



ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИДО

_____ С. И. Качин

« ____ » _____ 2008 г.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ОРГАНИЗАЦИОННЫХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Рабочая программа, методические указания и контрольные задания для
студентов специальности

080502 «Экономика и управление на предприятии (по отраслям)»

Института дистанционного образования

Семестр	8	9
Лекции, часов	2	8
Практические занятия, часов		2
Контрольная работа		1
Самостоятельная работа, часов		68
Форма контроля		зачет

Томск 2008





УДК 519.8

Математическое моделирование организационных и экономических систем: рабочая программа, метод. указания и контрр. задания для студентов спец. 080502 «Экономика и управление на предприятии (по отраслям)» ИДО / Сост. О. В. Марухина. – Томск: Изд. ТПУ, 2008. – 31 с.

Рабочая программа, методические указания и контрольные задания рассмотрены и рекомендованы к изданию методическим семинаром кафедры оптимизации систем управления 28 августа 2008 года, протокол № 9.

Зав. кафедрой, профессор, д. т. н. _____ В. А. Силич

Аннотация

Рабочая программа, методические указания и контрольные задания по дисциплине «Математическое моделирование организационных и экономических систем» предназначены для студентов специальности 080502 «Экономика и управление на предприятии (по отраслям)». Данная дисциплина изучается один семестр.

Приведено содержание основных тем дисциплины, указана тема практического занятия. Приведены варианты заданий для контрольной работы. Даны методические указания по выполнению контрольной работы.



1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цели дисциплины

Цель дисциплины:

- приобретение студентами знаний в области математического моделирования и исследования операций, принципов и методов построения математических моделей организационных и экономических систем;
- приобретение студентами навыков практического использования математического аппарата исследования операций и экспертного анализа для моделирования процессов функционирования сложных организационно-экономических систем с целью оптимизации управления.

1.2. Задачи изучения дисциплины

В результате изучения дисциплины студент

должен знать:

- общую методологию моделирования сложных систем, основные понятия, задачи и этапы исследования операций;
- методы принятия оптимальных решений на основе моделей линейного программирования; теории игр, теории массового обслуживания.
- методы оптимизации управления многокритериальными системами.

должен уметь:

- формулировать содержательную и математическую постановку задач моделирования систем организационно-экономического управления;
- исследовать альтернативные варианты решений различными математическими методами и осуществлять выбор оптимальных решений.

1.3. Учебный график по дисциплине

Учебным планом предусматривается изучение дисциплины «Математическое моделирование организационных и экономических систем» на пятом курсе (9-й семестр) в объеме 80 часов. Во время весенней экзаменационной сессии 8-го семестра студентам читается установочная лекция (2 часа) и выдается программа дисциплины с методическими указаниями и контрольными заданиями.

В 9-м семестре студенты самостоятельно изучают теоретическую часть дисциплины и выполняют контрольную работу. В период зимней экзаменационной сессии 9-го семестра студентам читаются обзорные лекции (8 часов), на практических занятиях (2 часа) разбираются задачи контрольной работы. Итоговый контроль изучения дисциплины – зачет.

2. СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Общая методология моделирования сложных систем. Основные понятия и определения

Классификация видов моделирования. Основные понятия исследования операций: организационно-экономическая система, управление, модель, критерий эффективности, целевая функция, оптимальное решение. Одноцелевые и многоцелевые системы. Основные задачи и этапы исследования операций. Применение методов математического моделирования и методологии исследования операций для оптимизации управленческих решений.

Тема 2. Задачи и модели линейного программирования

Основополагающие идеи математического программирования. Принципиальные особенности линейного программирования. Область допустимых решений – учет ограничений на условия функционирования конкретных систем. Критерий эффективности, целевая функция и оптимальное решение. Постановка и решение основной задачи линейного программирования. Задачи планирования производства и загрузки оборудования. Транспортная задача линейного программирования.

Тема 3. Введение в теорию игр

Применение теории игр в области экономического управления

Введение в теорию игр. Матричные и позиционные игры. Верхняя и нижняя цены игры. Решение игр в чистых стратегиях и в смешанных стратегиях. Примеры решения задач по теории игр.

Тема 4. Введение в теорию массового обслуживания. Виды задач, способы решения

Типовые математические схемы моделей. Понятие системы массового обслуживания (СМО). Общая классификация СМО. Понятие потока событий, принципы классификации потоков событий. Классификационные признаки СМО. Характеристики качества (параметры моделей очередей) СМО. Компактная запись математических моделей СМО в форме Кендалла-Башарина. СМО М/М/1, расчетные формулы. СМО М/М/п, расчетные формулы. СМО М/D/1, расчетные формулы. СМО М/G/1, формула Полячека-Хинчина.

Тема 5. Введение в экспертное оценивание

Область применения экспертного оценивания и его особенности. Виды оценочных шкал и особенности обработки экспертных оценок, заданных в различных шкалах.

3. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Тематика практических занятий

1. Анализ результатов выполнения контрольных работ (2 часа).

4. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

4.1. Общие методические указания

При изучении данной дисциплины студент должен выполнить контрольную работу, состоящую из 25 вариантов заданий (раздел 4.3).

Вариант контрольной работы выбирается студентом по последним двум цифрам зачетной книжки. Если полученное число N больше 25, то применяется формула $V = N - 25 \cdot n$, т. е., вычитается цифра 25 до тех пор, пока результат не будет меньше 25. Этот результат и будет номер Вашего варианта. Например, полученное число из двух последних цифр 53, тогда выполняемый вариант $3 = 53 - 25 \cdot 2$.

Каждый вариант состоит из двух теоретических вопросов и трех задач. Ответы на теоретические вопросы оформляются с помощью редактора MS Word. При ответе на теоретические вопросы требуется изучить и обдумать соответствующий теоретический материал, затем уяснить, что именно требуется ответить на поставленный вопрос, кратко сформулировать ответ и изложить его, используя соответствующую терминологию. При решении практических заданий необходимо полностью приводить ход решения. Ответ на задачу пишется отдельной строкой под решением. При решении практических задач рекомендуется использовать математический пакет MathCAD.

4.2. Примеры решения типовых задач контрольной работы

Вопрос № 1. Понятие целочисленного программирования.

Ответ. Целочисленное программирование – это раздел математического программирования, который решает задачи экстремального характера, на переменные которых накладывается условие целочисленности. В ряде случаев такие задачи решаются обычным симплексным методом с последующим округлением решения до целых чисел. Этот подход можно применять, когда отдельные единицы составляют лишь малую часть всего объема. Если это условие не выполняется, то такое округление может привести к значительным искажениям решения. Поэтому для решения задач целочисленного программирования применяют специальные методы.

Задача № 1. На изготовление сплава из меди, олова и цинка в качестве сырья используется 2 сплава тех же металлов, отличающихся составом и стоимостью. Данные об этих сплавах содержатся в таблице:

Компонента сплава	Содержание компонент, в %	
	Сплав № 1	Сплав № 2
Медь	10	10
Олово	10	30
Цинк	80	60
Стоимость 1 кг сырья, руб.	4	6

Получаемый сплав должен содержать не более 2 кг меди, больше или равно 3 кг олова, а содержание цинка должно составлять от 7,2 до 12,8 кг. Определить количество x_j ($j=1,2$) сплавов каждого вида, обеспечивающих получение новых сплавов с минимальными затратами на сырье.

Решение.

Составим модель задачи.

Введем обозначения:

x_1 – количество сырья 1-го вида;

x_2 – количество сырья 2-го вида.

Целевая функция имеет вид:

$$f(x) = 4x_1 + 6x_2 \rightarrow \min.$$

Выведем ограничения:

$$0.1x_1 + 0.1x_2 \leq 2;$$

$$0.1x_1 + 0.3x_2 \geq 3;$$

$$0.8x_1 + 0.6x_2 \geq 7.2;$$

$$0.8x_1 + 0.6x_2 \leq 12.8;$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Преобразуем полученные неравенства к виду:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j \geq v_i, \quad i = 1, \dots, 4.$$

Тогда получаем:

$$-0.1x_1 - 0.1x_2 \geq -2;$$

$$0.1x_1 + 0.3x_2 \geq 3;$$

$$0.8x_1 + 0.6x_2 \geq 7.2;$$

$$-0.8x_1 - 0.6x_2 \geq -12.8;$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Решаем задачу в Mathcad.

Зададим целевую функцию:

$$F(x) = 4x_0 + 6x_1 \quad (\text{т.к. в пакете MachCad индексация начинается с } 0).$$

Зададим матрицу коэффициентов системы ограничений A и вектор свободных членов v :

$$A := \begin{pmatrix} -0.1 & -0.1 \\ 0.1 & 0.3 \\ 0.8 & 0.6 \\ -0.8 & -0.6 \end{pmatrix} \quad v := \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 7.2 \\ -12.8 \end{pmatrix}.$$

Задаем начальные значения:

$$x := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

С помощью оператора `Given` и встроенной функции `Minimize` находим значения ограничений:

Given

$$A \cdot x \geq v$$

$$x \geq 0$$

$$\text{Minimize}(F, x) = \begin{pmatrix} 2 \\ 9.333 \end{pmatrix} \quad F(x) = 63.998$$

Ответ. Количество сплава № 1 $x_1 = 2$ кг, количество сплава № 2 $x_2 = 9.333$ кг. Стоимость сырья (стоимость сплавов № 1+№ 2) составляет 63.998 руб.

Задача № 2. Найти решение игры, заданной матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}_{2 \times 4}$$

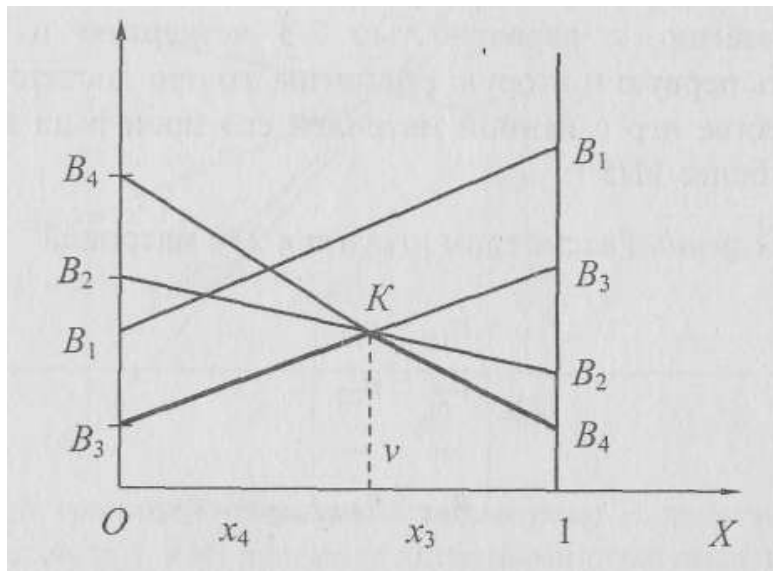
$$\alpha = \max(1, 1) = 1,$$

$$\beta = \min(4, 3, 3, 4) = 3,$$

$$\alpha \neq \beta,$$

$$1 \leq v \leq 3.$$

Игра не имеет седловой точки. Оптимальное решение следует искать в области смешанных стратегий. Построим на плоскости отрезки, соответствующие стратегиям второго игрока.



Нижней границей выигрыша для игрока А является ломаная B_3KB_4 . Стратегии B_3 и B_4 являются активными стратегиями игрока В. Точка их пересечения K определяет оптимальные стратегии игроков и цену игры. Второму игроку невыгодно применять стратегии B_1 и B_2 , поэтому вероятность их применения равна нулю, т.е. $y_1=y_2=0$. Решение игры сводится к решению игры с матрицей (2×2) .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$$

$$\alpha = \max(1, 1) = 1,$$

$$\beta = \min(3, 4) = 3,$$

$$\alpha \neq \beta,$$

$$1 \leq v \leq 3.$$

По формулам

$$x_1 = \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}},$$

$$x_2 = \frac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}},$$

$$y_1 = \frac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}},$$

$$y_2 = \frac{a_{11} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}.$$

$$v = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}.$$

находим оптимальные стратегии и цену игры:

$$x_1=2/5, x_2=3/5; y_3=3/5, y_4=2/5; v=11/5.$$

Ответ. Оптимальные смешанные стратегии игроков X $(2/5, 3/5)$ и Y $(0, 0, 3/5, 2/5)$, цена игры составляет $v=11/5$. Данный ответ означает следующее:

- если первый игрок с вероятностью $2/5$ будет применять первую стратегию и с вероятностью $3/5$ вторую, то при достаточно большом количестве игр с данной матрицей его выигрыш в среднем составит не менее $11/5$;
- если второй игрок с вероятностью $3/5$ будет применять третью стратегию, с вероятностью $2/5$ четвертую и не будет использовать первую и вторую стратегии, то при достаточно большом количестве игр с данной матрицей его проигрыш в среднем составит не более $11/5$.

Задача № 3. Найти решение игры, заданной матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 4 \\ 0 & 5 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}_{4 \times 2}$$

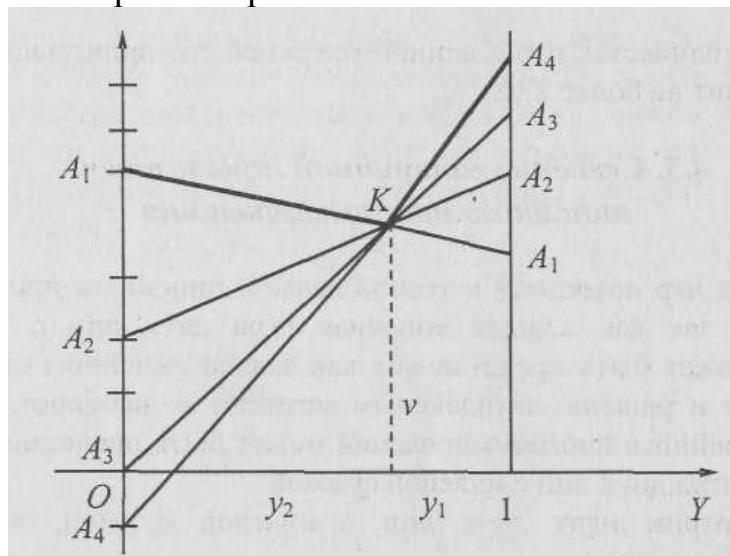
$$\alpha = \max(3, 2, 0, -1) = 3,$$

$$\beta = \min(4, 6) = 4,$$

$$\alpha \neq \beta,$$

$$3 \leq v \leq 4.$$

Игра не имеет седловой точки. Оптимальное решение следует искать в области смешанных стратегий. Построим на плоскости отрезки, соответствующие стратегиям первого игрока.



Верхней границей проигрыша для игрока В является ломаная A_1KA_4 . Стратегии A_1 и A_2 являются активными стратегиями игрока А. Точка их пересечения K определяет оптимальные стратегии игроков и цену игры. Первому игроку невыгодно применять стратегии A_3 и A_4 , поэтому вероятность их применения равна нулю, т.е. $x_2=x_3=0$. Решение игры сводится к решению игры с матрицей (2×2)

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$$

$$\alpha = \max(3, -1) = 3,$$

$$\beta = \min(4, 6) = 4,$$

$$\alpha \neq \beta,$$

$$3 \leq v \leq 4.$$

По формулам находим оптимальные стратегии и цену игры:

$$x_1=7/8, x_4=1/8; y_1=3/8, y_2=5/8; v=27/8.$$

Ответ. Оптимальные смешанные стратегии игроков

$X(7/8, 0, 0, 1/8)$ и $Y(3/8, 5/8)$, цена игры составляет $v=27/8$.

Данный ответ означает следующее:

- если первый игрок с вероятностью $7/8$ будет применять первую стратегию, с вероятностью $1/8$ четвертую и не будет использовать вторую и третью стратегии, то при достаточно большом количестве игр с данной матрицей его выигрыш в среднем составит не менее $27/8$;
- если второй игрок с вероятностью $3/8$ будет применять первую стратегию и с вероятностью $5/8$ вторую, то при достаточно большом количестве игр с данной матрицей его проигрыш в среднем составит не более $27/8$.

Задача № 4. Решить графически задачу линейного программирования.

$$\min f = 40x_1 + 36x_2$$

$$5x_1 + 3x_2 \geq 45,$$

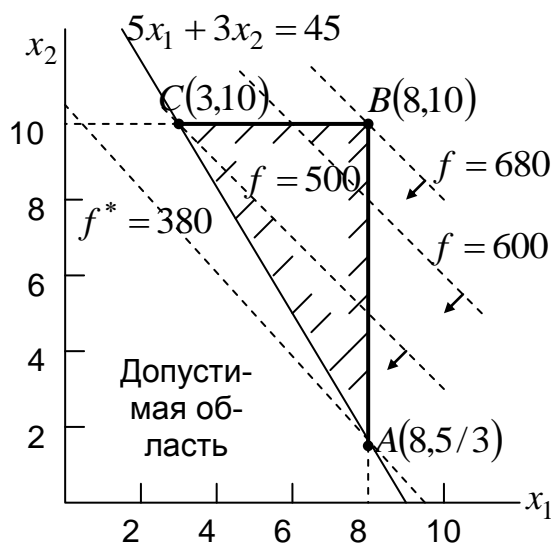
$$x_1 \leq 8, \quad x_2 \leq 10,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

В качестве первого шага решения следует определить допустимую область или **область допустимых решений (ОДР)**.

Для изображения ОДР следует начертить графики всех ограничений.

Все допустимые решения лежат в первом квадранте, т. к. $x_1, x_2 \geq 0$.



ОДР является треугольник ABC (в общем случае многогранник M при $m > 2$), который содержит бесконечное число допустимых точек. Нужно найти точку, в которой $f(x) = \min$.

Если зафиксировать значение ЦФ $f = 40x_1 + 36x_2$, то соответствующие ему точки будут лежать на некоторой прямой. При изменении величины f прямая подвергается параллельному переносу. Рассмотрим прямые, соответствующие различным значениям f , имеющие с ОДР хотя бы одну общую точку. Положим $f_0 = 680$. Тогда прямая ЦФ пройдет через точку $B(8,10)$. При приближении прямой ЦФ к началу координат значение f уменьшается. Минимальное значение ЦФ достигается в узловой точке $A(8, 5/3)$. Следовательно, $x^* = (8, 5/3)$; $f^* = 380$ – оптимальное решение задачи. Таким образом, $x^* = (8, 5/3)$ – оптимальный план.

4.3. Варианты контрольных заданий

Вариант 1

1. Дайте классификационную схему видов моделирования.
2. Общая постановка задачи линейного программирования.

Задача 1. Обувная фабрика специализируется по выпуску изделий трех видов: сапог, кроссовок и ботинок; при этом используется сырье трех типов: S_1, S_2, S_3 . Нормы расхода каждого из них на одну пару обуви и объем расхода сырья на 1 день заданы таблицей.

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одну пару, усл. ед.			Расход сырья на один день, усл. ед.
	Сапоги	Кроссовки	Ботинки	
S1	5	3	4	2700
S2	2	1	1	800
S3	3	2	2	1600
Цена за 1 пару, у.е.	15	12	11	

Найти ежедневный объем выпуска каждого вида обуви.

Найти оптимальный план выпуска каждого вида продукции.

Задача 2. Графически решить игру.

7	8
4	9
7	1
3	5

Задача 3. В универсаме имеется 2 кассы. Каждый покупатель, имеющий непустую кошелку, отправляется к кассам и занимает очередь. Интенсивность потока $\lambda = 35$ покупателей в час. Время обработки покупателя кас-

сой $t_{\text{обсл}} = 3$ мин. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы.

Вариант 2

1. В чем состоит суть графического метода решения задач линейного программирования. Как построить на графике область допустимых решений?

2. Игровые модели. Теория игр. Стратегия. Оптимальная стратегия.

Матричные игры.

Задача 1. Из пункта А в пункт В ежедневно отправляются пассажирские и скорые поезда. В таблице указан наличный парк вагонов разных типов, из которых ежедневно можно формировать данные поезда, и количество пассажиров, вмещающихся в каждом из вагонов.

Поезда	Вагоны				
	Багажный	Почтовый	Плацкарт	Купейный	Мягкий
Скорый	1	1	5	6	3
Пассажирский	1	-	7	2	1
Число пассажиров в вагоне	-	-	58	40	32
Парк вагонов	14	8	91	72	33

Определить оптимальное число скорых и пассажирских поездов, при которых число перевозимых пассажиров максимально.

Задача 2. Графически решить игру.

8	8
10	10
8	7
8	9

Задача 3. Теща печет блины, укладывая их в глубокую кастрюлю. У тещи есть 3 зятя, которые с отменным аппетитом эти блины из кастрюли вытаскивают и съедают. Время поедания блина $t_{\text{обсл}} = 2$ мин. Интенсивность потока $\lambda = 15$ блинов в час. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы.

Вариант 3

1. Сформулируйте задачу составления рациона.

2. Графический метод решения задач линейного программирования.

Задача 1. При составлении суточного рациона кормления скота можно использовать свежее сено (не более 50 кг) и силос (не более 70 кг). Рацион

должен обладать определенной питательностью (число кормовых единиц не менее 30) и содержать питательные вещества: белок (не менее 1 кг), кальций (не менее 100 г) и фосфор (не менее 80 г). В таблице приведены данные о содержании указанных компонентов в 1 кг каждого продукта питания и себестоимость (д.е./кг) этих продуктов.

Составить рацион, удовлетворяющий вышеизложенным требованиям и минимальный по стоимости.

Продукты	Компоненты				Себестоимость
	Кормовые ед.	Белок	Кальций	Фосфор	
Сено свежее	0.5	40	1.25	2	1.2
Силос	0.5	10	2.5	1	0.8

Задача 2. Графически решить игру.

8	3
2	4
4	4
5	6

Задача 3. Имеется автомойка, на которой работает 2 оператора мойки машин. Интенсивность потока приезжающих на мойку машин $\lambda = 4$ машины в час. Время мойки одной машины $t_{\text{обсл}} = 15$ мин. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найти все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы.

Вариант 4

1. Стандартная форма записи задач линейного программирования. Как привести ЗЛП к стандартной форме?

2. Поясните связь понятий системы, модели, цели, критерия, ограничений, оптимального решения.

Задача 1. Для кормления подопытного животного ему необходимо давать ежедневно не менее 15 ед. химического вещества А1 (витамина или некоторой соли) и 15 ед. химического вещества А2. Не имея возможности давать вещество А1 или А2 в чистом виде, можно приобретать вещество В1 по 1 д.е. или В2 по 3 д.е. за 1 кг, причем каждый килограмм В1 содержит 1 ед. А1 и 3 ед. А2, а кг В2 – 6 ед. А1 и 2 ед. А2. Запасы веществ на складе: В1 – 7 кг, В2 – 9 кг. Определить оптимальную закупку веществ В1 и В2 для ежедневного рациона.

Задача 2. Графически решить игру.

8 7 0 6

6 8 5 10

Задача 3. Имеется процедурный кабинет, в котором 3 медсестры делают процедуры пациентам, ждущим своей очереди в креслах перед дверью процедурного кабинета. Количество кресел 5 штук. Если все кресла заняты ожидающими пациентами, вновь приходящие пациенты в очередь не встают, а уходят в соседний процедурный кабинет. Интенсивность потока $\lambda=8$ пациентов в час. Время процедуры $t_{\text{обсл}}=15$ мин. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы.

Вариант 5

1. Сформулируйте задачу о загрузке оборудования.
2. Алгоритм симплекс метода.

Задача 1. Предприятие выпускает продукцию двух видов: П1 и П2, используя при этом три вида сырья: С1, С2, С3, запасы которого ограничены. Расход сырья каждого вида при производстве единицы продукции П1 и П2 задается в таблице; указаны доходы предприятия от продажи единицы готовой продукции каждого вида.

Продукция	Сырье			Доход от продажи продукции
	С1	С2	С3	
П1	1	3	4	7
П2	2	2	6	8
Общие запасы	10	18	36	

Составить план выпуска продукции каждого вида так, чтобы доход предприятия был максимальным. Задачу решить двумя способами: симплекс-методом и графическим методом.

Задача 2. Графически решить игру.

8 0 8 10

3 6 7 7

Задача 3. В магазине имеется 4 кассы. Каждый покупатель, имеющий непустую кошелку, отправляется к кассам и занимает очередь. Интенсивность потока $\lambda=5$ покупателей в минуту. Время обработки покупателя кассой $t_{\text{обсл}}=2$ мин. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы.

Вариант 6

1. Модель системы: определение, виды моделей
2. Поясните основные идеи и суть методов математического программирования.

Задача 1. Хлебопекарный цех выпекает два вида хлеба: А и В. На производство 1 т. хлеба А требуется 700 кг муки; хлеба В – 820 кг. Расход рабочего времени основного оборудования цеха на 1 т. хлеба А и В соответствуют 1.2 и 2.2 ч. Цех располагает запасом муки в кол-ве 14340 кг. Резерв рабочего времени оборудования – 36.1 ч. Прибыль от реализации одной тонны хлеба А – 22 д. е., хлеба В – 30 д. е. Спланировать работу цеха так, чтобы прибыль была максимальной, если выпуск хлеба В должен быть не менее 12 т.

Задача 2. Решить графически задачу линейного программирования.

$$L = 6x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 4$$

$$2x_1 + x_2 \geq 3$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

Задача 3. Банк имеет один пункт, где клиенты могут воспользоваться банкоматом, не выходя из автомобиля. Автомобили прибывают с интенсивностью $\lambda = 12$ автомобилей в час. Время, необходимое для обслуживания клиента банкоматом, $t_{\text{обсл.}} = 6$ мин. Максимальная вместимость полосы обслуживания банкоматом составляет 10 автомобилей. При заполненной полосе прибывающие клиенты должны обратиться к другому банку. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы.

Вариант 7

1. Сформулируйте основную задачу линейного программирования (ОЗЛП) и объясните все её составляющие.
2. Классификация видов игр, в зависимости от причин, вызывающих неопределенность. Формализованная постановка игровых задач. Платежная матрица.

Задача 1. В состав рациона кормления входят 2 продукта: сено и концентраты, содержащие питательные вещества: белок, кальций, витамины. Содержание питательных веществ (в граммах на 1 килограмм) соответствующего продукта питания и минимально необходимые нормы их потребления в таблице.

Продукты	Питательные вещества		
	Белок	Кальций	Витамины
Сено	65	6	1 ед.

Концентраты	200	4	2 ед.
Нормы потребления	2500г	120г	42 ед.

Определить оптимальный рацион кормления из условий минимальной стоимости, если цена 1 кг продукта питания соответственно составляет: сено – 5 д. е., концентраты – 7 д. е. Включить в задачу условие ограничения ресурсов на один рацион: сена не более 25 кг, концентратов – не более 20 кг.

Задача 2. Графически решить игру

9	6
5	4
6	10
5	4

Задача 3. Парикмахерская в любой момент времени может обслужить только одного клиента. Имеется также три места для ожидающих клиентов. Это значит, что в парикмахерской одновременно не могут находиться более четырех человек. Клиенты приходят с интенсивностью $\lambda = 4$ человека в час. Время обслуживания одного клиента составляет $t_{\text{обсл.}} = 15$ минут. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы.

Вариант 8

1. Методы и модели решения игровых задач. Максиминные и минимаксные стратегии (верхняя и нижняя цена игры).

2. Экономические задачи, решаемые с использованием теории массового обслуживания.

Задача 1. На швейной фабрике для изготовления двух видов изделий (А и В) используется ткань двух артикулов; кроме того, есть другие расходы. Нормы расхода тканей всех артикулов на пошив одного изделия, общий запас ткани и цена одного изделия приведены в таблице. Определить, сколько изделий каждого вида должна произвести фабрика, чтобы цена изготовленной продукции была максимальной.

Факторы	Нормы расхода ткани, м, на 1 изд.		Общий запас ткани, м
	А	В	
Ткань 1	2	1	150
Ткань 2	3	2	210
Др. расходы	7	8	560
Цена	8	6	

Задача 2. Графически решить игру

0	8
10	7
4	8
8	4

Задача 3. Бакалейный магазин работает с тремя кассами. Все три кассы постоянно работают. Покупатели подходят к кассам с интенсивностью $\lambda = 10$ человек в час. Время расчета одного покупателя в кассе $t_{\text{обсл.}} = 12$ минут. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы.

Вариант 9

1. Дайте классификацию систем массового обслуживания.
2. Экспертные оценки в принятии решений.

Задача 1. Фирма, выпускающая трикотажные изделия, использует для производства продукции два вида сырья. Все необходимые данные приведены в таблице.

Сырье	Запас сырья, кг	Затраты на единицу продукции		
		свитер	пуловер	костюм
Чистая шерсть	160	0,4	0,2	0,8
Силон	60	0,2	0,1	0,2
Прибыль за изделие, ден. ед.		16	15	22

Определить план выпуска готовой продукции, если сырье расходуется полностью, а прибыль составляет 6800 ден. ед.

Задача 2. Решить графически задачу линейного программирования.

$$\begin{aligned}L &= x_1 + x_2 \rightarrow \max \\2x_1 + 3x_2 &\leq 6 \\3x_1 + 2x_2 &\leq 6 \\x_1 &\geq 0, \quad x_2 \geq 0\end{aligned}$$

Задача 3. Имеется автомойка, на которой работает 3 оператора мойки машин. Интенсивность потока приезжающих на мойку машин $\lambda = 7$ машин в час. Время мойки одной машины $t_{\text{обсл.}} = 15$ мин. На автомойке имеется стоянка для ожидающих машин, емкостью 4 машины. Если все места на стоянке заняты, приезжающая «помыться» машина вынуждена искать другую автомойку. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы. Как влияет ограниченность мест на стоянке на упущенную выгоду (количество уехавших машин)?

Вариант 10

1. Графический метод решения задач линейного программирования.
2. Игровые модели конфликтов. Примеры конфликтных ситуаций в экономике.

Задача 1. Предприятие может работать по двум технологическим процессам, причем количество единиц выпускаемой продукции по разным технологическим процессам за единицу времени соответственно равно 300 и 250. Затраты производственных факторов по технологическим процессам в единицу времени и ресурсы приведены в таблице.

Фактор	Процесс		Ресурсы
	1	2	
Сырье	12	10	544
Электроэнергия	0.2	0.1	8
Зарплата	3	4	204
Накладные расходы	6	5	300

Составить план максимального выпуска продукции.

Задача 2. Графически решить игру

6	8
7	8
4	7
5	6

Задача 3. Стоматологический кабинет в любой момент времени может обслужить только двух клиентов. Имеется также четыре места для ожидающих клиентов. Это значит, что в кабинете одновременно не могут находиться более шести человек. Клиенты приходят с интенсивностью $\lambda = 6$ человек в час. Время обслуживания одного клиента составляет $t_{\text{обсл.}} = 25$ минут. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы.

Вариант 11

1. Игры в чистых стратегиях. Седловая точка. Примеры игр.
2. Объясните понятие области допустимых решений (ОДР) задач линейного программирования (ЗЛП).

Задача 1. Столярная мастерская выпускает столы и стулья. При изготовлении этих товаров используются 2 различных типа досок, причем имеется в наличии 450 м досок 1-го типа и 240 м досок 2-го типа. Кроме того, заданы трудовые ресурсы в количестве 330 чел.-ч. В таблице приведены нормы затрат каждого из видов ресурсов на изготовление одной единицы изделия и прибыль на одну единицу изделия.

Ресурсы	Затраты на 1 ед. изд.	
	Столы	Стулья
Доски 1-го типа, м	5	3
Доски 2-го типа, м	1	2
Труд. ресурсы, чел./час.	3	2
Прибыль	10	6

Максимизировать прибыль при условиях, налагаемых на ассортимент: столов - не менее 15 штук; стульев - не менее 80 штук;

Задача 2. Решить графически игру

$$8 \quad 0 \quad 3 \quad 1$$

$$7 \quad 3 \quad 8 \quad 10$$

Задача 3. Теща печет блины, укладывая их в глубокую кастрюлю. У тещи есть 2 зятя, которые с отменным аппетитом эти блины из кастрюли вытаскивают и съедают. Время поедания блина $t_{\text{обсл}} = 3$ мин. Теща может испечь (интенсивность потока) $\lambda = 50$ блинов в час. Каждый зять может съесть 15 блинов в час. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы.

Вариант 12

1. Приведите примеры конкретных содержательных постановок задач, сводящихся к линейному программированию.

2. Характеристика систем массового обслуживания с ожиданием и с ограниченной очередью. Приведите примеры таких систем (2 примера).

Задача 1. Животноводческая ферма составляет рацион кормления коров на зиму. Имеются два рациона - А и В. Рацион А включает 40 % силоса и 60 % кормовых трав. Рацион В включает 30 % силоса и 70 % кормовых трав. Запасы: силоса – 170 ц, кормовых трав – 330 ц. Минимальное количество каждого рациона – 100ц. Какое количество каждого из рационов должна иметь ферма, чтобы получить максимальную прибыль, если при рационе А прибыль составляет 10 д.е./ц, при рационе В – 8 д.е./ц.?

Задача 2. Решить графически задачу линейного программирования

$$L = -x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + 3x_2 \geq 5$$

$$x_2 \leq 2$$

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_2 \geq 0$$

Задача 3. Супермаркет имеет 5 касс. Все кассы постоянно работают. Покупатели подходят к кассам с интенсивностью $\lambda = 100$ человек в час. Время расчета одного покупателя в кассе $t_{\text{обсл.}} = 2$ минуты. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы.

Вариант 13

1. Сформулируйте задачу составления рациона.
2. Симплексный метод решения задач линейного программирования.

Задача 1. Коммерческий магазин хочет закупить овощи А и В. Количество овощей, закупочные цены и цены, по которым магазин продает овощи, приведены в таблице.

Овощи	Цены		Количество овощей
	Закупка	Реализация	
А	1.6	2.4	60
В	1.7	2.2	70

Как выгоднее вложить деньги, если общая сумма, которой располагает магазин в данное время, составляет 180 д.е., причем овощей А нужно приобрести не менее 10 тонн?

Задача 2. Графически решить игру

6	6
5	9
4	7
9	8

Задача 3. Имеется процедурный кабинет, в котором 2 медсестры делают уколы пациентам, ждущим своей очереди в креслах перед дверью процедурного кабинета. Количество кресел 5 штук. Если все кресла заняты ожидающими пациентами, вновь приходящие пациенты встают в очередь в коридоре. Интенсивность потока $\lambda=40$ пациентов в час. Время процедуры $t_{\text{обсл.}} = 5$ мин. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы.

Вариант 14

1. Экспертные оценки в принятии решений.
2. Решение игр в смешанных стратегиях. Условия применения смешанных стратегий. Активные стратегии. Теорема теории игр Дж. фон Неймана.

Задача 1. Для производства двух видов продукции (А и В) используется три вида сырья. Для производства единицы изделия А сырья 1,2,3-го вида используется 5, 4 и 3 кг соответственно, для единицы изделия В – 3, 3 и 4 кг. На изготовление всех изделий администрация предприятия может предоста-

вить сырья 1, 2 и 3-го вида не более чем на 720, 600 и 660 кг соответственно. Прибыль от реализации единицы изделия А – 5 д.е., единицы изделия В – 6 д.е. Составить план производства изделий А и В, обеспечивающий максимальную прибыль.

Задача 2. Графически решить игру

8	4
2	8
6	5
10	9

Задача 3. На автозаправочной станции имеется 2 автоматически работающие бензоколонки. Интенсивность потока желающих заправиться машин $\lambda=35$ машин в час. Время заправки на одной колонке $t_{\text{обсл}} = 3$ минуты. Если обе колонки заняты, подъезжающие машины ожидают на прилегающей к заправке улице. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы.

Вариант 15

1. Решение игр в смешанных стратегиях: графический метод.
2. Определение экономических и организационных систем.

Задача 1. Из двух видов сырья необходимо составить смесь, в состав которой должны входить не менее 19 ед. химического вещества А, 22.4 ед. вещества В и 17.8 ед. вещества С. Количество единиц химического вещества, содержащегося в 1 кг сырья каждого вида, указано в таблице; в ней же приведена цена 1 кг сырья каждого вида.

Вещество	Количество единиц	
	1	2
А	1.2	1.1
В	2.1	1.2
С	1.0	1.9
Цена	6.4	7.9

Составить смесь, содержащую не менее нужного количества веществ и имеющую минимальную стоимость.

Задача 2. Графически решить игру

0	2
3	7
10	5
5	2

Задача 3. На автозаправочной станции имеется 2 автоматически работающие бензоколонки. Интенсивность потока желающих заправиться машин $\lambda=35$ машин в час. Время заправки на одной колонке $t_{\text{обсл}} = 3$ минуты. Если

обе колонки заняты, подъезжающие машины ожидают на прилегающей к заправке стоянке, которая помещает 5 машин. Если все места на стоянке заняты, клиенты вынуждены уезжать в поисках другой автозаправки. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы.

Вариант 16

1. Общая постановка задачи линейного программирования.
2. Структура системы. Декомпозиция системы.

Задача 1. Для производства двух видов хлеба (А и В) фабрика расходует два вида муки: 1 и 2. В технологическом процессе используются тестомесильные агрегаты и печи для выпечки хлеба. В таблице приведены исходные данные задачи.

Виды ресурсов	Запас ресурсов	Нормы расходов	
		А	В
Мука 1	600кг	1.2	1
Мука 2	450кг	0.9	1.1
Машины	60ч	0.1	0.2
Печи	120ч	0.2	0.3

Составить план выпуска, максимизирующий прибыль, если цена одного хлеба А – 2 д.е.; одного хлеба В – 6 д.е., и при этом хлеба А нужно выпустить не менее 100 кг.

Задача 2. Графически решить задачу линейного программирования

$$L = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$-x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1 + x_2 \geq -1$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 2$$

$$2x_1 - x_2 \leq 2$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Задача 3. В библиотеке работает 3 библиотекаря. Интенсивность прихода читателей $\lambda=10$ человек в час. Время обслуживания одного читателя $t_{\text{обсл}} = 15$ минут. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы.

Вариант 17

1. Сформулируйте основную задачу линейного программирования (ОЗЛП) и объясните все её составляющие.
2. Дайте геометрическую интерпретацию ОЗЛП и объясните способ нахождения оптимального решения.

Задача 1. Ткань производится на станках двух типов. Для изготовления ткани используется пряжа и красители. В таблице указаны мощности станков (в тысячах станко-часов), ресурсы пряжи и красителей (в тысячах килограммов), время работы станков для производства каждого вида ткани (в станко-ч на 1 тысячу метров), нормы расхода пряжи и краски (в килограммах на 1 тысячах метров) и цена (в денежных единицах) 1 м ткани.

Виды ресурсов	Объем ресурсов	Производительность и нормы расхода	
		Ткань А	Ткань В
Станки 1-го типа	30	20	15
Станки 2-го типа	22	16	22
Пряжа	2.2	1.1	2
Красители	0.25	0.1	0.5
Цена		14	15

Определить оптимальный ассортимент, максимизирующий прибыль, если ткани В нужно выпустить не менее 200 м.

Задача 2. Графически решить игру

6	1
9	7
0	2
4	7

Задача 3. Ресторан быстрого питания располагает одним пунктом обслуживания, где клиенты обслуживаются, не выходя из машины. Клиенты прибывают с интенсивностью $\lambda=2$ клиента каждые 5 минут. Время обслуживания одного клиента $t_{\text{обсл}} = 5$ минут. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы и дайте рекомендации.

Вариант 18

1. Сформулируйте задачу составления рациона.
2. Классификация видов игр, в зависимости от причин, вызывающих неопределенность. Формализованная постановка игровых задач. Платежная матрица.

Задача 1. На предприятии, в состав которого входят 3 производственных цеха, изготавливается 2 изделия: 1 и 2. Изделие обрабатывается в каждом цеху. Нормы времени, необходимые для изготовления единицы изделия в соответствующих цехах, и производственные мощности цехов в часах в расчете на сутки соответственно приводятся в таблице.

Цех	Изделие		Производственные мощности
	1	2	
1	2	1.7	17
2	2	1	9
3	3	2.5	15.5

Прибыль от продажи 1-го изделия равна 2.3 д.е., 2-го – 3.5 д.е. Определить план производства, обеспечивающий максимальную прибыль, если выпуск изделия 1 не менее 1.

Задача 2. Решить графически задачу линейного программирования

$$L = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 2$$

$$2x_1 + x_2 \leq 10$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Задача 3. Ресторан быстрого питания располагает одним пунктом обслуживания, где клиенты обслуживаются, не выходя из машины. Место для подъезжающих машин ограничено и может поместить не более 10 машин. Клиенты прибывают с интенсивностью $\lambda=2$ клиента каждые 5 минут. Время обслуживания одного клиента $t_{\text{обсл}} = 5$ минут. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы и дайте рекомендации.

Вариант 19

1. Сформулируйте задачу планирования производства.
2. Системы массового обслуживания. Поток требований их характеристики. Свойства простейшего потока требования.

Задача 1. Коммерсант хочет закупить обувь двух типов: А и В. Количество обуви, закупочные цены и цены, по которым он предлагает реализовать обувь, приведены в таблице.

Обувь	Цены		Количество пар обуви
	Закупка	Реализация	
А	11	23	20
В	12	22	25

Как выгоднее вложить деньги, если общая сумма, которой располагает коммерсант в данное время, составляет 460 денежных единиц, и обуви А нужно закупить не менее 12 пар?

Задача 2. Графически решить игру.

1	7	4	4
10	5	0	1

Задача 3. Почтовое отделение имеет два обслуживающих окна. Клиенты прибывают на почтовое отделение с интенсивностью $\lambda=20$ клиентов в час. Время обслуживания одного клиента $t_{\text{обсл}} = 5$ минут. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы и дайте рекомендации.

Вариант 20

1. Суть математического моделирования систем. Примеры математических моделей систем.
2. Определить верхнюю и нижнюю цену игры и наличие седловой точки.

1	0	10	7	0
2	3	8	3	3
9	3	3	7	3

Задача 1. При изготовлении изделий И1 и И2 используются токарные и фрезерные станки, сталь и цветные металлы. По технологическим нормам на производство единицы изделия И1 требуется токарного и фрезерного оборудования соответственно 300 и 200 станко-часов, 40 кг стали и 20 кг цветных металлов. Для производства единицы изделия И2 требуется 400, 100, 70 и 50 соответствующих единиц тех же ресурсов. Цех располагает 12400 и 4400 станко-часами оборудования, 980 и 640 кг материалов. Прибыль от реализации единицы изделия И1 составляет 600 д.е., изделия И2 – 850 д.е.

Составить план выпуска изделий, обеспечивающий максимальную прибыль.

Задача 2. Решить графически задачу линейного программирования

$$\begin{aligned}L &= 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min \\x_1 + x_2 &\leq 4 \\3x_1 + x_2 &\geq 4 \\x_1 + 5x_2 &\geq 4 \\0 &\leq x_1 \leq 3 \\0 &\leq x_2 \leq 3\end{aligned}$$

Задача 3. Почтовое отделение имеет два обслуживающих окна и 4 кресла для ожидания. Клиенты прибывают на почтовое отделение с интенсивностью $\lambda=30$ клиентов в час. Время обслуживания одного клиента $t_{\text{обсл}} = 5$ минут. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы и дайте рекомендации.

Вариант 21

1. Понятие многокритериальной оптимизации.
2. Характеристика СМО с ожиданием и с ограниченной очередью.

Примеры.

Задача 1. Предприятие электроизделий выпускает два вида продукции - электроутюги и электропечи. Для их производства предприятие имеет в неделю следующие ресурсы: 300 ч работы управленческого персонала, 480 ч работы машин и 500 ч работы рабочих. Для выпуска одного электроутюга необходимы: 1 ч работы управленцев, 1 ч работы машин и 2 ч работы рабочих. Соответственно, для выпуска одной электропечи необходимы: 1 ч работы управленцев, 2 ч работы машин и 1 ч работы рабочих. Прибыль, полученная от реализации 1 электроутюга – 30 д.е., 1 электропечи – 50 д.е.

Составить план работы предприятия, обеспечивающий максимальную прибыль.

Задача 2. Графически решить игру.

8	2	9	3
---	---	---	---

3	4	10	4
---	---	----	---

Задача 3. В универсаме имеется 4 кассы. Каждый покупатель, имеющий непустую кошелку, отправляется к кассам и занимает очередь. Интенсивность потока $\lambda=35$ покупателей в час. Время обработки покупателя кассой $t_{\text{обсл}} = 3$ мин. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найти все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы.

Вариант 22

1. Экономические задачи, решаемые с использованием теории массового обслуживания.
2. Определить верхнюю и нижнюю цену игры и наличие седловой точки.

3	7	1
---	---	---

0	1	7
---	---	---

4	4	2
---	---	---

9	5	8
---	---	---

0	10	0
---	----	---

Задача 1. На кондитерской фабрике выпускается два вида карамели: К1 и К2. Для производства карамели требуется сахар, патока и повидло. Запасы сырья, расходы сырья на производство карамели и прибыль, получаемая от продажи 1 т карамели, приведены в таблице.

Сырье	Расход сырья		Запасы
	K1	K2	
Сахар	0.7	0.5	700
Патока	0.3	0.2	300
Повидло	0.1	0.3	150
Прибыль	1000	1120	

Составить план выпуска карамели, максимизирующий прибыль, если выпуск карамели K1 не меньше 150 т.

Задача 2. Графически решить игру.

2	0
1	9
4	0
9	1

Задача 3. Автостоянка для посетителей офиса имеет всего 5 мест. Автомобили прибывают на стоянку с интенсивностью 6 автомобилей в час. Время пребывания автомобилей на стоянке 30 минут. Посетители, которые не могут найти свободного места на стоянке непосредственно по прибытии, могут временно ожидать освобождения места на территории стоянки. Таким мест для ожидания на стоянке имеется 3. Если и стоянка, и все места для ожидания заполнены, то прибывшие автомобили вынуждены искать другую автостоянку. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найти все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы.

Вариант 23

1. В чем состоит суть графического метода решения задач линейного программирования? Как построить на графике область допустимых решений?

2. Определить верхнюю и нижнюю цену игры и наличие седловой точки.

6	5	8
5	4	5
7	9	6
5	6	5
6	6	4

Задача 1. В опытном хозяйстве установили, что откорм животных возможен тогда, когда животное будет получать вещества А не менее 10 ед., вещества В - не менее 12 ед. и вещества С - не менее 4 ед. Для кормления животного используются два вида корма. В 1 кг корма первого вида содержится 2, 2 и 0 единиц питательных веществ соответственно. В 1 кг корма второго вида содержится 1, 3, 2 единицы питательных веществ соответственно. Цена

1 кг корма первого вида равна 50 д.е., корма второго вида - 60 д.е. Сколько корма каждого вида нужно расходовать ежедневно, чтобы затраты на него были минимальными?

Задача 2. Графически решить игру.

2	9	4	4
2	8	9	7

Задача 3. На автозаправочной станции имеется 3 автоматически работающие бензоколонки. Интенсивность потока желающих заправиться машин $\lambda=35$ машин в час. Время заправки на одной колонке $t_{\text{обсл}} = 10$ минут. Если обе колонки заняты, подъезжающие машины ожидают на прилегающей к заправке стоянке, которая помещает 5 машин. Если все места на стоянке заняты, клиенты вынуждены уезжать в поисках другой автозаправки. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы.

Вариант 24

1. Методы и модели решения игровых задач. Максимальные и минимальные стратегии (верхняя и нижняя цена игры).

2. Определить верхнюю и нижнюю цену игры и наличие седловой точки.

1	5	9	4	2
2	3	5	6	0
10	8	1	5	7

Задача 1. На заводе ежемесячно скапливается около 14 т отходов металла, из которого можно штамповать большие и малые шайбы. Месячная потребность завода в больших шайбах 600 тыс. шт., в малых – 1100 тыс. шт. Расход металла на тысячу больших шайб – 22 кг, на тысячу малых – 8 кг. Для изготовления шайб используются два прессы холодной штамповки. Производительность каждого за смену 9 тыс. шт. больших шайб либо 11,5 тыс. шт. малых. Завод работает в две смены 22 дня в месяц.

Недостающее количество шайб закупается. Оптовая цена больших шайб 11,9 руб. (за тысячу штук), а малых – 5,2 руб. Определить месячный план производства шайб, обеспечивающий минимальные затраты на их покупку.

Задача 2. Решить графически задачу линейного программирования

$$\begin{aligned} L &= x_1 - 2x_2 \rightarrow \max \\ -3x_1 + 2x_2 &\leq 6 \\ 5x_1 + 2x_2 &\leq 10 \\ x_1 + x_2 &\geq -1 \\ x_1 &\geq 0 \end{aligned}$$

Задача 3. В библиотеке работает 2 библиотекаря. Интенсивность прихода читателей $\lambda=5$ человек в час. Время обслуживания одного читателя $t_{\text{обсл}} = 15$ минут. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы.

Вариант 25

1. Сформулируйте задачу планирования производства. Графический метод решения задач линейного программирования.

2. Определить верхнюю и нижнюю цену игры и наличие седловой точки.

8	5	6	8	1
3	6	2	6	6
9	0	8	3	5

Задача 3. Рацион стада крупного рогатого скота из 220 голов включает пищевые продукты A, B, C, D и E . В сутки одно животное должно съесть не менее 2 кг продукта A , 1,5 кг продукта B , 0,9 кг продукта C , 3 кг продукта D и 1,8 кг продукта E . Однако в чистом виде указанные продукты не производятся. Они содержатся в концентратах K_1, K_2, K_3 . Их цена и содержание в них продуктов (в процентах) приведены в таблице.

Концентраты	Продукты, %					Цена, руб.
	A	B	C	D	E	
K_1	15	22	0	0	4	5
K_2	19	17	0	14	7	4
K_3	5	12	25	5	8	9

Минимизировать затраты на покупку концентратов при рациональном кормлении скота.

Задача 2. Решить графически игру

2	7	10	1
5	3	6	2

Задача 3. Супермаркет имеет 5 касс. Все кассы постоянно работают. Покупатели подходят к кассам с интенсивностью $\lambda = 100$ человек в час. Время расчета одного покупателя в кассе $t_{\text{обсл}} = 2$ минуты. Дайте классификацию этой системы массового обслуживания. Найдите все возможные ее функциональные характеристики. Сделайте выводы.



5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Литература обязательная

3. Вентцель Е. С. Исследование операций: Задачи, принципы, методология. – М.: Высшая школа, 2001. – 208 с.
4. Системный анализ и исследование операций: учебное пособие / В. А. Силич, М. П. Силич; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во ТПУ, 2000. – 96 с.
5. Хэмди А. Таха. Введение в исследование операций. – 7-е изд.: пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2007. – 912 с.

5.2. Литература дополнительная

6. Силич В. А. Системный анализ экономической деятельности: учебное пособие. – Томск: Изд. ТПУ, 2001. – 97 с.
7. Мур Дж., Уэдерфорд Л. Экономическое моделирование в Microsoft Excel. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 1024 с.
8. Кофман А. Методы и модели исследования операций. – М.: Мир, 1966. – 523 с.
9. Вилкас Э. Й., Майминас Е. З. Решения: теория, информация, моделирование. – М.: Радио и связь, 1981. – 328 с.
10. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики. – М.: Мир, 1985. – 198 с.
11. Ашманов С. А. Линейное программирование. – М.: Наука, 1981. – 304 с.
12. Гольдштейн Е. Г., Юдин Д. Б. Линейное программирование: Теория, методы и приложения. – М.: Наука, 1969. – 736 с.



