

Практическая работа 2

Тема 2 Формула полной вероятности и формула Байеса Повторение опытов (схема Бернулли).

Будем говорить, что события H_1, H_2, \dots, H_n образуют полную группу, если в результате эксперимента:

-происходит одно из событий $H_i, i=1, \dots, n$.

-события H_1, H_2, \dots, H_n попарно несовместны.

В этом случае имеем:

$$P(H_1 + H_2 + \dots + H_n) = P(H_1) + P(H_2) + \dots + P(H_n) = 1,$$

и вероятность произвольного события A , произошедшего в условиях данного эксперимента может быть вычислена по формуле полной вероятности:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i)P(A/H_i).$$

События H_1, \dots, H_n часто называют гипотезами

Тема 3 Повторение опытов (схема Бернулли).

Пусть проводятся n независимых опытов (экспериментов), в каждом из которых событие A может наступить с вероятностью p . Обычно появление A называют успехом.

Обозначим через $q = 1 - p$ – вероятность того, что событие A не наступает (неудача), и через $B_n(m)$ – событие, заключающееся в том, что в серии из n опытов ровно m опытов закончатся успешно (ровно m раз произойдет событие A).

Тогда для любого $m = 0, 1, \dots, n$ справедлива формула Бернулли

$$P(B_n(m)) = C_n^m p^m q^{n-m}, \quad \text{где } C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Вариант 1

Задача 1. Два стрелка Иванов и Петров, имеющие по два заряда, поочередно стреляют в мишень. Вероятность попадания при одном выстреле равна $2/3$ для Иванова и $5/6$ для Петрова. Первый стрелок определяется по жребию. Для этого кидается монета и, если выпадает герб, то начинает Иванов, а, если цифра, то первым стреляет Петров.

Выигрывает стрелок, попавший первым.

Какова вероятность выигрыша для Петрова?

Задача 2. Два стрелка A и B поочередно стреляют в мишень до первого попадания, но не более двух раз каждый. Вероятность попадания при одном выстреле для A равна $0,8$, для B – $0,6$. Первый стрелок определяется жребием: кидается монета и, если выпадает герб, то первым стреляет A , если цифра, то B . В результате стрельбы выиграл стрелок B .

Какова вероятность, что он стрелял первым?

Задача 3. Производится испытание пяти приборов, каждый из которых выходит из строя с вероятностью $0,1$.

Найти вероятность того, что хотя бы два прибора выйдут из строя при испытании.

Задача 4. Производится 4 выстрела по мишени, вероятность попадания при каждом выстреле $\frac{2}{3}$.

Найти вероятность того, что в мишень попадут не менее 2 раз.

Вариант 2

Задача 3. Два стрелка стреляют по одному разу, независимо друг от друга, выбирая одну из двух мишеней. Вероятность выбора 1-ой мишени для них $0,5$ и $\frac{2}{3}$ соответственно, а вероятность попадания в выбранную мишень $0,8$ и $0,9$.

Какова вероятность ровно одного попадания во вторую мишень?

Задача 2. Два игрока **A** и **B** один раз бросают кость и затем два раза монету. Если на кости выпадает 1 или 2, то выигрывает игрок **A**, если при подбрасываниях монеты появится хотя бы один герб, и игрок **B**, если гербов не появится. Если же на кости выпадает число, большее двух, то игрок **A** выигрывает, если появятся два герба, и игрок **B** в остальных случаях.

Справедлива ли игра?

Задача 3. Прибор содержит шесть однотипных микросхем, вероятность выхода из строя каждой в течение одного месяца $0,2$.

Найти вероятность того, что в течение этого срока из строя выйдет не более половины микросхем.

Задача 4. Накопитель снабжает деталями 8 станков с ЧПУ. В течение 20 минут от каждого станка может поступить заявка на деталь с вероятностью $\frac{1}{5}$.

Найти вероятность того, что за 20 минут на накопитель поступит не более трех заявок.

Вариант 3

Задача 1. В двух пакетах находятся конфеты. В первом пакете 16 штук сорта «Белочка» и 8 штук сорта «Жар-птица», во втором 15 сорта «Белочка» и 5 сорта «Жар-птица». Из первого пакета во второй переложили две конфеты, взятые случайным образом, содержимое второго пакета перемешали и вытащили оттуда одну конфету, которая оказалась «Жар-птицей».

Какова вероятность, что из первого пакета во второй переложили одну «Белочку» и одну «Жар-птицу»?

Задача 2. Берут две колоды карт по 52 карты и из первой во вторую перекардывают случайным образом 2 карты. Затем из второй колоды берётся одна карта.

Какова вероятность, что она окажется дамой?

Задача 3. В ралли участвует 10 однотипных машин. Вероятность выхода из строя за период соревнований каждой из них $\frac{1}{20}$.

Найти вероятность того, что к финишу придут не менее 8 машин.

Задача 4. Имеется 7 партий деталей, каждая из которых содержит 10% бракованных. Из каждой партии извлекают по 1 детали.

Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей не менее двух бракованных.

Вариант 4

Задача 1. Среди трёх игральные кости одна фальшивая. На фальшивой кости шестёрка появляется с вероятностью $\frac{1}{3}$. Бросили две кости и выпали две шестёрки.

Какова вероятность, что среди брошенных костей была фальшивая?

Задача 2. Ракета накрывает цель с вероятностью $2/3$. По цели выпущено две ракеты. Известно, что при одном попадании цель поражается с вероятностью $1/2$, а при двух с вероятностью $5/6$. Цель поражена.

Какова вероятность, что в неё попала ровно одна ракета?

Задача 3. Радиолокационная станция ведет наблюдение за шестью объектами в течение некоторого времени. Контакт с каждым из них может быть потерян с вероятностью $0,2$.

Найти вероятность того, что хотя бы с тремя объектами контакт будет поддерживаться в течение всего времени.

Задача 4. Прибор состоит из шести однотипных блоков, но может работать при наличии в исправном состоянии не менее трех из них. За год работы каждый из блоков выходит из строя с вероятностью $0,3$.

Найти вероятность того, что за год работы прибор не выйдет из строя.

Вариант 5

Задача 1. Кость *A* имеет две белые и четыре красные грани, кость *B* две красные и четыре белые. Сначала бросается монета. Если выпадает герб, то бросают кость *A*, если цифра, то кость *B*.

Какова вероятность того, что выпадет красная грань?

Задача 2. 30% телевизоров поступает в магазин с первой фабрики, 20% со второй и остальные с третьей. Брак на этих фабриках составляет 5%, 3% и 4% соответственно. Купленный телевизор оказался бракованным.

Какова вероятность того, что он поступил с третьей фабрики?

Задача 3. В семье пять детей. Пусть вероятности появления на свет девочки и мальчика полагаются равными.

Найти вероятность того, что в семье не более двух девочек.

Задача 4. Обрабатывающий центр снабжается заготовками от 10 однотипных накопителей, выдающих при поступлении запроса по одной детали. Вероятность того, что на момент запроса в накопителе имеется заготовка, равна $0,9$. Экономически достаточная загрузка центра обеспечивается одновременным поступлением по запросам не менее трех деталей.

Найти вероятность того, что при очередном запросе будет обеспечена достаточная загрузка.

Вариант 6

Задача 1. Взяли две колоды по 52 карты и случайным образом переложили две карты из первой колоды во вторую. Затем из второй колоды вытащили одну карту, которая оказалась картой пиковой масти.

Какова вероятность того, что среди переложённых карт не было карт пиковой масти?

Задача 2. Готовясь к экзамену, студент должен был подготовить ответы на две серии вопросов, каждая из которых содержала по 10 вопросов. Он выучил 9 вопросов первой серии и 8 второй. Экзаменатор случайно выбирает серию вопросов и два вопроса из нее, на оба из которых студент должен ответить.

Каковы шансы, что студент сдаст экзамен?

Задача 3. Вероятность поражения самолета средствами ПВО объекта 0,6
Найти вероятность того, что из 8 атакующих объект самолетов к нему прорвется не более шести.

Задача 4. Транспортные средства оптовой базы обеспечивают за день выполнение не более трех заявок. База обслуживает 7 магазинов. Вероятность заявки от каждого из них в течение дня равна 0,3.

Найти вероятность того, что все поступившие на базу в течение дня заявки будут выполнены.

Вариант 7

Задача 1. В трёх одинаковых урнах находятся шары: в первой с номерами от 1 до 9, во второй от 10 до 20 и в третьей от 21 до 30 включительно. Из случайно взятой урны берётся шар и оказывается, что его номер делится на 5.

Какова вероятность, что этот шар взят из первой урны?

Задача 2. В трёх одинаковых урнах находятся шары: в первой с номерами от 10 до 25, во второй от 26 до 32 и в третьей от 33 до 45 включительно. Из случайно взятой урны берётся шар.

Какова вероятность, что его номер будет простым числом?

Задача 3. Производится испытание на "самовозгорание" пяти телевизоров. Прогонка продолжается двое суток. За указанное время каждый из телевизоров перегревается и "самовозгорается" с вероятностью 0,1.

Найти вероятность того, что на момент окончания испытаний сгорит не более двух телевизоров.

Задача 4. Из урны, содержащей 20% белых и 80% черных шаров, наудачу с последующим возвращением извлекают по одному шару.

Найти вероятность того, что среди извлеченных шаров будет не менее четырех белых, если процедуру повторяют пять раз.

Вариант 8

Задача 1. Игроки могут с равной вероятностью играть в одну из двух игр. В одной игре используется одна игральная кость, а в другой – две. Счёт в игре в первом случае равен количеству очков, выпавших на кости, а во втором – сумме очков, выпавших на обеих костях. Вы слышите, что выпало два очка.

Какова вероятность, что играют в игру с одной костью?

Задача 2. На трёх дочерей Аню, Катю и Анфису в семье возложена обязанность помыть тарелок. Аня, как старшая, выполняет 40% всей работы, остальную работу Катя и Анфиса делят пополам. Вероятность того, что Аня разобьёт хотя бы одну тарелку равна 0,02, для Кати и Анфисы эта вероятность равна 0,03 и 0,02 соответственно. Родители слышали звон разбитой посуды.

Какова вероятность, что тарелки мыла Аня?

Задача 3. На участке пять одинаковых станков. Вероятность того, что в произвольный момент каждый из них свободен и готов к обработке поступившей детали равна $1/5$. На участок для обработки поступают две детали.

Найти вероятность того, что хотя бы одна из них будет сразу же принята к обработке.

Задача 4. Известно, что при прохождении некоторого пролива при плохих метеоусловиях терпит аварию каждое двадцатое судно.

Найти вероятность того, что из восьми вошедших в шторм в этот пролив судов хотя бы три выйдут из него неповрежденными.

Вариант 9

Задача 1. Первая урна содержит 3 красных, 2 белых и 1 синий шар. Вторая урна содержит 4 белых и 2 синих шара. Бросается игральная кость. Если на ней выпало 1 или 6 очков, вынимается шар из первой урны, в противном случае – из второй. Вытащен синий шар.

Какова вероятность, что он взят из второй урны?

Задача 2. Если при бросании кости выпадает больше 2-х очков, то вынимают 2 шара из первой урны, содержащей 1 красный и 4 чёрных шара. Иначе два шара берутся из второй урны, содержащей 3 красных и 2 чёрных шара. Вытащили 1 красный и 1 чёрный шар.

Какова вероятность, что они взяты из первой урны?

Задача 3. Караван из 4 судов пересекает минное поле, вероятность подрыва для каждого из судов считается равной 0,1.

Найти вероятность того, что не менее половины судов уцелеет.

Задача 4. Центр наблюдения поддерживает связь с шестью самолетами, выполняющими учебное задание при условии создания противником активных помех. Связь после ее нарушения не восстанавливается. Вероятность потери связи за период выполнения задания 0,2.

Найти вероятность того, что в момент окончания задания центр потеряет связь не более чем с третью самолетов.

Вариант 10

Задача 1. Имеются три одинаковых ящика. В первом ящике лежат 2 белых и 2 чёрных шара; во втором ящике - 3 чёрных; в третьем - 1 чёрный и 5 белых. Некто, случайным образом выбирая ящик, наугад вынимает из него шар.

Какова вероятность, что шар будет белый?

Задача 2. Половина всех арбузов поступает в магазин с 1 базы, $\frac{1}{3}$ - со 2 базы, остальные - с 3 базы. Арбузы с повышенным содержанием нитратов составляют на 1 базе 15%, на 2 базе - 10%, на 3 - 20%.

Какова вероятность купить недоброкачественный арбуз?

Задача 3. Обрабатывающий участок состоит из пяти однотипных станков. Вероятность того, что станок исправен 0,8. Плановое задание может быть выполнено, если исправно не менее трех станков.

Найти вероятность того, что плановое задание не будет выполнено.

Задача 4. Предварительный анализ показал, что для поражения военного объекта противника необходим прорыв к нему 4 бомбардировщиков. Самолет поражается ПВО объекта с вероятностью 0,8. Атаку ведут 8 самолетов.

Найти вероятность того, что объект будет поражен.