \qquad (5)$$

где ΔW - энергия излучения, получаемая поверхностью за время Δt;

ε - энергия фотона.

Выразив в формуле (5) энергию фотона через длину волны $\left(\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}\right)$, получим:

$$N = \frac{\Phi_y \cdot \lambda \cdot \Delta t}{h \cdot c}. \qquad (6)$$

Подставив в формулу (6) числовые значения величин и произведя вычисления, получим:

$$N = \frac{0{,}6 \cdot 663 \cdot 10^{-9} \cdot 5}{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 10^{19}\ \text{(фотонов)}$$

Ответ: сила давления, испытываемая поверхностью, равна $4нН$;

за пять секунд на поверхность падает 10^{19} фотонов.

ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 3

300. Материальная точка совершает гармонические колебания с амплитудой 4 *см* и периодом 2 *с*. Написать уравнение движения точки, если ее движение начинается из положения $x_0 = 2см$.

301. Однородный диск радиусом 20 *см* колеблется около горизонтальной оси, проходящей на расстоянии 15 *см* от центра диска. Определить период колебания диска относительно оси.

302. Найти возвращающую силу в момент времени t = 1с м полную энергию материальной точки, совершающей колебания по закону $x = A\cos\omega t$, где А = 20 см, ω =2π/3 $с^{-1}$. масса материальной точки равна 10 г.

303. На вращающемся диске укреплен шарик. Какое движение совершает тень шарика на вертикальном экране? Определите смещение тени шарика за время, равное *T*/2 и *T,* если расстояние от центра шарика до оси вращения равно 10 см. Начальная фаза колебания тени шарика равна рад

304. Груз массой 200 г подвешен к пружине с коэффициентом упругости 1 Н/м. Найти длину математического маятника, имеющего такой же период колебаний, как данный пружинный маятник.

305. Чему равно отношение кинетической энергии точки, совершающей гармонические колебания, к ее потенциальной энергии для момента времени t=T/12, где Т - период колебаний.

306. Как изменится период вертикальных колебаний груза, висящего на двух одинаковых пружинах, если от последовательного соединения пружин перейти к их параллельному соединению. Колебания считать гармоническими.

307. Гармоническое колебание точки имеет вид:

$$x = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

Через какую долю периода скорость точки будет равна ее максимальной скорости?

308. Математический маятник совершает колебания с амплитудой 3 см. Определите смещение маятника за время, равное $T/2$ и T. Начальная фаза колебаний равна π рад.

309. Два одинаково направленных гармонических колебания с одинаковой частотой и амплитудами 3 см и 5 см складываются в одно колебание с амплитудой 7 см. Найти разность фаз складываемых колебаний.

310. Скорый поезд удаляется от стоящего на путях электропоезда со скоростью 72 км/ч. Электропоезд подает сигнал с частотой 0,6 кГц. Определить кажущуюся частоту сигнала, воспринимаемого машинистом скорого поезда.

311. Движущийся по реке теплоход дает свисток частотой 400 Гц. Наблюдатель, стоящий на берегу, воспринимает звук сигнала частотой 395 Гц. Определить скорость теплохода, если скорость звука в воздухе приблизительно равна 340 м/с.

312. Найти смешение от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии λ/I2, для момента времени T/6. Амплитуда колебания 0,05 м.

313. Источник монохроматического света с длиной волны 600 нм движется по направлению к наблюдателю со скоростью 400 м/с. Определить длину волны излучения, которую зарегистрирует спектральный прибор наблюдения.

314. Самолет, летящий со скорость 300 м/с, является источником звуковых волн с частотой 1000 Гц. На сколько отличается частота звука, воспринимаемого наблюдателем при удалении от него этого самолета?

315. Катер движется в море со скоростью 54 км/ч. Расстояние между гребнями волн 10 м, период колебаний частиц в волне 2 с. С какой частотой ударяются волны о корпус катера при его движении: 1) в направлении распространения волны; 2) навстречу волнам?

316. Определите скорость распространения волны, если ее длина 150 м, а период 12 с. На каком расстоянии находятся ближайшие точки волны, колеблющиеся в противоположных фазах?

317. Определить скорость υ распространения волн в упругой среде, если разность фаз колебаний двух точек среды, отстоящих друг от друга на 10 см, равна 60°. Частота колебаний ν=25 Гц.

318. С какой скоростью удаляется от нас некоторая туманность, если известно, что линия водорода с длиной волны 434 нм в ее спектре смещена в сторону красных волн на 1 нм?

319. Поезд проходит мимо станции со скоростью 72 км/ч. Частота гудка электровоза 300 Гц. Определить частоту звука, который будет услышан человеком, стоящим на платформе, если поезд приближается.

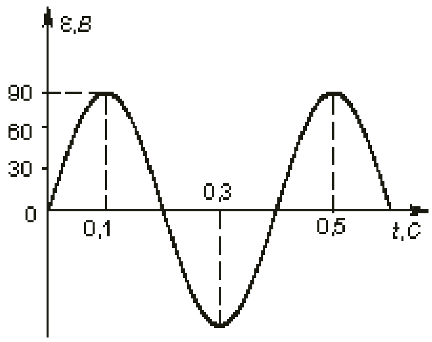
320. На какой диапазон длин волн можно настроить колебательный контур с индуктивностью 1 мГн, если изменять емкость от 50 пФ до 500 пФ?

321. В однородной и изотропной среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 3$ и магнитной проницаемостью $\mu = 1$ распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля в ней 10 В/м. Найти фазовую скорость волны.

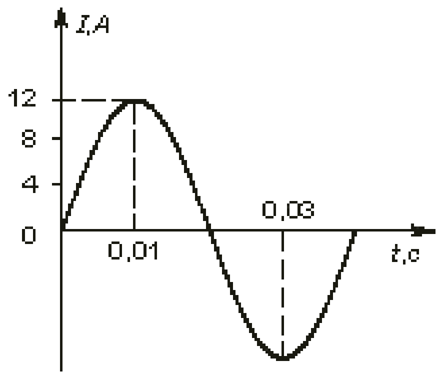
322. Радиопередатчик искусственного спутника Земли работает на частоте 20 МГц. Какова длина волны передатчика?

323. Колебательный контур, состоящий из катушки индуктивности и конденсатора емкостью 1 пФ, имеет частоту колебаний 5 МГц. Найти максимальную силу тока, протекающего по катушке, если полная энергия контура 0,5 мкДж.

324. По графику, изображенному на рисунке, определите амплитуду ЭДС, период тока и частоту. Напишите уравнение ЭДС.



325. По графику, изображенному на рисунке, определите амплитуду силы тока, период и частоту. Напишите уравнение мгновенного значения силы переменного тока.



326. Плоская электромагнитная волна частотой $10^6\,Гц$, имеющая амплитуду напряженности электрического поля 120 В/м, распространяется в воздухе. Записать уравнение электромагнитной волны с числовыми коэффициентами, положив начальную фазу равную нулю.

327. Колебательный контур состоит из конденсатора и катушки индуктивности. Определить частоту колебаний, возникающих в контуре, если максимальная сила тока в катушке индуктивности 1,2 А, максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора 1200 В, полная энергия контура 1,1 мДж.

328. Колебательный контур содержит конденсатор электроемкостью $C = 0{,}5нФ$ и катушку индуктивностью $L = 0{,}4мГн$. Определить длину волны излучения, генерируемого контуром.

329. В вакууме вдоль оси X распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности магнитного поля волны равна $1мА/м$. Определить амплитуду напряженности электрического поля волны.

330. Скорость распространения электромагнитных волн в некоторой среде составляет $V = 250Мм/с.$ Определить длину волны электромагнитных волн в этой среде, если их частота вакууме $\nu_0 = 1МГц.$

331. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга равно 0,5 *мм* $(\lambda = 0{,}6мкм)$. Определить расстояние от щелей до экрана, если ширина интерференционных полос равнааа 1,2 *мм*.

332. Расстояние от щелей до экрана в опыте Юнга равно 1 м. Определить расстояние между щелями, если на отрезке длиной 1 см укладывается 10 темных интерференционных полос. Длина волны монохроматического света равна 0,7мкм.

333. На мыльную пленку (показатель преломления равен 1,33) падает монохроматический свет с длиной волны 0,6 мкм (желтый свет) под углом 45°. При какой наименьшей толщине пленки отраженные лучи будут окрашены в желтый цвет? При какой наименьшей толщине пленки она будет казаться темной? Что будет с окраской пленки, если менять угол падения?

334. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны 590 нм. Свет падает по нормали к поверхности пластины. Между линзой и пластинкой находится жидкость с показателем преломления 1,33. Определить толщину зазора в том месте, где в отраженном свете наблюдается третье светлое кольцо.

335. В опыте Юнга расстояние между щелями равно 0,8 мм, длина волны света 0.7 мкм. На каком расстоянии от щелей следует расположить экран, чтобы ширина интерференционной полосы оказалась равной 2 мм?

336. Угол между спектрами вторых порядков равен 36^0. Определить длину волны света, падающего на дифракционную решетку с постоянной решетки d = 4мкм.

337. Расстояние между двумя когерентными источниками света равно 0,2 мм. Они удалены от экрана на расстояние 2 м. Найти длину волны, излучаемую когерентными источниками, если расстояние на экране между третьим и пятым минимумами интерференционной картины равно 1,2 см.

338. На щель шириной 0,1 мм нормально падает параллельный пучок света от монохроматического источника (длина волны равна 0,5 мкм). Определить ширину центрального максимума в дифракционной картине, наблюдаемой на экране, удаленном от щели на расстояние 3м.

339. Определить радиус четвертой зоны Френеля, если радиус второй зоны Френеля для плоского волнового фронта равен 2 мм.

340. Какова наименьшая толщина мыльной пленки, если при наблюдении под углом 30^0 к поверхности мыльной пленки в отраженном свете она окрашивается в фиолетовый цвет с λ =0,4 мкм?

341. Степень поляризации частично поляризованного света составляет 0,75. Определить отношение максимальной интенсивности света, пропускаемого анализатором, к минимальной.

342. Чему равен угол между главными плоскостями двух николей, если интенсивность естественного света, прошедшего через эту систему, уменьшилась в 5,4 раза? Считать, что каждый николь поглощает и отражает – 14% падающего на него света.

343. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность света, прошедшего через два николя, главные плоскости которых образуют угол 60°, если каждый из николей как поглощает, так и отражает 5% падающего на него света.

344. Между двумя параллельными николями помещают кварцевую пластинку толщиной 1 мм, вырезанную параллельно оптической оси. При этом плоскость поляризации монохроматического света, падающего на поляризатор, повернулась на угол 20°. При какой минимальной толщине пластинки свет не пройдет через анализатор?

345. На дифракционную решетку, имеющую 500 штрихов на 1 мм, падает свет с длиной волны 600 нм. Определить наибольший порядок спектра, который можно получить данной решеткой.

346. Дифракционная решетка имеет такой период, что максимум первого порядка для длины волны 0,7 мкм соответствует углу 30^o. Какова длина волны света, который в спектре второго порядка имеет максимум под углом 45^o?

347. На грань кристалла каменной соли падает параллельный пучок рентгеновского излучения. Расстояние между атомными плоскостями равно 280 пм. Под углом 65° к атомной плоскости наблюдается дифракционный максимум первого порядка. Определить длину волны рентгеновского излучения.

348. Раствор глюкозы с массовой концентрацией $C_1 = 0{,}21 г/см^3$, находящийся в стеклянной трубке, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света на угол $\varphi_1 = 24^\circ$. Определить массовую концентрацию глюкозы в другом растворе в трубке такой же длины, если он поворачивает плоскость поляризации монохроматического света на угол $\varphi_2 = 18^\circ$.

349. Определить показатель преломления стекла, если при отражении от него света отраженный луч полностью поляризован при угле преломления 35°.

350. На поверхность воды под углом Брюстера падает пучок плоскополяризованного света. Плоскость колебаний светового вектора составляет угол $45°$ с плоскостью падения. Найти коэффициент отражения.

351. Имеется два абсолютно черных источника теплового излучения. Температура одного из них T_1 = 2500 *К*. Найти температуру другого источника, если длина волны, отвечающая максимуму его лучеиспускательной способности, на $\Delta\lambda$ = 0,50 *мкм* больше длины волны, соответствующей максимуму лучеиспускательной способности первого источника.

352. Медный шарик диаметра d = 1,2 *см* поместили в откачанный сосуд, температура стенок которого поддерживается близкой к абсолютному нулю. Начальная температура шарика T_0 = 300 *К*. Считая поверхность шарика абсолютно черной, найти, через сколько времени его температура уменьшится в 2,0 раза.

353. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта λ_0=307 нм и максимальная кинетическая энергия T_{max} фотоэлектрона равна 1 эВ?

354. На цинковую пластинку падает монохроматический свет с длиной волны λ=220 *нм*. Определить максимальную скорость фотоэлектронов.

355. Определить длину волны λ ультрафиолетового излучения, падающего на поверхность некоторого металла, при максимальной скорости фотоэлектронов, равной 10 *Мм/с*. Работой выхода электронов из металла пренебречь

356. Фотон с энергией ε=0,4 *мэВ* рассеялся под углом θ=90° на свободном электроне. Определить энергию ε' рассеянного фотона и кинетическую энергию электрона отдачи.

357. Угол рассеяния θ фотона равен 90°. Угол отдачи φ электрона равен 30°. Определить энергию ε падающего фотона.

358. Фотон с энергией 0,25 МэВ рассеялся на свободном электроне. Энергия рассеянного фотона равна 0,2 МэВ. Определить угол рассеяния фотона.

359. Фотон (λ= 1 *пм*) рассеялся на свободном электроне под углом θ=90° Какую долю своей энергии фотон передал электрону?

360. Длина волны фотона равна комптоновской длине волны электрона. Определить энергию и импульс фотона.

361. Энергия ε падающего фотона равна энергии покоя электрона. Определить долю w_1 энергии падающего фотона, которую сохранит рассеянный фотон, и долю w_2 этой энергии, полученную электроном отдачи, если угол рассеяния θ равен 60°.

362. Энергия ε падающего фотона равна энергии покоя электрона. Определить долю w_1 энергии падающего фотона, которую сохранит рассеянный фотон, и долю w_2 этой энергии, полученную электроном отдачи, если угол рассеяния θ равен: 90°.

363. Энергия ε падающего фотона равна энергии покоя электрона. Определить долю w_1 энергии падающего фотона, которую сохранит рассеянный фотон, и долю w_2 этой энергии, полученную электроном отдачи, если угол рассеяния θ равен 180°.

364. Определить давление солнечного излучения на зачерненную пластинку, расположенную перпендикулярно солнечным лучам и находящуюся вне земной атмосферы на среднем расстоянии от Земли до Солнца.

365. Определить поверхностную плотность потока энергии излучения, падающего на зеркальную поверхность, если световое давление при перпендикулярном падении лучей равно 10 мкПа.

366. На зеркальце с идеально отражающей поверхностью площадью $S = 1{,}5 см^2$ падает нормально свет от электрической дуги. Определить импульс, полученный зеркальцем, если поверхностная плотность потока излучения, падающего на зеркальце, равна $0{,}1 МВт/м^2$. Продолжительность облучения равна 1*с*.

367. Давление монохроматического света $(\lambda = 600 нм)$ на черную поверхность, расположенную перпендикулярно падающим лучам, равно 0,1 мкПа. Определить число фотонов, падающих за время 1 с на поверхность площадью $S = 1, см^2$.

368. Пучок монохроматического света (λ=662 *нм*) падает на зачерненную поверхность и производит на нее давление равное 0,3 *мкПа*. Определить концентрацию фотонов в световом пучке.

369. На зеркальце с идеально отражающей поверхностью площадью S=1,5 см^2 падает нормально свет от электрической дуги. Определить импульс, полученный зеркальцем, если поверхностная плотность потока излучения, падающего на зеркальце, равна 0,1 *МВт/м*^{2}. Продолжительность облучения равна 1 с.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

Методические указания к выполнению контрольной работы №4

В контрольную работу №4 включены задачи по темам: «Элементы квантовой механики», «Атом водорода по Бору и его квантово-механическое описание», «Физика атома и атомного ядра», «Физические основы молекулярно-кинетической теории, основы термодинамики

Тема «Элементы квантовой механики» представлена задачами на темы: «Волновые свойства частиц», «Соотношения неопределенностей».

Тема «Атом водорода по Бору и его квантово-механическое обоснование» включает задачи на теорию атома водорода по Бору.

Тема «Физика атома и атомного ядра» включает задачи на определение энергии связи атомного ядра, на закон радиоактивного распада, ядерные реакции.

Тема «Физические основы молекулярно-кинетической теории представлена задачами по расчету параметров состояния идеальных газов и их смесей с помощью уравнения Менделеева-Клапейрона и закона Дальтона, в контрольную работу включены задачи по расчету внутренней энергии и теплоемкости идеального газа.

Задачи по теме «Основы термодинамики» затрагивают такие вопросы как первое начало термодинамики, работа газа при различных процессах, тепловой двигатель, цикл Карно, задачи по расчету энтропии при протекании различных термодинамических процессов.

Таблица вариантов контрольной работы № 4

Варианты	Номера задач					
	1	2	3	4	5	6
0	400	410	420	430	440	450
1	401	411	421	431	441	451
2	402	412	422	432	442	452
3	403	413	423	433	443	453
4	404	414	424	434	444	454
5	405	415	425	435	445	455
6	406	416	426	436	446	456
7	407	417	427	437	447	457
8	408	418	428	438	448	458
9	409	419	429	439	449	459

ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

1. Длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p},$$

где p- импульс частицы.

В релятивистском случае

$$P = \frac{1}{c}\sqrt{(2E_o + E_k)E_k},$$

где E_o - энергия покоя частицы,

$E_к$ - кинетическая энергия частицы, равная

$$E_k = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right),$$

где m_o- масса покоя частицы, v - скорость частицы.

В нерелятивистском случае

$$P = m_0 \vartheta = \sqrt{2 m_o E_k},$$

где $E_к$ - кинетическая энергия частицы

$$E_k = \frac{m_o v^2}{2}.$$

2. Соотношения неопределенностей:

$a)\ \Delta x \Delta P_x \geq \hbar$ (для координаты и импульса),

где Δp_x - неопределенность проекции импульса на ось x, Δx - неопределенность координаты x;

б) $\Delta E \Delta t \geq \hbar$ (для энергии и времени),

где ΔE - неопределенность энергии;

Δt - время жизни квантовой системы в данном энергетическом состоянии.

3. Нерелятивистское уравнение Шредингера относительно основной характеристики состояния микрообъектов – волновой функции $\psi(\vec{r}, t)$ имеет вид:

$$-\frac{h^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{-\partial^2}{\partial z^2} \right)\psi + U(\vec{r}, t)\cdot\psi = ih\frac{\partial}{\partial t}\psi$$

4. Стационарное уравнение Шредингера обычно записывают в виде:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0$$

Явный вид стационарного уравнения Шредингера определяется конкретной зависимостью $U(\vec{r})$.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
по теме «Волновые свойства частиц»

Задача 1. Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов U. Найти длину волны де Бройля для двух случаев: 1) U_1 = 51 *В*; 2) U_2 = 510 *кВ*.

Дано:
электрон
$U_1 = 51$ *В;*
$U_2 = 510$ *кВ* $= 5{,}1\cdot 10^5$ *В* .

λ - ?

Решение

Длина волны де Бройля λ для частицы зависит от ее импульса p и определяется формулой:

$$\lambda = \frac{h}{p}, \qquad (1)$$

где h - постоянная Планка.

Импульс частицы можно определить, если известна ее кинетическая энергия $E_к$. Связь импульса с кинетической энергией различна для нерелятивистского случая (когда кинетическая энергия частицы много меньше энергии ее покоя) и для релятивистского случая (когда кинетическая энергия сравнима с энергией покоя частицы).

В нерелятивистском случае

$$P = \sqrt{2m_o E_k}\ , \qquad (2)$$

где m_o - масса частицы.

В релятивистском случае

$$P = \frac{1}{c}\sqrt{(2E_o + E_k)E_k}\ , \qquad (3)$$

Где $E_0 = m_0 c^2$ - энергия покоя частицы.

Запишем Формулу (1) с учетом соотношений (2) и (3)
в нерелятивистском случае:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_o E_k}}\ , \qquad (4)$$

в релятивистском случае:

$$\lambda = \frac{h}{\frac{1}{c}\sqrt{(2E_o + E_k)E_k}}\ . \qquad (5)$$

Сравним кинетические энергии электрона, прошедшего заданные в условии задачи разности потенциалов $U_1 = 51В$ и $U_2 = 510кВ$, с энергией покоя электрона..

Как известно, кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U, равна

$$E_к = e \cdot U$$

В первом случае

$$E_к = e \cdot U_1 = 51эВ = 0{,}51 \cdot 10^{-4} МэВ,$$

что много меньше энергии покоя электрона.

Следовательно, в этом случае можно применить формулу (4). Для упрощения расчетов заметим, что $E_к = 10^{-4} m_0 c^2$.

Подставив это выражение в формулу (4), перепишем ее в виде

$$\lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2m_o \cdot 10^{-4} \cdot m_o c^2}} = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{h}{m_o c} .$$

Учитывая, что выражение $\frac{h}{m_0 c}$ есть комптоновская длина волны $\lambda_к = 2{,}43пм$, получим

$$\lambda_1 = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \lambda_к .$$

$$\lambda_1 = \frac{10^2}{\sqrt{2}} 2{,}43пм = 171пм .$$

Во втором случае кинетическая энергия

$$E_к = e \cdot U_2 = 510кэВ = 0{,}51МэВ.$$

Кинетическая энергия электрона равна его энергии покоя. В этом случае необходимо применить релятивистскую формулу (5).

Учитывая, что $E_к = 0{,}51МэВ = m_0 c^2$,

по формуле (5) найдем длину волны де Бройля:

$$\lambda_2 = \frac{h}{\frac{1}{c}\sqrt{(2m_o c^2 + m_o c^2) m_o c^2}} = \frac{h}{\sqrt{3m_0^2 c^2}} ,$$

$$\text{или} \quad \lambda_2 = \frac{\lambda_к}{\sqrt{3}}.$$

$$\lambda_2 = \frac{2{,}43}{\sqrt{3}} пм = 1{,}4 пм.$$

Ответ: длинf волны де Бройля в первом случае равна 171 *пм,* во втором случае длина волны де Бройля равна 1,4 *пм*.

Задача 2. Кинетическая энергия электрона в атоме водорода составляет величину порядка 10 *эВ*. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные размеры атома.

Дано:

$E_к = 10 эВ = 10 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} Дж = 1{,}6 \cdot 10^{-18} Дж$

$l_{\min} - ?$

Решение.

Соотношение неопределенностей для координаты и импульса имеет вид

$$\Delta P_x \cdot \Delta x \geq \hbar, \tag{1}$$

где ΔP_x - неопределенность импульса частицы (электрона),

Δx - неопределенность координаты частицы (в данном случае электрона), $\hbar$ - приведенная постоянная Планка.

Из соотношения неопределенностей следует, что чем точнее определяется положение частицы в пространстве, тем более неопределенным становится импульс, следовательно, и энергия частицы. Пусть атом имеет линейные размеры l, тогда электрон атома будет находиться где-то в пределах области с неопределенностью

$$\Delta x = \frac{l}{2}. \tag{2}$$

В этом случае соотношение неопределенностей можно записать в виде

$$\Delta p_x \cdot \frac{l}{2} \geq \hbar, \tag{3}$$

откуда

$$l \geq \frac{2 \cdot \hbar}{\Delta p_x}. \tag{4}$$

Физически разумная неопределенность импульса не должна превышать значение самого импульса, т. е.

$$\Delta P \leq P. \tag{5}$$

Импульс связан с кинетической энергией соотношением:

$$P = \sqrt{2mE_k}\ . \qquad (6)$$

С учетом выражений (5) и (6) перейдем к равенству

$$l = \frac{2\hbar}{\sqrt{2mE_K}}\ . \qquad (7)$$

Произведем вычисления, получим:

$$l_{\min} = \frac{2 \cdot 1{,}05 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-18}}} = 1{,}231 \cdot 10^{-10}\,(м)$$

Ответ: минимальные размеры атома составляют $1{,}231 \cdot 10^{-10}\,(м)$.

АТОМ ВОДОРОДА ПО БОРУ И ЕГО КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

1. Обобщенная формула Бальмера, описывающая серии в спектре излучения атома водорода,

$$\nu = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \text{ или } \frac{1}{\lambda} = R'\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

где ν - частота спектральных линий в спектре атома водорода;
$R = 3{,}29 \cdot 10^{15} c^{-1}$ – постоянная Ридберга;
$R' = 1{,}10 \cdot 10^{7}\, м^{-1}$ - постоянная Ридберга;
$\frac{1}{\lambda}$ - волновое число;
m определяет серию $(m = 1,2,3,\ldots)$;
n определяет отдельные линии соответствующей серии $(n = m+1, m+2,\ldots)$;

$m = 1$ (серия Лаймена),
$m = 2$ (серия Бальмера),
$m = 3$ (серия Пашена),
$m = 4$ (серия Брэкета),
$m = 5$ (серия Пфунда),
$m = 6$ (серия Хэмфри).

2. Закон Мозли (спектральные линии характеристического рентгеновского излучения)

$$\frac{1}{\lambda} = R'(Z-a)^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right),$$

где Z-порядковый номер элемента, n = 1,2,3,…; k =(n+1), (n+2),…
a - постоянная экранирования.

Первый постулат **Бора** (постулат стационарных состояний)

$$m_e \upsilon_n r_n = n \cdot \hbar, \qquad (n = 1,2,3\ldots)$$

где m_e - масса электрона; υ_n - скорость электрона на n-й орбите радиусом r_n.

3. Второй постулат Бора (правило частот)

$$h\nu = E_n - E_m,$$

где E_n и E_m - энергии стационарных состояний атома соответственно до и после излучения (поглощения).

4. Радиус n - й стационарной орбиты в боровской модели атома водорода

$$r_n = n^2 \cdot \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\varepsilon_0}{m_e e^2}, \qquad (n = 1,2,3\ldots)$$

где $\hbar=h/2\pi$ - приведенная постоянная Планка;
ε_0 - электрическая постоянная; m_0 - масса электрона;
e – элементарный заряд.

5. Первый боровский радиус

$$r_1 = a_0 = \frac{\hbar^2 \cdot 4\pi\varepsilon_0}{m_e \cdot e^2} = 52{,}8 \text{нм}$$

6. Энергия электрона в атоме водорода по Бору

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2} \qquad (n = 1,2,3\ldots),$$

$$E = -\frac{13{,}6}{\mathrm{n}^2} \text{эВ} \qquad (n = 1,2,3\ldots)$$

где *h* - постоянная Планка;
m_0 - масса электрона;
e – элементарный заряд.

7. Потенциальная энергия в водородоподобном атоме

$$U = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r},$$

где *r* – расстояние между электроном и ядром;
Z – порядковый номер элемента.
8. Собственное значение энергии электрона в водородоподобном атоме

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2} \qquad (n = 1,2,3\ldots)$$

9. Энергия электрона в атоме водорода при квантово-механическом описании

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2} \qquad (n = 1,2,3\ldots)$$

10. Энергия ионизации атома водорода

$$E_i = -E_1 = -\frac{m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}$$

11. Момент импульса (механический орбитальный момент) электрона

$$L_i = \hbar\sqrt{l(l+1)},$$

где l - орбитальное квантовое число, принимающее при заданном n значения: $l = 0,1,2,3\ldots,\mathrm{n}-1$ (всего n значений).

12. Проекция момента импульса на направление Z внешнего магнитного поля

$$L_{iZ} = \hbar m_l,$$

где $L_{iZ} = m_l$ - магнитное квантовое число, принимающее при заданном l значения: $m_l = 0,\pm1,\pm2,\ldots\pm l$ (всего $2l+1$ значений).

13. Правило отбора для орбитального и магнитного чисел

$$\Delta l = \pm 1,$$

$$\Delta m_l = 0,\pm 1.$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
на тему «Атом водорода по Бору и его квантово-механическое описание»

Задача 1. Определить энергию ε фотона, соответствующего второй линии в первой инфракрасной серии (серии Пашена) атома водорода.

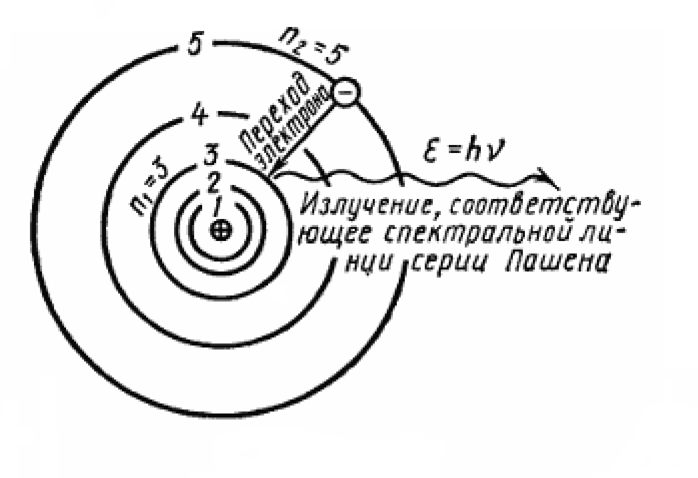


Рис.

Решение.

Энергия ε фотона, излучаемого атомом водорода при переходе электрона с одной орбиты на другую,

$$\varepsilon = E_i\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right), \qquad (1)$$

где E_i - энергия ионизации атома водорода;

$n_1 = 1,2,3,...$- номер орбиты, на которую переходит электрон;

$n_2 = n_1+1; n_1+2;...;n_1+m$ - номер орбиты, с которой переходит электрон.

m - номер спектральной линии в данной серии.

Для серии Пашена $n_1 = 3$; для второй линии этой серии $m = 2$; $n_2 = n_1 + m = 3+2 = 5$.

Подставив числовые значения в формулу (1), найдем энергию фотона: $\varepsilon = 0{,}97\,эВ$.

Ответ: энергия фотона, соответствующего второй линии в первой инфракрасной серии (серии Пашена) атома водорода равна 0,97 *эВ*.

Задача 2. Вычислить радиус первой орбиты атома водорода (боровский радиус) и скорость электрона на этой орбите.

Решение.

Согласно теории Бора, радиус электронной орбиты и скорость электрона на ней связаны равенством $m\upsilon r = n\hbar$, где m- масса электрона, υ - скорость электрона на орбите; r – радиус орбиты; n – главное квантовое число; $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ *Дж·с* - постоянная Планка.

Так как в задаче требуется определить величины, относящиеся к первой орбите, то главное квантовое число n=1 и указанное выше равенство примет вид:
$$m\upsilon r = n\hbar \qquad (1)$$

Для определения двух неизвестных величин r и υ необходимо еще одно уравнение. В качестве второго уравнения воспользуемся уравнением движения электрона. Согласно теории Бора, электрон вращается вокруг ядра. При этом сила взаимодействия между электрическими зарядами ядра и электрона сообщает электрону центростремительное ускорение. На основании второго закона Ньютона можем записать

$$\frac{m\upsilon^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2}. \qquad (2)$$

(e и m — заряд и масса электрона), или

$$m\upsilon^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}. \qquad (3)$$

Совместное решение равенств (1) и (3) относительно r дает

$$r = \frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar}{(me^2)}. \qquad (3)$$

Подставив сюда значения $\hbar$, e, m и произведя вычисления, найдем боровский радиус:

$$r = a = 5{,}29 \cdot 10^{-11} м.$$

Из равенства (1) получим выражение скорости электрона на первой орбите:

$$\upsilon = \frac{\hbar}{(mr)}. \qquad (4)$$

Произведя вычисления по формуле (4), найдем значение скорости электрона на электронной орбите:

$$\upsilon = 2{,}18 Мм/с.$$

Ответ: радиус первой орбиты атома водорода равен $5{,}29 \cdot 10^{-11} м$; скорость электрона на электронной орбите равна $2{,}18 Мм/с$.

АТОМНОЕ ЯДРО. РАДИОАКТИВНОСТЬ. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

1. Массовое число ядра (число нуклонов в ядре)

$$A = Z + N,$$

где Z –зарядовое число (число протонов); N – число нейтронов.

2. Закон радиоактивного распада

$$dN = -\lambda N dt,$$

Или

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где dN - число ядер, распадающихся за интервал времени dt;

N – число ядер, не распавшихся к моменту времени t;

N_0 - число ядер в начальный момент $(t = 0)$;

λ - постоянная радиоактивного распада.

3. Число ядер, распавшихся за время t,

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 (1 - e^{-\lambda t}).$$

4. В случае, если интервал времени Δt, за который определяется число распавшихся ядер, много меньше периода полураспада $T_{\frac{1}{2}}$, то число распавшихся ядер можно определить по формуле

$$\Delta N = \lambda N \Delta t.$$

5. Зависимость периода полураспада от постоянной радиоактивного распада

$$T_{\frac{1}{2}} = (\ln 2)/\lambda = 0{,}693/\lambda.$$

6. Среднее время τ жизни радиоактивного ядра, т.е. интервал времени, за который число нераспавшихся ядер уменьшается в e раз,

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

7. Число N атомов, содержащихся в радиоактивном изотопе,

$$N = \frac{mN_A}{\mu},$$

где m – масса изотопа; μ - молярная масса;

$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$моль$^{-1}$ - постоянная Авогадро.

8. Активность радиоактивного изотопа

$$A = -dN/dt = \lambda N,$$

Или
$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t},$$

где dN - число ядер, распадающихся за интервал времени dt;

A_0 - активность изотопа в начальный момент времени.

9. Удельная активность изотопа

$$a = \frac{A}{m}.$$

Закон поглощения излучения

$I = I_0 \exp(-\mu x)$, где I_0 - интенсивность поглощения на входе в поглощающий слой вещества; I - интенсивность поглощения после прохождения поглощающего слоя вещества; x – толщина слоя вещества; μ – линейный коэффициент поглощения.

$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}$ - слой половинного поглощения. После прохождения этого слоя интенсивность излучения становится равной $I = \frac{I_0}{2}$.

10. Дефект массы ядра

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я,$$

где Z – зарядовое число (число протонов в ядре);
A - массовое число (число нуклонов в ядре);
$(A - Z)$ - число нейтронов в ядре;
m_p - масса протона; m_n - масса нейтрона; m_z - масса ядра.

11. Энергия связи ядра

$$E_{св} = \Delta \mathrm{mc}^2,$$

где Δm - дефект массы ядра; c - скорость света в вакууме.

Обычно для расчетов пользуются внесистемными единицами энергии – *МэВ* и массы – *а.е.м.* Тогда численное значение коэффициента пропорциональности $c^2 = 931 МэВ$.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
на тему «Атомное ядро. Радиоактивность»

Задача 1. Вычислить дефект массы и энергию связи ядра ${}^{7}_{3}Li$.

Решение.

Масса ядра всегда меньше суммы масс свободных (находящихся вне ядра) протонов и нейтронов, из которых ядро образовалось. Дефект массы ядра Δm и есть разность между суммой масс свободных нуклонов (протонов и нейтронов) и массой ядра, т.е.

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я \qquad (1)$$

где Z – зарядовое число (число протонов в ядре);
A - массовое число (число нуклонов в ядре);
$(A - Z)$ - число нейтронов в ядре;
m_p - масса протона; m_n - масса нейтрона; m_z - масса ядра.

В справочных таблицах всегда даются массы нейтральных атомов, но не ядер, поэтому формулу (1) целесообразно преобразовать так, чтобы в нее входила масса нейтрального атома. Можно считать, что масса нейтрального атома равна сумме масс ядра и электронов, составляющих электронную оболочку атома:

$$m_a = m_z + Z \cdot m_e \quad . \qquad (2)$$

Из (2) выразим массу ядра:

$$m_z = m_a - Zm_e.$$

Выразив в равенстве (1) массу ядра по формуле (2), получаем

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_a + Zm_e, \text{ или}$$

$$\Delta m = Z(m_p + m_e) + (A - Z)m_n - m_a.$$

Замечая, что

$$m_p + m_e = m_H ,$$

где m_H - масса атома водорода, окончательно находим

$$\Delta m = Zm_H + (A - Z)m_n - m_a. \qquad (3)$$

выражение (3) числовые значения масс, получим

$$\Delta m = 3 \cdot 1{,}00783 + (7 - 3)1{,}00867 - 7{,}01601 = 0{,}04216(а.е.м.).$$

В соответствии с законом пропорциональности массы и энергии

$$E = c^2 \cdot \Delta m,$$

где c – скорость света в вакууме.

Коэффициент пропорциональности $c^2 = 9 \cdot 10^{16}\, м^2/с^2$, или $c^2 = \dfrac{\Delta E}{\Delta \text{m}} = 9 \cdot 10^{16}\, Дж/кг$.

Если вычислить энергию связи, пользуясь внесистемными единицами, то $c^2 = 931 МэВ/а.е.м.$

Если вычислить энергию связи, пользуясь внесистемными единицами, то $c^2 = 931 МэВ/а.е.м.$ С учетом этого формула (4) примет вид

$$E = 931 \cdot \Delta m\, (МэВ).$$

Подставив найденное значение дефекта массы ядра в формулу (5), получим

$$E = 931 \cdot 0{,}04216 = 39{,}2 (МэВ).$$

Ответ: дефект массы ядра ${}^7_3 Li$ составляет 0,04216 а.е.м.

энергия связи атомного ядра ${}^7_3 Li$ равна 39,2*МэВ.*

Задача № 2. Вычислить энергию ядерной реакции ${}^1_1P + {}^{11}_5B \longrightarrow 3{}^4_2He$.

Дано:

${}^1_1P + {}^{11}_5B \longrightarrow 3{}^4_2He$;

$m_P = 1{,}00783 а.е.м.$;

$m_B = 10{,}01294 а.е.м.$;

$m_{He} = 4{,}00260 а.е.м.$

$m_e = 0{,}00055 а..е.м.$

$Q - ?$

Решение.

$Q = \left(m_P + m_B^Я - 3m_{He}^Я\right)c^2$, (1)

где m_P - масса протона;

$m_B^Я$ - масса ядра бора;

$m_{He}^Я$ - масса ядра гелия;

c - скорость света в вакууме.

Пользуясь внесистемными единицами полагают $c^2 = 931 \dfrac{МэВ}{а.е.м.}$.

При числовых подсчетах по формуле (1) массы ядер бора и гелия находим как разность масс нейтральных атомов и масс электронов, содержащихся в электронных оболочках данных атомов:

$m_B^Я = m_B - 5m_e$;

$m_{He}^Я = m_{He} - 2m_e$.

$$Q = (m_P + m_B - 5m_e - 3 \cdot m_{He} + 6 \cdot m_e)c^2;$$

$$Q = (m_P + m_B - 3m_{He} + m_e)c^2$$

$$Q = (1{,}00783 а.е.м. + 10{,}01294 а.е.м. - 3 \cdot 4{,}00260 а.е.м. + 0{,}00055 а.е.м.) 931 \frac{МэВ}{а.е.м.} = -918{,}413 МэВ;$$

Так как $Q < 0$, энергия поглощается, реакция является эндотермической.

Ответ: энергия ядерной реакции равна -918,413 МэВ, реакция является эндотермической.

МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

1.Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева-Клапейрона)

$$PV = \frac{m}{\mu} RT,$$

где P - давление газа, V - его объем, T-термодинамическая температура, m - масса газа, μ - масса одного моля газа,

$R = 8{,}31 Дж/(моль \cdot К)$-универсальная газовая постоянная,

$\nu = \frac{m}{\mu}$ - число молей.

2. Количество вещества (в молях)

$$\nu = \frac{N}{N_A} \quad \text{или} \quad \nu = \frac{m}{\mu},$$

где N - число молекул газа, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ $моль^{-1}$ - постоянная Авогадро.

3. Количество вещества в смеси газов определяется по формуле:

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n = N_1/N_A + N_2/N_A + \ldots + N_n/N_A$$

или

$$\nu = m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2 + \ldots + m_n/\mu_n,$$

где ν_I, N_i, m_i, μ_I - соответственно количество вещества, число молекул, масса, молярная масса i-й компоненты смеси.

Молярная масса смеси газов:

$$\mu = \frac{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \ldots \nu_n},$$

где m_i - масса i-го компонента смеси, ν_i - количество вещества i-го компонента смеси, n - число компонентов смеси.

Массовая доля w_i i-го компонента смеси газов (в долях единицы)

$$\omega_i = \frac{m_i}{m},$$

где m- масса смеси.

Концентрация молекул

$$n = N/V = N_A \rho / \mu,$$

где N - число молекул, содержащихся в данной системе;

ρ -плотность веществ; V - объем системы.

Формула справедлива не только для газов, но и для любого агрегатного состояния вещества.

4. По закону Дальтона давление смеси газов равно сумме их парциальных давлений

$$P = P_1 + P_2 + \ldots + P_n,$$

где n - число компонентов смеси.

Парциальным давлением называется давление газа, которое имел бы каждый газ, входящий в состав смеси, при условии, что при данной температуре он один заполнял бы весь объем.

5.Основное уравнение молекулярно-кинетической теории:

$$P = n_0 kT$$

или

$$P = \frac{2}{3} n_0 < \varepsilon_n >,$$

где P - давление газа;

n_0 - число молекул в единице объема;

$k = \frac{R}{N_A} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К - постоянная Больцмана;

$< \varepsilon_n >$- средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы;

T - абсолютная температура.

6.Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы:

$$\langle \varepsilon_n \rangle = \frac{3}{2} \mathrm{kT},$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} Дж/К$ - постоянная Больцмана.

Средняя полная кинетическая энергия молекулы:

$$\langle \varepsilon_n \rangle = \frac{\mathrm{i}}{2} \mathrm{kT},$$

где i – число степеней свободы молекулы (для одноатомного газа i = 3; для двухатомного газа i = 5; для многоатомного газа i = 6).

Средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну степень свободы:

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{2} \mathrm{kT}$$

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул

$$< \varepsilon_n >= \frac{3}{2} kT,$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} Дж/К$ - постоянная Больцмана;

7. Скорости молекул:

средняя квадратичная скорость

$$< v_{кв} >= \sqrt{3kT/m_i} = \sqrt{3RT/\mu} \ ,$$

средняя арифметическая скорость

$$< v >= \sqrt{8kT/\pi m_i} = \sqrt{8RT/\pi\mu} \ ,$$

наиболее вероятная скорость

$$v_{НВ} = \sqrt{2kT/m_i} = \sqrt{2RT/\mu} \ ,$$

где m_i - масса одной молекулы.

8. Закон для распределения молекул идеального газа по скоростям (закон Максвелла):

$$f(\upsilon) = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \upsilon^2 \cdot e^{-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}},$$

где $f(\upsilon)$ - функция распределения молекул по скоростям.

9. Распределение Больцмана (распределение частиц в силовом поле)

$$n = n_0 e^{-\frac{E_n}{kT}},$$

где n - концентрация частиц, E_n - потенциальная энергия молекулы в поле тяготения, n_0 - концентрация частиц в тех точках поля, где $E_n = 0$.

10. Барометрическая формула, выражающая зависимость давления идеального газа от высоты h над поверхностью Земли

$$p = p_0 e^{\frac{-\mu gh}{RT}}$$

где P - давление газа на высоте h_i;

P_0 - давление газа на высоте $h = 0$;

T - термодинамическая температура воздуха на высоте $h = 0$.

11.Средняя длина $<l>$ свободного пробега молекул газа

$$< l >= \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} \ ,$$

где d - эффективный диаметр молекул; n – концентрация молекул газа.

12.Среднее число соударений молекул в единицу времени

$$< z >= \frac{< v >}{< l >}.$$

13.Динамическая вязкость (коэффициент внутреннего трения):

$$\eta = \frac{1}{3}\rho \cdot \overline{V} \cdot \bar{l} = \frac{1}{3} n_0 m_i \overline{V}\bar{l},$$

где ρ - плотность газа (жидкости);

n_0 - концентрация молекул газа;

m_i - масса одной молекулы;

$\bar{l}$ - средняя длина свободного пробега молекул.

14. Теплопроводность (коэффициент теплопроводности) газа:

$$\lambda = \frac{1}{3} C_{уд.V} \cdot \rho \cdot \bar{\upsilon} \cdot \bar{l},$$

где $C_{уд.V}$ - удельная теплоемкость газа при постоянном объеме;

ρ - плотность газа;

$\bar{\upsilon}$ - средняя арифметическая скорость молекул;

$\bar{l}$ средняя длина свободного пробега молекул

15. Диффузия (коэффициент диффузии):

$$Д = \frac{1}{3}\bar{\upsilon} \cdot \bar{l}.$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
на тему «Молекулярно-кинетическая теория идеального газа»

Задача 1. Баллон содержит 80 г кислорода и 300 г аргона. Давление смеси 10 атм, температура 15^0С. Принимая данные газы за идеальные, определить емкость баллона.

Дано: $m_1 = 80$ г $= 8 \cdot 10^{-2}$кг;
Ar $m_2 = 300$ г $= 3 \cdot 10^{-1}$кг;
$t = 15^0$С; $T = 288$К.
$P = 10$ атм $= 1{,}01 \cdot 10^6$ Па.

V - ?

Решение.

По закону Дальтона давление смеси равно сумме парциальных давлений газов, входящих в состав смеси. Парциальным давлением газа называется давление, которое производил бы газ, если бы только он один находился в сосуде, занятом смесью.

По уравнению Менделеева-Клапейрона парциальные давления кислорода P_1 и аргона P_2 выражаются формулами

$$P_1 = \frac{m_1}{\mu_1} \cdot \frac{RT}{V} \quad \text{и} \quad P_2 = \frac{m_2}{\mu_2} \cdot \frac{RT}{V}. \qquad (1)$$

По закону Дальтона для смеси газов

$$P = P_1 + P_2, \qquad (2)$$

или

$$P = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) \cdot \frac{RT}{V}, \qquad (3)$$

где $R = 8{,}31 Дж/(\text{моль} \cdot \text{К})$ - молярная газовая постоянная

Из (3) выражаем объем баллона:

$$V = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) \cdot \frac{RT}{P}. \qquad (4)$$

Проверим размерность расчетной формулы:

$$[V] = 1 моль \cdot \frac{1 Дж \cdot 1 К \cdot 1 м^2}{1 моль \cdot 1 К \cdot 1 Н} = \frac{1 Н \cdot 1 м \cdot 1 м^3}{1 Н} = м^3.$$

Подставим числовые значения в формулу (4) и произведем **вычисления:**

$$V = \left(\frac{0{,}08}{32\cdot10^{-3}} + \frac{0{,}3}{40\cdot10^{-3}}\right)\cdot\left(\frac{8{,}31\cdot288}{10\cdot1{,}01\cdot10^{5}}\right) \approx 0{,}024(м^3) \approx 24 л.$$

Ответ: объем баллона равен 24 л.

Задача 2. Найти кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре 13^0C, а также кинетическую энергию вращательного движения всех молекул, содержащихся в 4 г кислорода.

Дано:

$m = 4г = 4\cdot10^{-3} кг$;

$t = 13^\circ C; \quad T = 286K$;

$\mu = 32\cdot10^{-3} кг/моль$.

$\varepsilon_{вр}$ - ? $W_{вр}$ - ?

Решение.

Известно, что на каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая энергия, выражаемая формулой

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{2}kT, \qquad (1)$$

где k - постоянная Больцмана, T- абсолютная температура газа.

Так как вращательному движению двухатомной молекулы (молекула кислорода - двухатомная) приписываются две степени свободы, то энергия вращательного движения молекулы кислорода выразится формулой

$$\varepsilon_{вр} = 2\cdot\frac{1}{2}kT. \qquad (2)$$

$$\varepsilon_0 = 1{,}38\cdot10^{23}\cdot286 = 3{,}94\cdot10^{-21}(Дж).$$

Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа:

$$W_{вр} = N\varepsilon_{вр}, \qquad (3)$$

где N - число всех молекул газа.

Число молекул N можно получить по формуле

$$N = N_A\nu, \qquad (4)$$

где N_A - число Авогадро, ν - количество вещества в молях:

$$\nu = \frac{m}{\mu},$$

где m - масса газа, μ - масса одного моля газа, следовательно,

$$N = N_A \frac{m}{\mu}. \qquad (5)$$

Подставив это выражение N в формулу (3), получим

$$W_{вр} = N_A \frac{m}{\mu} \varepsilon_{вр}. \qquad (6)$$

Подставим численные значения физических величин в формулу (6) и произведем вычисления, получим:

$$W_{вр} = 6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 3{,}94 \cdot 10^{-21} = 296(Дж).$$

Ответ: кинетическая энергия вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре 13^0С равна $3{,}94 \cdot 10^{-21}$ Дж, кинетическая энергия вращательного движения всех молекул равна 296 Дж.

Задача 3. В современной вакуумной камере достигается вакуум порядка 0,1 нПа. Какова средняя длина свободного пробега молекул азота в камере при температуре $27^\circ C$. Чему равно среднее число столкновений каждой молекулы с остальными в единицу времени?

(Массу молекулы азота считать равной $5 \cdot 10^{-20}$ кг).

Дано:
N_2
P=0,1 нПа=10^{-10}Па;
$t = 27^\circ C$; T=300К;
$m_1 = 5 \cdot 10^{-20}$ кг.

---

l -? <z> -?

Решение.

Средняя длина свободного пробега молекул определяется из соотношения:

$$< l > = \frac{< v >}{< z >} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}, \qquad (1)$$

где $<v>$ - средняя арифметическая скорость молекул,
$<z>$ - среднее число столкновений каждой молекулы с остальными в единицу времени,
n- концентрация молекул газа, σ - эффективный диаметр молекулы.
Концентрация молекул газа связана с его давлением соотношением:

$$P = nkT, \qquad (2)$$

где κ – постоянная Больцмана, T – термодинамическая температура.
Таким образом,

$$\bar{l} = \frac{\kappa T}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 P}. \qquad (3)$$

Эффективный диаметр молекулы σ =3 10^{-10}м,
Постоянная Больцмана κ=1,38 10^{-23} Дж/К,
Произведем вычисления по формуле (3):

$$\bar{l} = \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{\sqrt{2} \cdot 3{,}14 \cdot 9 \cdot 10^{-20} \cdot 10^{-10}} \approx 1 \cdot 10^{8}\,(м)..$$

Из формулы (1) выразим среднее число столкновений <z> молекул в единицу времени:

$$< Z >= \frac{< V >}{< l >}, \qquad (4)$$

где средняя арифметическая скорость молекул

$$< v >= \sqrt{8kT / \pi m_1}\;. \qquad (5)$$

Подставим выражение (5) в формулу (4), получим::

$$\bar{Z} = \frac{\sqrt{8\mathrm{kT}}}{\bar{l} \cdot \sqrt{\pi \cdot m_1}},$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} Дж \backslash К$ - постоянная Больцмана; Т- термодинамическая температура;

$\bar{l}$ - средняя длина свободного пробега молекул; m_1 - масса одной молекулы.

Произведем вычисления:

$$< Z >= \frac{\sqrt{8 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}}{10^{8} \cdot \sqrt{3{,}14 \cdot 5 \cdot 10^{-20}}} = 4{,}59 \cdot 10^{-9}\,(c^{-1}).$$

Ответ: средняя длина свободного пробега молекул равна $1 \cdot 10^{8}\,м$; среднее число столкновений, испытуемых одной молекулой в единицу времени, равно $4{,}59 \cdot 10^{-9}$.

Задача 4. Азот находится по давлением $100\,кПа$ при температуре 290 *К*. Определите коэффициент диффузии D и внутреннего трения η. Эффективный диаметр молекул азота принять равным $0{,}38\,нм$.

Дано: $P = 100кПа = 10^{5}\,Па$;
$T = 290К$;
$d = 0{,}38нм = 0{,}38 \cdot 10^{-9}\,м$

$D - ?;\quad \eta - ?;$

Решение.

На основании представлений молекулярно-кинетической теории газов коэффициент внутреннего трения идеального газа (динамическая вязкость) и коэффициент диффузии определяются по формулам:

$$l = \frac{1}{\pi} \cdot 2^{-\frac{1}{2}} \cdot d^{2} \cdot n, \tag{1}$$

$$D = \frac{1}{3} \cdot \bar{l} \cdot \overline{V}; \tag{2}$$

$$\eta = \frac{1}{3} \cdot \bar{l} \cdot \overline{V} \cdot n \cdot m_0 \tag{3}$$

где $\bar{l}$ - средняя длина свободного пробега молекул азота;
η - коэффициент внутреннего трения;
D - коэффициент диффузии;
n - концентрация молекул газа;
$\overline{V}$ - средняя скорость молекул газа;
m_0 - масса одной молекулы;
d – эффективный диаметр молекул газа.

Концентрацию молекул газа по заданным значениям давления и температуры определим из основного уравнения молекулярно-кинетической теории газов:

$$P = nkT\,.$$

(4)

Выражая концентрацию из уравнения (4) и подставляя в формулу (1) получим

$$\vec{l} = \frac{kT}{\pi \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot d^2 \cdot P}$$

Проверка размерности расчетной формулы:

$$= \left[\frac{\frac{Дж}{К}\cdot К}{м^2 \cdot Па}\right] = \left[\frac{н \cdot м}{\frac{м^2 \cdot н}{м^2}}\right] = м$$

Средняя скорость молекул

$$\bar{V} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}, \qquad (5)$$

где $R = 8{,}31 \dfrac{Дж}{(моль \cdot К)}$ – молярная газовая постоянная;

Т – термодинамическая температура;

$\mu = 28 \cdot 10^{-3}\ \dfrac{кг}{моль}$ - молярная масса азота.

Вычислим среднюю скорость молекул азота:

$$\bar{V} = \sqrt{\frac{8 \cdot 8{,}31 \dfrac{Дж}{(моль \cdot К)} \cdot 290\,К}{3{,}14 \cdot 28 \cdot 10^{-3}\ \dfrac{кг}{моль}}} \approx 468\,м/с\,.$$

Проверка размерности расчетной формулы:

$$[\bar{V}] = \left[\left(\frac{\frac{Дж}{моль \cdot К} \cdot К}{кг \cdot моль}\right)^{\frac{1}{2}}\right] = \left[\left(\frac{Дж}{кг}\right)^{\frac{1}{2}}\right] = \left[\left(\frac{н \cdot м}{кг}\right)^{\frac{1}{2}}\right] = \left[\left(\frac{кг \cdot м^2}{с^2 \cdot кг}\right)^{\frac{1}{2}}\right] = \frac{м}{с};$$

Для расчета коэффициента диффузии воспользуемся полученными результатами:

$$D = \frac{1}{3} \cdot \bar{l} \cdot \bar{V} = \frac{1}{3} \cdot 6{,}3 \cdot 10^{-8} \cdot 468 \approx 1{,}0 \cdot 10^{-5} \left(\frac{м^2}{с}\right).$$

Для расчета коэффициента внутреннего трения подставим в формулу (3) концентрацию n и массу одной молекулы азота m_0, учитывая, что

$$\eta = \frac{1}{3} \cdot \bar{l} \cdot \bar{V} \cdot n \cdot m_0;$$

$$P = nkT;$$

Имеем:

$$\eta = \frac{m_0 \cdot n \cdot \bar{V} \cdot k \cdot T}{3 \cdot \pi \cdot \sqrt{2} \cdot d^2 \cdot P} = \frac{m_0 \cdot \bar{V}}{3 \cdot \pi \cdot \sqrt{2 \cdot d^2}};$$

Масса одной молекулы газа

$$m_0 = \frac{\mu}{N_A},$$

где μ - молярная масса газа, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23} моль^{-1}$ постоянная Авогадро.

Произведем вычисления:

$$\vec{l} = \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 290}{3{,}14 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot (0{,}38 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 10^5} \approx 6{,}3 \cdot 10^{-8} (м)$$

$$\eta = \frac{\mu \cdot \bar{V}}{N_A \cdot 3 \cdot \pi \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot d^2} = \frac{28 \cdot 10^{-3} \cdot 468}{6 \cdot 10^{23} \cdot 3 \cdot 3{,}14 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot (3{,}8 \cdot 10^{-9})^2};$$

$$\eta \approx 1{,}2 \cdot 10^{-5} \frac{кг}{м \cdot с}.$$

Проверка размерности расчетной формулы:

$$[\eta]=\left[\frac{кг\cdot м\cdot моль}{моль\cdot с\cdot м^2}\right]=\frac{кг}{м\cdot с}$$

Ответ: коэффициент диффузии равен $1{,}0\cdot10^{-5}\,\frac{м^2}{с}$,

коэффициент внутреннего трения равен $1{,}2\cdot10^{-5}\,\frac{кг}{м\cdot с}$.

Задача N 5. Каково давление воздуха в шахте на глубине 1 км, если считать, что температура по всей высоте постоянна и равна 22 $^\circ$С, а ускорение свободного падения не зависит от высоты. Давление воздуха у поверхности Земли принять равным $10^5\,Па$.

Дано:

$h=1км=10^3\,м;$

$t=22^\circ C; T=295К=const;$

$P=10^5\,Па$

$P_0-?$

Решение.

Воспользуемся барометрической формулой:

$$P_h=P_0\cdot e^{-\mu g(h-h_0)/(RT)}, \qquad (1)$$

где P_h и P_0 - давления воздуха на высоте h и h_0 соответственно;

$\mu=29\cdot10^{-3}\,кг/моль$ - молярная масса воздуха;

$g=9{,}8\,м/с^2$ - ускорение свободного падения;

$R=8{,}31\,Дж/(К\cdot моль)$ - молярная газовая постоянная;

T - термодинамическая температура.

За начало отсчета высоты примем дно шахты, тогда $h_0=0$;

$$P_0=\frac{P_h}{e^{-\mu gh/(RT)}}=\frac{10^5}{e^{-\frac{29\cdot10^{-3}\cdot9{,}8\cdot10^3}{8{,}31\cdot295}}}=112291{,}9\approx1{,}12\cdot10^5(Па).$$

$$\left[\frac{\frac{кг\cdot м\cdot м}{моль\cdot с^2}}{\frac{Дж\cdot К}{К\cdot моль}}\right]=\left[\frac{кг\cdot м^2}{с^2\cdot н\cdot м}\right]=\left[\frac{кг\cdot м\cdot с^2}{с^2\cdot кг\cdot м}\right];$$

Ответ: давление воздуха на дне шахты $1{,}12\cdot10^5\,Па$.

ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

1. Количество теплоты, сообщенное телу при теплообмене:

$$dQ = C \cdot dT \ ,$$

где C – теплоемкость тела; T – термодинамическая температура.

2. Виды теплоемкостей тел и связь между ними:

$$C = \frac{m}{\mu} C_{\mu} = mc_{уд},$$

где C_{μ} - молярная теплоемкость тела; $c_{уд.}$ - удельная теплоемкость тела.

3. Молярные теплоемкости при разны процессах:

$$C_{\mu P} = \frac{i+2}{2} R ; \quad C_{\mu V} = \frac{i}{2} R \ ,$$

где $C_{\mu P}$ - молярная теплоемкость при изобарическом процессе;

$C_{\mu V}$ - молярная теплоемкость при изохорическом процессе.

4. Уравнение Роберта-Майера:

$$C_{\mu P} - C_{\mu V} = R \, .$$

5. Внутренняя энергия идеального газа:

$$U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot T \, ,$$

где m - масса газа; μ - молярная масса газа;

i - число степеней свободы молекулы;

$R = 8{,}31 Дж/(моль \cdot K)$ - молярная газовая постоянная;

Т – термодинамическая температура.

или

$$U = \frac{m}{\mu} \cdot C_V \cdot T = \frac{PV}{\gamma - 1}$$

6. Элементарная работа, связанная с изменением объема газа:

$$dA = PdV \qquad \text{или} \qquad A = \int_{V_1}^{V_2} PdV \, ,$$

где V_1 и V_2 - начальный и конечный объемы газа.

7. Первое начало (закон) термодинамики

а) в дифференциальной форме:

$$\delta Q = dU + \delta A,$$

где δQ - количество тепла, сообщенное системе;

dU - изменение внутренней энергии системы;

δA - работа, совершенная системой.

б) в интегральной форме:

$$Q = \Delta U + A.$$

8. Работа газа при изотермическом процессе

$$A = Q = P_1 V_1 \ln \frac{P_1}{P_2} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{P_1}{P_2},$$

где P_1 и P_2 - начальное и конечное давления.

9. Уравнение адиабатического процесса (уравнение Пуассона):

$$PV^{\gamma} = const \quad \text{или} \quad TV^{\gamma - 1} = const,$$

где $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$ - показатель адиабаты.

10. Термический коэффициент полезного действия тепловой машины:

$$\eta = \frac{A}{Q_1},$$

где Q_1 - количество тепла, полученное системой от нагревателя;
A – работа цикла.

11. Термический коэффициент цикла Карно:

$$\eta = \frac{\mathrm{Q_н} - \mathrm{Q_х}}{\mathrm{Q_н}} = \frac{T_н - T_х}{T_н},$$

где $\mathrm{Q_н}$ - тепло, полученное от нагревателя;
$\mathrm{Q_х}$ - тепло, переданное холодильнику;
$T_н$ - температура нагревателя; $T_х$ - температура холодильника

12. Изменение энтропии двух состояний системы:

$$\Delta S = S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{dQ}{T},$$

где S_1 и S_2 - начальное и конечное состояние системы. Знак равенства соответствует обратимом процессу, а знак неравенства – необратимому.
dQ - элементарное количество теплоты, полученное телом при температуре *T*.

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu}\left(C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right),$$

т.е изменение энтропии идеального газа при переходе его из состояния 1 в состояние 2 *не зависит от вида процесса перехода*.

При адиабатическом процессе:

$$s = const\ ;\ \Delta S = 0.$$

При изотермическом процессе:

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

При изохорном процессе:

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_V \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

13. Энтропия для квазистационарных процессов:

$$dS = \frac{dQ}{T}.$$

14. Формула Больцмана:

$$S = k \cdot \ln W,$$

где S - энтропия системы;

W - термодинамическая вероятность состояния системы;

$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ *Дж/К* - постоянная Больцмана.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
на тему «Основы термодинамики»

Задача 1. Двухатомный идеальный газ ($\nu = 2 моль$) нагревают при постоянном объеме до температуры $T_2 = 289 K$. Определить количество теплоты, которое необходимо сообщить газу, чтобы увеличить его давление в $n = 3$ раза.

Дано: $i = 5$;

$\nu = 2 моль$;

$V - const$;

$T_2 = 289 K$;

$\frac{P_2}{P_1} = n = 3$

$Q - ?$

Решение.

Количество теплоты Q, поглощаемое газом при изохорическом процессе, определяется по формуле:

$$Q = mc_V \Delta T, \tag{1}$$

где m - масса нагреваемого газа;

c_V - удельная теплоемкость газа при постоянном объеме;

ΔT - величина изменения температуры газы.

Известно, что $c_V = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{\mu}$.

Для двухатомного газа

$$i = 5, \ c_V = \frac{5}{2} \cdot \frac{R}{\mu} = 2{,}5 \frac{R}{\mu}.$$

Подставив выражение c_V в формулу (1), получим

$$Q = m \cdot 2{,}5 \cdot \frac{R}{\mu} \Delta T = 2{,}5 \cdot \nu \cdot R \cdot \Delta T, \tag{2}$$

где $\nu = \frac{m}{\mu}$ - количество вещества (m - масса газа, μ - молярная масса газа).

Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для двух состояний идеального газа:

$$P_1V = \frac{m}{\mu} RT_1, \qquad (3)$$

$$P_2V = \frac{m}{\mu} RT_2 \qquad (4)$$

По условию задачи $V = const$, процесс изохорический.
Разделим (4) на (3), имеем (закон Шарля):

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1}; \qquad (5)$$

По условию задачи $\frac{T_2}{T_1} = 3$, следовательно, $T_2 = 3T_1$;

$$\Delta T = 3T_1 - T_1 = 2T_1; \qquad (6)$$

С учетом полученного значения ΔT по формуле (2) вычисляем значение количества теплоты, сообщенное газу:

$$Q = 2{,}5 \cdot \nu \cdot R \cdot \Delta T = 2{,}5 \cdot 2 \cdot 8{,}31 \cdot 2 \cdot 289 \approx 24016\,(Дж)$$

Проверка размерности расчетной формулы:

$$[Q] = \left[моль \cdot \frac{Дж}{моль \cdot К} \cdot К \right] = Дж$$

Ответ: количество теплоты, которое необходимо сообщить газу, равно $24{,}016 кДж.$

Задача 2. Во сколько раз необходимо увеличить объем $\nu = 5 моль$ идеального газа при изотермическом расширении, если его энтропия увеличилась на $\Delta S = 57{,}6 Дж/К$?

Дано: $\nu = 5 моль;$
$\Delta S = 57{,}6 Дж/К;$

$\frac{V_2}{V_1} - ?$

Решение.

Так как процесс изотермический, то в выражении энтропии $\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$ температуру выносим за знак интеграла, получим:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{Q}{T}. \qquad (1)$$

Количество теплоты Q, полученное газом, найдем по первому началу термодинамики: $Q = \Delta U + A$, где ΔU - изменение внутренней энергии газа; А – работа совершаемая газом против внешних сил. Для изотермического процесса $\Delta U = 0$, следовательно,

$$Q = A; \qquad (2)$$

Работу газа при изотермическом процессе определяем по формуле

$$A = \frac{m}{\mu} \cdot RT \cdot \ln\frac{V_2}{V_1}; \qquad (3)$$

С учетом (2) и (3) равенство (1) примет вид:

$$\Delta S = \frac{m \cdot R \cdot T}{\mu \cdot T} \cdot \ln\frac{V_2}{V_1} = \nu \cdot R \cdot \ln\frac{V_2}{V_1}, \qquad (4)$$

где $\nu = \frac{m}{\mu}$ - число молей газа;

$R = 8{,}31\frac{Дж}{(К \cdot моль)}$ - молярная газовая постоянная.

Из (4) получаем: $\ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{\Delta S}{\nu \cdot R}$

Проверяем размерность: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{Дж \cdot К \cdot моль}{К \cdot мольДж} = 1$

Вычисление: $\ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{\Delta S}{\nu \cdot R} = \frac{57{,}6 \cdot}{5 \cdot 8{,}31} = 1{,}386282;$

$$\frac{V_2}{V_1} = e^{1{,}386282} \approx 4.$$

Ответ: объем необходимо увеличить в 4 раза.

Задача 3. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно (рис.3). Температура теплоотдатчика 500^0K. Определить термический КПД цикла и температуру теплоприемника тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от теплоотдатчика, машина совершает работу 350 Дж.

Дано:
$T_1 = 500^0$K
Q_1 = 1кДж = 10^3 Дж
A = 350 Дж

η - ? T_2 - ?

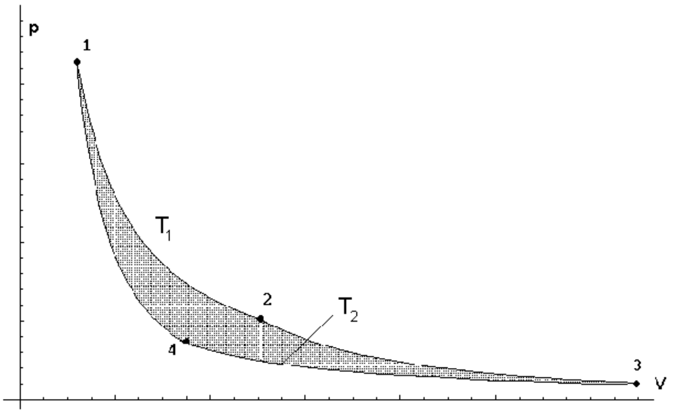


Рис.3

Решение.

Термический КПД тепловой машины показывает, какая доля теплоты, полученная от теплоотдатчика, превращается в механическую работу. Термический к.п.д. выражается формулой:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} \qquad (1)$$

где Q_1 - теплота, полученная от теплоотдатчика; A - работа, совершенная рабочим телом тепловой машины.

Зная КПД цикла, можно из формулы

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \qquad (2)$$

определить температуру охладителя T_2 (теплоприемника)

$$T_2 = T_1(1-\eta) \qquad (3)$$

Произведем **вычисления:**

η = 350 / 1000 = 0,35;

$T_2 = 500 \cdot (1 - 0{,}35) = 325(K)$.

Ответ: термический КПД тепловой машины равен 35%;
Температура теплоприемника равна 325*K*.

Задача № 4. Определит изменение энтропии 14 *г* азота при изобарном нагревании его от $t_1 = 27^\circ$ до $t_2 = 127^\circ$.

Дано: $m = 14г = 14 \cdot 10^{-3} кг$;
$t_1 = 27^\circ$; $T_1 = 300K$;
$t_2 = 127^\circ$; $T_2 = 400K$;
$P = const$.

$\Delta S - ?$

Решение.

Изменение энтропии

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{m}{\mu}\frac{C_p dT}{T} = \frac{m}{\mu} C_p \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu} C_p \ln \frac{T_2}{T_1}, \qquad (1)$$

где ΔS изменение энтропии газа при постоянном давлении;
m - масса газа;
$\mu = 28 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль}$ - молярная масса азота;
T_1 и T_2 - термодинамические температуры газа в первом и втором состоянии соответственно;
C_p - молярная теплоемкость газа при постоянном давлении

Молярная теплоемкость газа при постоянном давлении

$$C_p = \frac{i+2}{2} \cdot R, \qquad (2)$$

где i - число степеней свободы; т.к. молекула азота состоит из двух атомов, $i = 5$;
$R = 8{,}31 \frac{Дж}{(К \cdot моль)}$ - молярная газовая постоянная.

Подставляем (2) в (1), получаем:

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i+2}{2} \cdot R \cdot \ln \frac{T_2}{T_1};$$

Вычисление: $\Delta S = \frac{14 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}5}{28 \cdot 10^{-3}} \cdot 8{,}31 \cdot \ln \frac{400}{300} = 4{,}18 (\frac{Дж}{К})$.

Проверка размерности расчетной формулы:

$$[\Delta S] = \left[\frac{кг \cdot Дж \cdot моль}{кг \cdot моль \cdot К}\right] = \frac{Дж}{К}.$$

Ответ: изменение энтропии равно $4{,}18 \frac{Дж}{К}$.

ЗАДАЧИ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 4

400. Найти дебройлевскую длину волны молекул водорода, соответствующую их наиболее вероятной скорости при комнатной температуре.

401. Какую энергию необходимо дополнительно сообщить электрону, чтобы его дебройлевская длина волны уменьшилась от 100 до 50 пм?

402. Определить длину волны де Бройля λ, характеризующую волновые свойства электрона, если его скорость равна 1 *Мм/с*. Сделать такой же подсчет для протона.

403. Кинетическая энергия электрона равна 1 *кэВ*. Определите длину волны де Бройля.

404. Определить длину волны де Бройля протона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов 1 кВ.

405. Определить длину волны де Бройля протона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов 1 МВ.

406. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы длина волны де Бройля была равна среднему расстоянию между атомами в кристаллических решетках $d = 10^{-10}\ м$?

407. При каком значении кинетической энергии длина волны де Бройля для электрона равна его комптоновской длине волны? С какой скоростью движется такой электрон?

408. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы длина волны де Бройля была равна 0,1 *нм*.

409. Электрон движется по окружности радиусом 0,5 см в однородном магнитном поле с индукцией, равной 8 мТл. Определить длину волны де Бройля электрона.

410. Предполагая, что неопределенность координаты движущейся частицы равна дебройлевской длине волны, определить относительную неточность $\Delta p/p$ импульса этой частицы.

411. Во сколько раз дебройлевская длина волны частицы меньше неопределенности ее координаты, которая соответствует относительной неопределенности импульса в 1%?

412. Определить неточность в определении координаты электрона, движущегося в атоме водорода со скоростью, равной $1{,}5 \cdot 10^6 \, м/с$, если допускаемая неточность в определении скорости составляет 10 % от ее величины.

413. Используя соотношение неопределенностей $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$, оценить низший энергетический уровень электрона в атоме водорода. Принять линейные размеры атома $l \approx 0{,}1$ *нм.*

414. Приняв, что минимальная энергия Е нуклона в ядре равна 10 МэВ, оценить, исходя из соотношения неопределенностей, линейные размеры ядра.

415. Принимая, что электрон находится внутри атома диаметром 0,3 нм, определите (в электрон-вольтах) неопределенность энергии данного электрона.

416. Используя соотношение неопределенности $\Delta E \Delta t \geq h$, оценить ширину энергетического уровня в атоме водорода, находящегося в основном состоянии.

417. Используя соотношение неопределенности $\Delta E \Delta t \geq h$, оценить ширину энергетического уровня в атоме водорода, находящегося в возбужденном состоянии (время жизни атома в возбужденном состоянии равно 10^{-8} *с*).

418. Приняв, что минимальная энергия нуклона в ядре равна 10 *МэВ*, оценить, исходя из соотношения неопределенностей, линейные размеры ядра

419. Найти наибольшую и наименьшую длины волн в видимой области спектра излучения атома водорода.

420. Вычислить по теории Бора радиус второй стационарной орбиты и скорость электрона на этой орбите для атома водорода.

421. Определить радиус, частоту и скорость обращения электрона для первой орбиты по теории Бора, а также энергию ионизации.

422. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны 0,1215 *мкм*. Определить радиус электронной орбиты возбужденного атома водорода.

423. В водородоподобном ионе лития электрон перешел с четвертого энергетического уровня на второй. Определить энергию кванта и длину волны излучения, испущенного ионом.

424. Граничная длина волны K-серии характеристического рентгеновского излучения некоторого элемента равна 0,1284 нм. Определить этот элемент.

425. Определить минимальную длину волны тормозного рентгеновского излучения, если к рентгеновской трубке приложены напряжения 30 кВ и 75 кВ

426. Сколько линий спектра атома водорода попадает в видимую область (λ от 0,4 мкм до 0,76 мкм)? Вычислить длины волн этих линий. Каким цветам они соответствуют?

427. Определить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на основной уровень.

428. Вычислить по теории Бора период вращения электрона в атоме водорода, находящегося на втором энергетическом уровне

429. Электрон в атоме водорода находится на третьем энергетическом уровне. Определить в *электрон-вольтах* полную энергию электрона.

430. Активность некоторого препарата уменьшается в 2,5 раза за 7,0 суток. Найти его период полураспада

431. Найти постоянную распада и среднее время жизни радиоактивного изотопа Co^{55}, если известно, что его активность уменьшается на 4,0% за час? Продукт распада нерадиоактивен.

432. Препарат U^{238} массы 1,0 *г* излучает $1{,}24 \cdot 10^4$ α-частиц в секунду. Найти период полураспада этого изотопа и активность препарата.

433. Определить линейный коэффициент поглощения μ . если при прохождении через слой железа толщиной 3,15 см интенсивность излучения ослабляется в 4 раза.

434. Чугунная плита уменьшает интенсивность узкого пучка γ – излучения в 10 раз (μ_1 = 0,26см$^{-1}$) Во сколько раз уменьшит интенсивность этого пучка свинцовая плита такой же толщины (μ_2 = 0,46 см$^{-1}$)?

435. Как изменится степень ослабления γ –лучей при прохождении через свинцовый экран толщиной 1 см, если длина волны этих лучей 4,1·10^{-13}м (μ_1 = 0,45 см$^{-1}$) и 8,2·10^{-13}м (μ_1 = 0,56 см$^{-1}$) ?

436. Найти с помощью табличных значений масс атомов энергию, необходимую для разделения ядра O^{16} на четыре одинаковые частицы.

437. Вычислить дефект массы, энергию связи ядра и удельную энергию связи для элемента $^{108}_{47}Ag$.

438. Вычислить энергетический эффект реакции $^2_1H+^7_3Li\rightarrow^8_4Be+^1_0n$.

439. Найти с помощью табличных значений масс атомов среднюю энергию связи на один нуклон в ядре O^{16}.

440. Найти число молекул азота в 1м^3 , ели давление равно 3,69 атм, а средняя квадратичная скорость молекул равна 2400 м/с.

441. Сосуд емкостью 3 л содержит азот при температуре 37^{0}С и давлении 0,5 атм. Найти число столкновений между всеми молекулами за 1 с и среднюю длину свободного пробега молекул. (Эффективный диаметр молекулы азота 3,1·10^{-10}м).

442. Найдите температуру, при которой средняя квадратичная скорость молекулы азота равнялась бы средней квадратичной скорости молекул водорода при температуре T_1= 300 К.

443. Определить коэффициент внутреннего трения для водорода, имеющего температуру 27^{0}С. (Эффективный диаметр молекулы водорода 2,3·10^{-10}м).

444. Определить плотность разреженного азота, если средняя длина свободного пробега молекул 8 см. Какова концентрация азота? (Эффективный диаметр молекулы азота $3{,}1\cdot10^{-10}$м).

445. Вязкость водорода 8,6 мкПа·с. Определите коэффициент теплопроводности водорода при тех же условиях.

446. Вычислить коэффициент внутреннего трения и коэффициент диффузии кислорода, находящегося при давлении 0,2 МПа и температуре 280 К. (Эффективный диаметр молекулы кислорода $2{,}9\cdot10^{-10}$м).

447. За неделю из стакана испарилось 50 г воды. Сколько в среднем молекул вылетало с поверхности воды за 1с ?

448. В баллоне емкостью 15 л находится смесь, содержащая 10 г водорода, 54 г водяного пара и 60 г окиси углерода. Температура смеси 27^0С. Определить давление.

449. Кислород массой 160 г нагревают при постоянном давлении от 320 К до 340 К. Определить количество теплоты, поглощаемое газом, изменение внутренней энергии и работу расширения газа.

450. Водород массой m=10 г нагрели на ΔT=200 К, причем газу было передано количество теплоты Q=40 кДж. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа и совершенную им работу А

451. Найти показатель адиабаты для смеси газов, содержащей гелий массой m_1=10 г и водород массой m_2=4 г.

452. Определить удельную теплоемкость c_V смеси газов, содержащей V_1=5 *л* водорода и V_2=3 *л* гелия. Газы находятся при одинаковых условиях

453. Каковы удельные теплоемкости c_V и c_p смеси газов, содержащей кислород массой m_1=10 г и азот массой m_2=20 г.

454. В баллоне объёмом 10 л находится гелий под давлением p_1= 1 МПа и при температуре T_1= 300 К. После того, как из баллона было взято 10 г гелия, температура в баллоне понизилась до T_2= 290 К. Определить давление p_2 гелия, оставшегося в баллоне, и изменение внутренней энергии.

455. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $1{,}5 \cdot 10^5$ Дж. Температура нагревателя 400 К, температура холодильника 260 К. Найти КПД машины, количество теплоты, получаемое машиной за один цикл от нагревателя, и количество теплоты, отдаваемое за один цикл холодильнику.

456. Определить работу A_2 изотермического сжатия газа, совершающего цикл Карно, КПД которого равен 0,3, если работа изотермического расширения A_1 = 9 Дж. Построить график цикла и указать на нем A_2 , A_1 и работу цикла.

457. Смешали воду массой m_1= 5 кг при температуре T_1=280 К с водой массой m_2= 8 кг при температуре T_2=350 К. Найти температуру θ смеси, изменение энтропии ΔS.

458. Кусок меди массы m_1 = 300 г при температуре t_1 = 97 °С поместили в калориметр, где находится вода массы m_2 = 100 г при температуре t_2 = 7 °С. Найти приращение энтропии системы к моменту выравнивания температур. Теплоемкость калориметра пренебрежимо мала.

459. Найти изменение энтропии при изобарическом расширении гелия массой 8 г от объема 10 л до объема 25 л.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	m_0		E_0	
	кг	а.е.м.	Дж	МэВ
Электрон	$9{,}11\cdot10^{-31}$	0,00055	$8.16\cdot10^{-14}$	0,511
Протон	$1{,}672\cdot10^{-27}$	1,00728	$1{,}5\cdot10^{-10}$	938
Нейтрон	$1{,}675\cdot10^{-27}$	1,00867	$1{,}51\cdot10^{-10}$	939
Дейтрон	$3{,}35\cdot10^{-27}$	2,01355	$3{,}00\cdot10^{-10}$	1876
α-частица	$6{,}64\cdot10^{-27}$	4,00149	$5{,}96\cdot10^{-10}$	3733

2. Массы некоторых нейтральных атомов в а.е.м.

Элемент	Изотоп	Масса	Элемент	Изотоп	Масса
Водород	H_1^1	1,00783	Алюминий	${}_{13}^{27}Al$	26,98153
Водород	H_1^2	2,01410	Магний	${}_{12}^{24}Mg$	23,98504
Водород	H_1^3	3,01605	Серебро	${}_{47}^{107}Ag$	107,868
Гелий	${}_2^4He$	4,00260	Бериллий	${}_4^9Be$	9,01505
Гелий	${}_2^3He$	3,01603	Уран	${}_{92}^{235}U$	235,11750
Углерод	${}_6^{12}C$	12,00380			
Литий	${}_3^7Li$	7,01601			
Кислород	${}_8^{17}O$	17,00456			

3. Эффективные диаметры атомов и молекул

Вещество	Диаметр
Гелий	$0{,}20\cdot10^{-9}$ м
Водород	$0{,}23\cdot10^{-9}$ м
Кислород	$0{,}30\cdot10^{-9}$ м
Азот	$0{,}30\cdot10^{-9}$ м

4. Работа выхода электронов из металла

Вещество	Работа выхода, эВ	Вещество	Работа выхода, эВ
Алюминий	3,7	Никель	4,8
Вольфрам	4,5	Платина	6,3
Литий	2,3	Цезий	1,8
Медь	4,4	Цинк	4,0

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Основные физические постоянные

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Ускорение свободного падения	g	$9{,}8\,м/с^2$
Гравитационная постоянная	G	$6{,}67\cdot10^{-11}\,м^2/(кг\cdot с^2)$
Постоянная Авогадро	N_A	$6{,}02\cdot10^{23}\,моль^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	$8{,}31\,Дж/(К\cdot моль)$
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}\,Дж/К$
Постоянная Фарадея	F	$9{,}65\cdot10^{7}\,Кл/моль$
Элементарный заряд	e	$1{,}6\cdot10^{-19}\,Кл$
Масса электрона	m_e	$9{,}11\cdot10^{-31}\,кг$
Скорость света в вакууме	c	$3\cdot10^{8}\,м/с$
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5{,}67\cdot10^{-8}\,Вт/(м^2\cdot К^4)$
Постоянная закона смещения Вина	b	$2{,}9\cdot10^{-2}\,м\cdot К$
Постоянная Планка	h $\hbar$	$6{,}63\cdot10^{-34}\,Дж\cdot с$ $1{,}05\cdot10^{-34}\,Дж\cdot с$
Постоянная Ридберга	R R'	$2{,}07\cdot10^{-18}\,с^{-1}$ $1{,}10\cdot10^{7}\,м^{-1}$
Боровский радиус	a	$5{,}29\cdot10^{-11}\,м$
Комптоновская длина волны электрона	λ_c	$2{,}43\cdot10^{-12}\,м$
Магнетон Бора	$\mu_Б$	$9{,}27\cdot10^{-24}\,Дж/Тл$
Энергия ионизации атома водорода	E_i	$2{,}18\cdot10^{-18}\,Дж$
Атомная единица массы	$1\,а.е.м.$	$1{,}66\cdot10^{-27}\,кг$
Электрическая постоянная	ε_0	$8{,}85\cdot10^{-12}\,Ф/м$
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}\,Гн/м$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Некоторые астрономические величины

Наименование	**Значение**
Радиус Земли	$6,37 \cdot 10^6$ *м*
Масса Земли	$5,98 \cdot 10^{24}$ *кг*
Радиус Луны	$1,74 \cdot 10^6$ *м*
Масса Луны	$7,33 \cdot 10^{22}$ *кг*
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3,84 \cdot 10^8$ *м*
Расстояние от центра Земли до центра Венеры	$6,0 \cdot 10^{10}$ *м*

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Некоторые соотношения между единицами измерения физических величин

Физическая величина	**Соотношение между единицами измерения**
Масса	$1\ \text{тонна} = 10^3\,\text{кг}$
Время	$1\ \text{сутки} = 8{,}64 \cdot 10^4\,\text{с}$ $1\ \text{год} = 3{,}16 \cdot 10^7\,\text{с}$
Работа, энергия, теплота	$1\ \text{кал} = 4{,}19\,\text{Дж}$ $1\,\text{кВт} \cdot \text{час} = 3{,}6 \cdot 10^5\ \text{Дж}$

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка			**Приставка**		
Наименование	Обозначение	Множитель	Наименование	Обозначение	Множитель
экса	Э	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пэта	П	10^{15}	санти	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	милли	м	10^{-3}
гига	Г	10^{9}	микро	мк	10^{-6}
мега	М	10^{6}	нано	н	10^{-9}
кило	к	10^{3}	пико	п	10^{-12}
гекто	г	10^{2}	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^{1}	атто	а	10^{-18}

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

Греческий алфавит

Обозначения букв	**Названия букв**	**Обозначения букв**	**Названия букв**
Α,α	альфа	Ν,ν	ню (ни)
Β,β	бета	Ξ,ξ	кси
Γ,γ	гамма	Ο,ο	омикрон
Δ,δ	дельта	Π,π	пи
Ε,ε	эпсилон	Ρ,ρ	Ро
Ζ,ζ	дзета	Σ,σ	сигма
Η,η	эта	Τ,τ	тау
Θ,θ	тета	Υ,υ	ипсилон
Ι,ι	йота	Φ,φ	фи
Κ,κ	каппа	Χ,χ	хи
Λ,λ	лямбда	Ψ,ψ	пси
Μ,μ	ми (мю)	Ω,ω	омега