ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ
МИИТ

Одобрено кафедрой
«Физика и химия»

ФИЗИКА

Задания на контрольные работы № 3 и № 4
с методическими указаниями
для студентов 2 курса
направления: 220400.62 «Управление в технических системах»,
профиля: Системы и технические средства автоматизации и
управления

Москва 2012

Составители: д.ф.-м.н., доц. Коромыслов В.А.,
к.п.н, доц. Зуева Е.С.
д.ф.-м.н., доц. Шулиманова З.Л.

Рецензент: к.т.н., доц. Климова Т.Ф.

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. В процессе изучения физики студент должен выполнить 4 контрольные работы (по две на каждом курсе). Решение задач в контрольных работах является проверкой степени усвоения студентом теоретического курса, а рецензии на работу помогают доработать и правильно освоить различные разделы курса физики. *Перед выполнением контрольной работы студенту необходимо внимательно ознакомиться с примерами решения задач по данной контрольной работе, уравнениями и формулами, приведенными в методических указаниях.* В некоторых случаях преподаватель может дать студенту индивидуальное задание – задачи, не входящие в вариант студента.
2. **Выбор задач** производится по таблице вариантов, приведенных в каждом разделе: **первые четыре задачи выбираются по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой учебного шифра, а пятую и шестую задачи – с предпоследней цифрой шифра.** Например, при шифре 1140–ЭН-2319 – первые четыре задачи берут по варианту 9, а пятую и шестую задачи - из варианта 1.
3. **Правила оформления контрольных работ и решения задач**:

3.1. Условия всех задач студенты переписывают полностью без сокращений.

3.2. Все значения величин, заданных в условии и привлекаемых из справочных таблиц, записывают для наглядности сокращенно (столбиком) в тех же единицах, которые заданы, а затем рядом осуществляют перевод в единицы СИ. Все задачи, если нет соответствующей оговорки, следует решать в СИ.

3.3. В части задач необходимо выполнять чертежи или графики с обозначением всех величин. Рисунки надо выполнять аккуратно, используя чертежные инструменты; объяснение решения должно быть согласовано с обозначениями на рисунках.

3.4. Необходимо указать физические законы, которые должны быть использованы, и аргументировать возможность их применения для решения данной задачи.

3.5. С помощью этих законов, учитывая условие задачи, получить необходимые расчетные формулы.

3.6. Вывод формул и решение задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями.

3.7. Использованные в формулах буквенные обозначения должны быть согласованы с обозначениями, приведенными в условии задачи и на приведенном рисунке. Дополнительные буквенные обозначения следует сопровождать соответствующими объяснениями.

3.8. Получив расчетную формулу, необходимо проверить ее размерность.

Пример проверки размерности:

$[v] = [GM/R]^{1/2} = \{[м^3 \cdot кг^{-1} \cdot с^{-2}] \cdot [кг] \cdot [м^{-1}]\}^{1/2} = (м^2/с^2)^{1/2} = м/с.$

3.9. Основные физические законы, которыми следует пользоваться для вывода расчетных формул при решении задач, приведены в разделе «Основные физические формулы и законы».

3.10. После проверки размерности полученных формул проводится численное решение задачи. Вычисления следует производить по правилам приближенных вычислений с точностью, соответствующей точности исходных числовых данных условия задачи. Числа следует записывать в стандартном виде, используя множитель 10, например не 0,000347, а $3{,}47 \cdot 10^{-4}$.

3.11. Если контрольная работа не допущена к зачету, то все необходимые дополнения и исправления сдают вместе с незачтенной работой. Исправления в тексте незачтенной работы не допускаются.

3.12. Допущенные к зачету контрольные работы с внесенными уточнениями предъявляются преподавателю на зачете. Студент должен быть готов дать во время зачета пояснения по решению всех выполненных задач и уметь решать задачи подобные, тем, что были в контрольной работе.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

1. Т. И Трофимова. Курс физики: Учебное пособие. М.: Академия, 2008
2. Т. И. Трофимова Краткий курс физики. М.: Высшая школа, 2004
3. В. Ф. Дмитриева, В. Ф. Прокофьев. Основы физики. М.: Высшая школа, 2009
4. А.А. Яворский, Б.М. Детлаф Курс физики. М.: Высшая школа, 2008

Дополнительная литература

5. В.Н. Недостаев Курс физики в 2-х томах, М., РГОТУПС, 2005
6. В.М. Гладской. Физика. Сборник задач с решениями. М., Дрофа, 2008
7. Т.И Трофимова. Сборник задач по курсу физики с решениями М.: Высшая школа. 2008
8. А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. Задачник по физике. М. Физматлит, 2009
9. Е.В.Фиргант Руководство к решению задач по курсу общей физики. Лань. 2008.
10. В.М. Гладской. Физика. Сборник задач с решениями. М., Дрофа, 2008
11. И.Л. Касаткина. Практикум по общей физике. Ростов н/Д: Феникс, 2009.

ЗАДАНИЯ НА КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Студенты выполняют на втором курсе две контрольных работы согласно таблицам 3 – 4

Контрольная работа №3

Таблица 3

Вариант	Номера задач					
	1	2	3	4	5	6
0	310	320	330	340	350	360
1	311	321	331	341	351	361
2	312	322	332	342	352	362
3	313	323	333	343	353	363
4	314	324	334	344	354	364
5	315	325	335	345	355	365
6	316	326	336	346	356	366
7	317	327	337	347	357	367
8	318	328	338	348	358	368
9	319	329	3139	349	359	369

Тематика задач

№ 310 – 319 – механические колебания, маятники;
№ 320 – 329 – волновые процессы;
№ 330 – 339 – интерференция и дифракция света;
№ 340 – 349 – поляризация света;
№ 350 – 359 – тепловое излучение
№ 360 –369 – квантово-оптические явления

Контрольная работа №4

Таблица 4

Вариант	Номера задач					
	1	2	3	4	5	6
0	410	420	430	440	450	460
1	411	421	431	441	451	461
2	412	422	432	442	452	462
3	413	423	433	443	453	463
4	414	424	434	444	454	464
5	415	425	435	445	455	465
6	416	426	436	446	456	466
7	417	427	437	447	457	467
8	418	428	438	448	458	468
9	419	429	439	449	459	469

Тематика задач

№ 410 – 419 уравнение состояния газов;
№ 420 – 429 – внутренняя энергия газа;
№ 430 – 439 – адиабатический процесс;
№ 440 – 449 – первое начало термодинамики;
№ 450 – 459 – тепловые машины, КПД тепловой машины;
№ 460 – 469 – ядерные реакции.

Контрольная работа № 3
Основные законы и формулы

Механические колебания и волны

1. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний материальной точки массой m

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} \cdot x = 0 \quad \text{или} \quad \ddot{x} + \omega_0^2 \cdot x = 0,$$

где m –масса материальной точки; ω_0- круговая частота; x – смещение материальной точки от положения равновесия; k – упругость.

1. а) Кинематическое уравнение гармонических колебаний материальной точки

$$x = A\cos(\omega \cdot t + \varphi),$$

где x – смещение; A – амплитуда колебаний; ω – круговая частота; φ – начальная фаза.

б) Скорость и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания

$$\upsilon = -A\omega \sin(\omega \cdot t + \varphi);$$

$$a = -A\omega^2 \cos(\omega \cdot t + \varphi).$$

3. Период колебаний:

а) тела, подвешенного на пружине

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\kappa}},$$

где m – масса тела; κ – жесткость пружины;

б) математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}},$$

где ℓ – длина маятника; g – ускорение свободного падения;

в) физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mga}},$$

где J – момент инерции колеблющегося тела относительно оси вращения;
a – расстояние центра тяжести маятника от оси вращения;
$L = \frac{J}{ma}$ – приведенная длина физического маятника.

4. Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты:

а) амплитуда результирующего колебания

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 \cdot A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)};$$

б) начальная фаза результирующего колебания

$$\varphi = arctg\frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}.$$

5. Траектория точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях ,($x_1 = A_1 \cos\omega t$, $y = A_2 \cos(\omega t + \varphi)$)

а) $y = (A_2 / A_1)x$, (если разность фаз $\Delta\varphi = 0$);

б) $y = -(A_2 / A_1)x$, (если разность фаз $\Delta\varphi \pm \pi$);

в) $x^2 / A_1^2 + y^2 / A_2^2 =$ - 1 (если разность фаз $\Delta\varphi = \pm\pi/2$)

6.Сила, действующая на колеблющуюся материальную точку массой m

$$F = -m\omega_0^2 x,$$

где ω_0 - круговая частота; x – смещение точки от положения равновесия.

7. Кинетическая энергия точки, совершающей прямолинейные гармонические колебания,

$$T=\frac{mV^2}{2}=\frac{mA^2\omega_0{}^2}{2}\sin^2(\omega t+\varphi)=\frac{mA^2\omega_0^2}{4}[1-\cos 2(\omega_0 t+\varphi)],$$

где m –масса материальной точки; ω_0 - круговая частота; V – скорость материальной точки; A – амплитуда колебаний; φ - начальная фаза.

8. Потенциальная энергия точки, совершающей прямолинейные гармонические колебания,

$$\Pi=-\int_0^x Fdx=\int_0^x m\omega_0^2 xdx=\frac{m\omega_0^2 x^2}{2}=\frac{mA\omega_0^2}{4}[1-\cos 2(\omega_0 t+\varphi)],$$

где m –масса материальной точки; ω_0 - круговая частота; x – смещение точки от положения равновесия;; A – амплитуда колебаний; φ - начальная фаза.

9. Механическая энергия

$$E=T+\Pi=\frac{mA^2\omega_0^2}{2}.$$

10. Связь разности фаз $\Delta\varphi$ колебаний с расстоянием между точками среды, отсчитанным в направлении распространения колебаний:

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi\cdot\Delta x}{\lambda},$$

где λ – длина волны.

11. Связь между длиной волны λ, периодом T колебаний и частотой ν:

$$\lambda=\upsilon T,\quad \upsilon=\lambda\nu,$$

где υ - скорость распространения колебаний в среде
(фазовая скорость).

12. Волновое число

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{\upsilon T}=\frac{\omega}{\upsilon},$$

где λ – длина волны; υ - фазовая скорость; T – период колебаний.

13. Уравнение плоской бегущей волны

$$y=A\cos\omega\left(t-\frac{x}{\vartheta}\right),$$

где y – смещение любой из точек среды с координатой x в момент t;
υ – скорость распространения колебаний в среде.
или

$$y=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0),$$

где y – смещение точек среды с координатой x в момент времени t;

A – амплитуда волны; ω - циклическая (круговая) частота; k – волновое число; φ_0 - начальная фаза колебаний.

14. Фазовая (υ) и групповая (U) скорости и связь между ними:

$$\upsilon = \frac{\omega}{k}, \quad U = \frac{d\omega}{dk}, \quad U = \upsilon - \lambda \frac{d\upsilon}{d\lambda},$$

где ω - циклическая (круговая) частота; k – волновое число; λ- длина волны.

15. Уравнение стоячей волны

$$y = 2A\cos\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x \cdot \cos\omega t = 2A\cos kx \cdot \cos\omega t.$$

16. Координаты пучностей и узлов стоячей волны:

$$x_n = \pm m\frac{\lambda}{2}, \quad x_y = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} \quad (m = 1,2,...).$$

17. Эффект Доплера в акустике:

$$\nu = \frac{(\upsilon \pm \upsilon_{пр})}{\upsilon \pm \upsilon_{ист}}\nu_0,$$

где ν - частота звука, воспринимаемая движущимся приемником;
ν_0- частота звука, посылаемого источником;
$\upsilon_{пр}$ - скорость движения приемника звука;
$\upsilon_{ист}$ - скорость движения источник звука;
υ - скорость звука.

Верхний знак берется, если при движении источника или приемника происходит их сближение, нижний знак – в случае их взаимного удаления.

1. Скорость света в среде

$$\upsilon = \frac{c}{n},$$

где c – скорость света в вакууме; n – показатель преломления среды.

2. Оптическая длина пути световой волны

$$L = n \cdot l,$$

где ℓ – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n.

3. Оптическая разность хода двух световых волн

$$\Delta = L_1 - L_2.$$

4. Зависимость разности фаз от оптической разности хода световых волн

$$\Delta\varphi = 2\pi(\Delta / \lambda),$$

где λ – длина световой волны.

5. Условие максимального усиления света при интерференции

$$\Delta = \pm 2\kappa \frac{\lambda}{2} = \pm \kappa\lambda \qquad (\kappa = 0, 1, 2,\ldots).$$

Условие максимального ослабления света при интерференции

$$\Delta = \pm(2\kappa + 1)\frac{\lambda}{2} \qquad (\kappa = 0, 1, 2,\ldots).$$

6. Оптическая разность хода световых волн, возникающая при отражении монохроматического света от тонкой пленки

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \iota_1} \pm \frac{\lambda}{2}$$

или

$$\Delta = 2dn\cos i_2 \pm \frac{\lambda}{2},$$

где d – толщина пленки; n – показатель преломления пленки;

ι_1 – угол падения; ι_2 – угол преломления света в пленке.

Добавочная разность хода $\lambda/2$ возникает при отражении света от оптически более плотной среды.

7. Радиус светлых колец Ньютона в отраженном свете

$$r_k = \sqrt{\frac{(2\kappa - 1)R\lambda}{2n}} \qquad (\kappa = 1, 2, 3,\ldots),$$

где κ – номер кольца; R – радиус кривизны линзы; n – показатель преломления среды, находящейся между линзой и стеклянной пластинкой.

Радиус темных колец Ньютона в отраженном свете

$$r_k = \sqrt{\frac{\kappa R\lambda}{n}} \qquad (\kappa = 0, 1, 2,\ldots).$$

8. Радиус κ-ой зоны Френеля

а) для сферической волны

$$r_k = \sqrt{\frac{ab}{a+b}\lambda}\ ,$$

где a – расстояние между диафрагмой с круглым отверстием и точечным источником света;

b – расстояние между диафрагмой и экраном, на котором ведется наблюдение дифракционной картины; κ – номер зоны Френеля;

λ – длина волны.

б) для плоской волны

$$r_k = \sqrt{b\kappa\lambda}\,.$$

9. Дифракция света на одной щели при нормальном падении света (дифракция Фраунгофера).

Угол φ отклонения лучей, соответствующих минимуму интенсивности света:

$$a\sin\varphi = \mp 2k\frac{\lambda}{2} = k\lambda \qquad (\kappa = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots),$$

где a – ширина щели; κ – порядковый номер минимума; λ – длина волны.

Угол φ отклонения лучей, соответствующий максимуму интенсивности

$$a\sin\varphi = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad (k = 0,1,2,3,\ldots),$$

где φ – приближенное значение угла дифракции.

10. Дифракция света на дифракционной решетке при нормальном падении лучей.

Условие главных максимумов интенсивности:

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda \qquad (k = 0,1,2,3,\ldots),$$

где d – период (постоянная решетки); κ – номер главного дифракционного максимума в случае монохроматического света или порядок спектра в случае белого света; φ – угол отклонения лучей, соответствующий максимуму интенсивности.

11. Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

где $\Delta\lambda$ – наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda + \Delta\lambda$), при которой эти линии могут быть видны раздельно в спектре, полученном посредством данной решетки; N – полное число щелей решетки.

12. Формула Вульфа-Брэгга:

$$2d\sin\theta = k\lambda,$$

где θ – угол скольжения (угол между направлением параллельного пучка рентгеновского излучения, падающего на кристалл, и атомной плоскостью в кристалле);

d – расстояние между атомными плоскостями кристалла.

13. Закон Брюстера:

$$tgi_{Бр} = n_{21}$$

где $\iota_{Бр}$ – угол падения, при котором отразившийся от диэлектрика луч полностью поляризован;

$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$ – относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

14. Закон Малюса:

$$I = I_0\cos^2\alpha$$

где I_0 – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор;

I – интенсивность этого света после прохождения им анализатора;

α – угол между направлением колебаний электрического вектора света, падающего на анализатор и плоскостью пропускания анализатора (если колебания электрического вектора падающего света совпадают с этой плоскостью, то анализатор пропускает данный свет без ослабления).

15. Угол поворота плоскости поляризации монохроматического света при прохождении через оптически активное вещество:

a) $\varphi = ad$ (в твердых телах),

где α – постоянная вращения;

d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

б) $\varphi = \varphi = [\alpha]\rho d$ (в растворах),

где $[\alpha]$ – удельное вращение;

ρ – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

Тепловое излучение. Квантовые свойства света
Основные законы и формулы

1. Закон Стефана-Больцмана

$$R_e = \sigma T^4,$$

где R_e - энергетическая светимость (излучательность) абсолютно черного тела,

$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{Вт}{\left(м^2 \cdot K^4\right)}$ - постоянная Стефана-Больцмана,

T – термодинамическая температура по шкале Кельвина.

2. Первый закон Вина (закон смещения Вина)

$$\lambda_m = \frac{b}{T}.$$

где λ_{m} - длина волны, на которую приходится максимум излучения абсолютно черного тела,

$b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}\, м \cdot K$ - постоянная первого закона Вина.

3. Второй закон Вина

$$\left(r_{\lambda,T}\right)_{\max} = b' \cdot T^5,$$

где $\left(r_{\lambda,T}\right)_{\max}$ - максимальная спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела,

$b' = 1{,}3 \cdot 10^5\, Вт / \left(K^5 \cdot м^3\right)$ - постоянная второго закона Вина.

4. Энергия фотона

$$\varepsilon = h\nu \quad \text{или} \quad \varepsilon = \hbar\omega,$$

где h - постоянная Планка, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ - приведенная постоянная Планка;

ν - частота фотона, $\omega = 2\pi\nu$ - циклическая частота.

5. Масса фотона

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h}{(c \cdot \lambda)},$$

где c - скорость света в вакууме, λ - длина волны фотона.

6. Импульс фотона

$$P = mc = \frac{h}{\lambda}.$$

7. Формула Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A + E_{\max}^{(k)}$$

где $h\nu$ – энергия фотона, падающего на поверхность металла,

A-работа выхода электрона,

$E_{\max}^{(k)}$ - максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

8. Красная граница фотоэффекта:

$$\nu_0 = \frac{A}{h} \text{ или } \lambda_0 = \frac{hc}{A}.$$

где ν_0 и λ_0 - минимальная частота света и соответствующая длина волны, при которых еще возможен фотоэффект.

9. Давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность,

$$P = \frac{E_e}{c}(1+\rho) = \omega(1+\rho),$$

где $E_e = Nh\nu$ – облученность поверхности;

ρ - коэффициент отражения (для зеркальной поверхности $\rho = 1$, дл черной поверхности $\rho = 0$);

ω - объемная плотность энергии излучения.

10. Изменение длины волны при комптоновском рассеянии

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\vartheta) = \frac{2h}{mc}\sin^2\frac{\vartheta}{2} = 2\lambda_C \sin^2\frac{\vartheta}{2},$$

где λ и λ' - длины волн падающего и рассеянного излучения;

m – масса электрона; ϑ - угол рассеяния;

$\lambda_C = \frac{h}{mc} = 2{,}43\text{пм}$ - комптоновская длина волны.

Атом водорода по Бору и его квантово-механическое описание

Основные законы и формулы

1. Обобщенная формула Бальмера, описывающая серии в спектре излучения атома водорода,

$$\nu = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \text{ или } \frac{1}{\lambda} = R'\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

где ν - частота спектральных линий в спектре атома водорода;

$R = 3{,}29 \cdot 10^{15} c^{-1}$ – постоянная Ридберга;

$R' = 1{,}10 \cdot 10^{7}\, м^{-1}$ - постоянная Ридберга;

$\frac{1}{\lambda}$ - волновое число;

m определяет серию $(m = 1,2,3,...)$;

n определяет отдельные линии соответствующей серии $(n = m+1, \mathrm{m}+2,...)$;

$\mathrm{m} = 1$ (серия Лаймена),

$\mathrm{m} = 2$ (серия Бальмера),

$\mathrm{m} = 3$ (серия Пашена),

$\mathrm{m} = 4$ (серия Брэкета),

$\mathrm{m} = 5$ (серия Пфунда),

$\mathrm{m} = 6$ (серия Хэмфри).

2. Закон Мозли (спектральные линии характеристического рентгеновского излучения)

$$\frac{1}{\lambda} = R'(Z-a)^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right),$$

где Z-порядковый номер элемента, n = 1,2,3,…; k =(n+1), (n+2),…

a – постоянная экранирования.

Первый постулат **Бора** (постулат стационарных состояний)

$$m_e \upsilon_n r_n = n \cdot \hbar, \qquad (n = 1,2,3...)$$

где m_e - масса электрона; υ_n - скорость электрона на *n*-й орбите радиусом r_n.

3. Второй постулат Бора (правило частот)

$$h\nu = E_n - E_m,$$

где E_n и E_m - энергии стационарных состояний атома соответственно до и после излучения (поглощения).

4. Радиус *n* - й стационарной орбиты в боровской модели атома водорода

$$r_n = n^2 \cdot \frac{h^2 \cdot 4\pi\varepsilon_0}{m_e e^2}, \ (n = 1,2,3...)$$

где *ħ=h/2*π - приведенная постоянная Планка;

ε_0 - электрическая постоянная; m_0 - масса электрона;

e – элементарный заряд.

5. Первый боровский радиус

$$r_1 = a_0 = \frac{h^2 \cdot 4\pi\varepsilon_0}{m_e \cdot e^2} = 52{,}8 нм$$

6. Энергия электрона в атоме водорода по Бору

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2} \qquad (n = 1,2,3...),$$

$$E = -\frac{13{,}6}{\text{n}^2}\,эВ \qquad (n = 1, 2, 3 \ldots)$$

где h - постоянная Планка;

m_0 - масса электрона;

e – элементарный заряд.

7. Потенциальная энергия в водородоподобном атоме

$$U = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r},$$

где r – расстояние между электроном и ядром;

Z – порядковый номер элемента.

8. Собственное значение энергии электрона в водородоподобном атоме

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\cdot\frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2} \qquad (n = 1, 2, 3 \ldots)$$

9. Энергия электрона в атоме водорода при квантово-механическом описании

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\cdot\frac{m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2} \quad (n = 1, 2, 3 \ldots)$$

10. Энергия ионизации атома водорода

$$E_i = -E_1 = -\frac{m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}$$

11. Момент импульса (механический орбитальный момент) электрона

$$L_i = \hbar\sqrt{l(l+1)},$$

где l- орбитальное квантовое число, принимающее при заданном n значения: $l = 0{,}1{,}2{,}3\ldots, \text{n} - 1$ (всего n значений).

12. Проекция момента импульса на направление Z внешнего магнитного поля

$$L_{iZ} = \hbar m_l,$$

где $L_{iZ} = m_l$ - магнитное квантовое число, принимающее при заданном l значения: $m_l = 0, \pm1, \pm2, \ldots \pm l$ (всего $2l+1$ значений).

13. Правило отбора для орбитального и магнитного чисел

$$\Delta l = \pm 1,$$

$$\Delta m_l = 0, \pm 1.$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. К невесомой пружине, коэффициент упругости которой 200 Н/м, прикреплен груз массой 1 кг. Груз смещен на 10 см от положения равновесия, после чего предоставлен себе. Определить наибольшее и наименьшее ускорения груза. Трением пренебречь.

Дано:

k = *200* Н/м

$m = 1$ *кг*

$A_0 = 10$ *см* $= 0{,}1$ *м*

---

a_{max} - ?; a_{min} - ?

Решение.

Под действием силы упругости груз совершает свободное гармоническое колебание, уравнение которого запишем в виде:

$$x = A\cos\omega t\,. \qquad (1)$$

где A_0 – амплитуда колебания, ω – циклическая частота.

Продифференцировав выражение (1) по времени, определим скорость груза

$$v = \frac{dx}{dt} = -A_0 \cos\omega t\,, \qquad (2)$$

после дифференцирования скорости по времени определим ускорение:

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = -A_0\omega^2 \cos\omega t = -\omega^2 x\,. \qquad (3)$$

Так как

$$\omega^2 = \frac{\kappa}{m}, \qquad (4)$$

то:

$$a = -\omega^2 x = -\frac{k}{m}x\,. \qquad (5)$$

Ускорение имеет максимальное значение при $x = A_0$, т.е. при наибольшем отклонении от положения равновесия:

$$|a_{\max}| = \frac{k}{m}A_0\,. \qquad (6)$$

В положении равновесия при $x = 0$ ускорение $a = 0$.

Проверка размерности расчетной формулы:

$$[a] = \frac{Н \cdot м}{м \cdot кг} = \frac{кг \cdot м \cdot м}{с^2 \cdot м \cdot кг} = \frac{м}{с^2}\,.$$

Подставляя числовые значения в выражение (6), получим:

$$\left|a_{\max}\right| = \frac{200}{1} \cdot 0{,}1 = 20(м/с^2).$$

Ответ: наибольшее ускорение груза равно 20 $м/с^2$, наименьшее ускорение груза равно нулю.

Задача 2. Материальная точка участвует одновременно в двух перпендикулярных гармонических колебаниях, уравнения которых:

$$x = A\cos\omega_1 t \qquad (1)$$

$$y = A\cos\omega_2 t, \qquad (2)$$

где A_1 = 1 см; $\omega_1 = \pi$ с$^{-1}$; A_2 = 2 см; $\omega_2 = \pi/2$ с$^{-1}$.

Найти уравнение траектории точки. Построить траекторию с соблюдением масштаба и указать направление движения точки.

Дано:

$x = A\cos\omega_1 t$;

$y = A\cos\omega_2 t$

A_1 = 1 см = 0,01м;

A_2 = 2 см = 0,02м;

$\omega_1 = \pi$ с$^{-1}$;

$\omega_2 = \pi/2$ с$^{-1}$

$y = f(x)$?

Решение.

Чтобы определить траекторию точки, исключим время из уравнений (1) и (2). Заметив, что $y = A\cos\omega_2 t$, применим формулу косинуса половинного угла:

$$cos(\alpha/2) = \pm\sqrt{(1+\cos\alpha)/2}. \qquad (3)$$

Используя это соотношение и отбросив размерности *x* и *y*, можно написать:

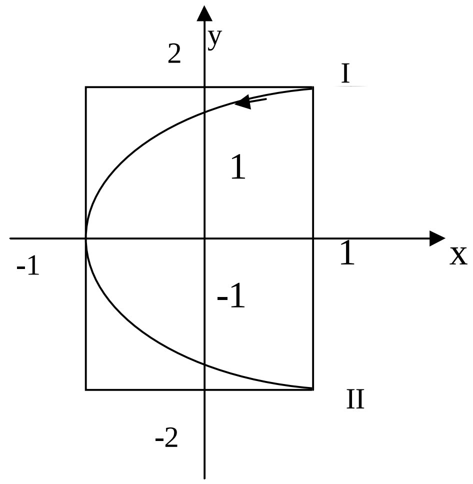
$$y = 2\cos\frac{\omega_1 t}{2} = 2\frac{\sqrt{1+\cos\omega_1 t}}{2};$$

$$x = \cos\omega_1 t,$$

откуда $y = \pm 2\sqrt{(1+x)/2}$ или $y = \pm\sqrt{2x+2}$. (3)

Выражение (3) есть уравнение параболы, ось которой совпадает с осью OX. Как показывают уравнения (1) и (2), амплитуда колебаний точки по оси OX равна 1, а по оси OY – 2. Следовательно, абсциссы всех точек траектории заключены в пределах от -1 до +1, а ординаты – от -2 до +2. Для построения траектории найдем по уравнению (3) значения *y*, соответствующие ряду значений *x* удовлетворявших условию $|x| \le 1$:

x	y = $\sqrt{2x+2}$	x	y = $\sqrt{2x+2}$
- 1	0	0	± 1,41
- 0,75	± 0,71	0,5	± 1,73
- 0,5	± 1	1	± 2



Начертив координатные оси и выбрав единицу длины - сантиметр, построим точки. Соединив их плавной кривой, получим траекторию результирующего колебания точки, та представляет собой часть параболы, заключенной внутри прямоугольника амплитуд.

Далее определим направление движения точки. Из уравнений (1) и (2) находим, что период колебаний точки по горизонтальной оси $T_x = 2$ *с*, а по вертикальной оси $T_y = 4$ *с*.

Следовательно, когда точка совершает одно полное колебание по оси OX, она совершает только половину полного колебания по оси OY. В начальный момент (t = 0) имеем: x = 1, y = 2 (точка находится в положении 1). При t = 1 с получим: x = -1 и y = 0 (точка находится в вершине параболы). При t = 2 с получим: x = 1 и y = -2 (точка находится в положении 2). После этого она будет двигаться в обратном направлении.

Ответ: уравнение движения точки $y = \pm\sqrt{2x+2}$ есть уравнение параболы; траектория движения точки изображена на рисунке.

Задача 3. Плоская волна распространяется в упругой среде со скоростью 100 *м/с*. Наименьшее расстояние между точками среды, фазы колебаний которых противоположны, равно 1*м*. Определить период колебаний и частоту.

Дано:

$\upsilon = 100\,м/с;$

$\Delta x = 1м$

$T - ?$ $\quad \nu - ?$

Решение.

Точки, находящиеся друг от друга на расстоянии, равном длине волны, колеблются с разностью фаз, равной 2π. Точки, находящиеся друг от друга на любом расстоянии, колеблются с разностью фаз, равной

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x \qquad (1)$$

Решая это равенство относительно λ, получаем:

$$\lambda = 2\pi\Delta x / \Delta\varphi \qquad (2)$$

По условию задачи $\Delta\varphi = \pi$.

Подставляя значения величин, входящих в выражение (2), получим:

$$\lambda = \frac{2\pi \cdot 1}{\pi} = 2(м).$$

Скорость υ распространения волны связана с длиной волны λ и периодом колебаний T отношением:

$$\lambda = \upsilon \cdot T = \upsilon / \nu\ , \qquad (3)$$

где ν – частота колебаний

Из выражения (3) определяем частоту колебаний:

$$\nu = \frac{\upsilon}{\lambda}.$$

Период колебаний

$$T = \frac{1}{\nu}.$$

Проверка размерности расчетных формул:

$$[\nu] = \frac{м}{с \cdot м} = \frac{1}{с} = Гц;\ \ [T] = \frac{1}{с^{-1}} = с.$$

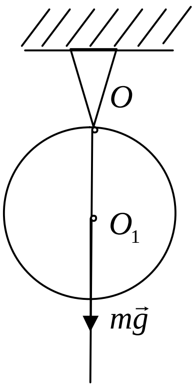
Вычисление: $\nu = \frac{100}{2} = 50(Гц);$

Ответ: частота колебаний равна 50*Гц*, период колебаний равен 0,02 *с*.

Задача 4. Тонкое кольцо радиуса R совершает малые колебания около точки O (рис.). Найти период колебаний, если они происходят в плоскости рисунка.

Дано: R - радиус кольца

T- ?



Решение.

При отклонении центра кольца от вертикали, проходящей через точку подвеса (рис.) на небольшой угол φ ($\varphi << 1$) на кольцо действует момент силы тяжести, возвращающий его в положение равновесия.

$$M = -mgR\sin\varphi = -mgR\varphi. \qquad (1)$$

Основное уравнение динамики твердого тела выглядит в данном случае следующим образом:

$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} = M\,, \qquad (2)$$

где M - момент силы тяжести, J – момент инерции кольца относительно точки O.

Согласно теореме Штейнера

$$J = J_c + ma^2 \qquad (3)$$

где $J_c = mR^2$ – момент инерции кольца относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости кольца; $a = R$.

Следовательно,

$$J = 2mR^2 \qquad (4)$$

Подставляя (1) и (4) в (2), получим:

$$2mR^2\cdot\frac{d^2\varphi}{dt^2} + mgR\varphi = 0\,, \qquad (5)$$

откуда приходим к уравнению малых колебаний кольца:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\cdot\varphi = 0\,, \qquad (6)$$

где

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{2R}}$$ – круговая частота колебаний. (7)

Из формулы (7) выражаем период колебания кольца:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}} \ .$$

Ответ: период колебаний кольца $T = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$.

Задача 5. Наблюдатель, стоящий на станции, слышит гудок проходящего электровоза. Когда электровоз приближается, частота звуковых колебаний гудка равна ν_1, а когда удаляется – ν_2. Принимая, что скорость звука известна, определить: 1) скорость $\upsilon_{ист}$ электровоза;

2) собственную частоту ν_0 колебаний гудка.

Дано:
ν_1 - частота воспринимаемого сигнала при приближении электровоза;
ν_2 - частота воспринимаемого сигнала при удалении электровоза;
υ - скорость звука.

---

1) $\upsilon_{ист}$ - ?
2) ν_0 - ?

Решение.

Согласно формуле, выражающей частоту ν воспринимаемого сигнала в эффекте Доплера:

$$\nu = \frac{(\upsilon \pm \upsilon_{пр})\nu_0}{\upsilon \pm \upsilon_{ист}}, \qquad (1)$$

где ν – частота звука, воспринимаемая движущимся приемником;
ν_0 – частота звука, посылаемого источником;
$\upsilon_{пр}$ – скорость движения приемника звука;
$\upsilon_{ист}$ – скорость движения источник звука;
υ – скорость звука.

По условию задачи скорость приемника $\upsilon_{пр} = 0$, следовательно,

$$\nu = \frac{\upsilon\nu_0}{\upsilon \pm \upsilon_{ист}}, \qquad (2)$$

$$\begin{cases} \nu_1 = \dfrac{\upsilon \nu_0}{\upsilon - \upsilon_{ист}} & \text{(электровоз приближается к наблюдателю);} \quad (3) \\ \nu_2 = \dfrac{\upsilon \nu_0}{\upsilon + \upsilon_{ист}} & \text{(электровоз удаляется от наблюдателя).} \quad (4) \end{cases}$$

Из уравнений (3) и (4) выражаем скорость источника звука:

$$\upsilon_{ист} = \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1 + \nu_2} \cdot \upsilon . \quad (5)$$

$$\nu_1 = \frac{\upsilon \nu_0}{\upsilon - \dfrac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1 + \nu_2}\upsilon} = \frac{\nu_0 (\nu_1 + \nu_2)}{2\nu_2}, \quad (6)$$

$$\nu_0 = \frac{2\nu_1 \nu_2}{\nu_1 + \nu_2}. \quad (7)$$

Ответ: скорость электровоза $\upsilon_{ист} = \dfrac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1 + \nu_2} \cdot \upsilon$,

собственная частота колебаний гудка $\nu_0 = \dfrac{2\nu_1 \nu_2}{\nu_1 + \nu_2}$.

Задача 6. Расстояние между двумя когерентными источниками равно 0,9 *мм*. Источники, испускающие монохроматический свет с длиной волны 640 *нм*, расположены на расстоянии 3,5 *м* от экрана. Определить число светлых полос, располагавшихся на 1 *см* длины экрана.

Дано: λ = 640 *нм* = $64 \cdot 10^{-8}$ *м*;

d = 0,9 *мм* = $9 \cdot 10^{-4}$ *м;*

L = 3,5 *м*.

$\dfrac{\kappa}{x} = ?$

Решение.

В точке О на экране (рис.) будет максимальная освещенность: точка О равноудалена от обоих источников S'_1 и S'_2, поэтому разность хода волн, S'_1 О и S'_2 О равна нулю. В произвольной точке экрана $О_к$ максимум освещенности будет наблюдаться, если оптическая разность хода когерентных волн равна целому числу длин волн:

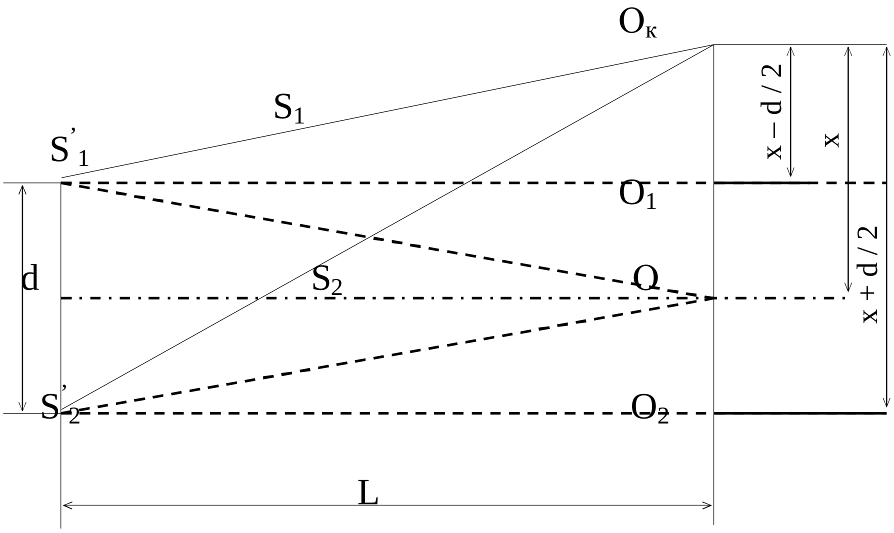
$$\Delta = S_2 - S_1 = k\lambda \quad (1)$$

где S_2, S_1 – оптические пути интерферирующих волн; λ – длина волны падающего света; κ – номер светлой полосы (центральная светлая полоса принята за нулевую).

Оптическая разность хода волн

$$\Delta = \frac{xd}{L}, \qquad (2)$$

где x – расстояние от центральной светлой полосы до $к$-й светлой полосы.



Учитывая выражение (1), получим:

$$\Delta = \frac{xd}{L} = \kappa\lambda \qquad (3)$$

Из выражения (3) определяем число светлых интерференционных полос на единицу длины:

$$\frac{\kappa}{x} = \frac{d}{L\,\lambda}.$$

Произведем **вычисления:**

$$\frac{\kappa}{x} = \frac{9 \cdot 10^{-4}\,м}{3{,}5м \cdot 64 \cdot 10^{-8}\,м} = 400м^{-1},$$

Следовательно, число светлых полос, располагавшихся на 1 *см* длины экрана, равно 4.

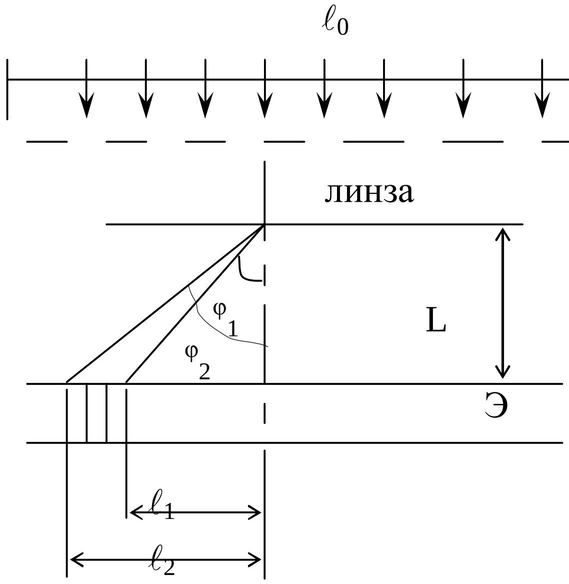
Ответ: на один сантиметр экрана приходится 4 светлые полосы.

Задача 7. На дифракционную решетку длиной 10 *мм,* имеющую 400 штрихов на 1 *мм*, падает нормально свет от разрядной трубки. Помещенная вблизи решетки линза проецирует дифракционную картину (рис.) на плоский экран Э, удаленный от линзы на расстояние 1м. Определить:

1) ширину спектра первого порядка, если границы видимого спектра составляют 780 *нм* (красный край спектра) и 400 *нм* (фиолетовый край спектра);

2) число спектральных линий красного цвета, которые теоретически можно наблюдать с помощью данной дифракционной решетки;

3) в спектре какого порядка эта решетка может разрешить две линии с длиной волны, равной 500 *нм* и 500,1 *нм*



Дано: $\ell_0 = 10$ *мм* $= 10^{-2}$ *м*;

$N = 4 \cdot 10^5$;

$L = 1$ *м*;

$\lambda_{кр} = 780$ *нм* $= 7{,}8 \cdot 10^{-7}$ *м*;

$\lambda_ф = 400$ *нм* $= 4 \cdot 10^{-7}$ *м*;

$\lambda_1 = 500$ *нм* $= 5 \cdot 10^{-7}$ *м*;

$\lambda_2 = 500{,}1$ *нм* $= 5{,}001 \cdot 10^{-7}$ *м*.

$\ell_1 = ?$; $\kappa_{кр} = ?$; $\kappa = ?$

Решение.

Угол φ отклонения лучей, соответствующий максимуму фиолетового цвета при дифракции света на решетке, определяется из условия:

$$d \sin\varphi = k\lambda_ф \qquad (1)$$

$k = 1$, следовательно,

$$\sin\varphi_1 = \frac{\lambda_ф}{d}. \qquad (2)$$

Аналогично, для дифракционного максимума красного цвета получим:

$$\sin\varphi_2 = \frac{\lambda_{кр}}{d}. \qquad (3)$$

Из рисунка следует, что расстояние от центра дифракционной картины до фиолетовой спектральной линии равно

$$l_1 = L \cdot tg\varphi_1. \qquad (4)$$

Соответственно, для красной спектральной линии

$$l_2 = L \cdot tg\varphi_2 \qquad (5)$$

Ширина спектра первого порядка будет

$$\Delta l = l_2 - l_1,$$

или с учетом (4), (5):

$$\Delta l = L(tg\varphi_2 - tg\varphi_1) \qquad (6)$$

В случае малых углов φ для спектра первого порядка справедливо выражение:

$$tg\varphi \approx \sin\varphi .$$

Поэтому, подставив выражения (2) и (3) в формулу (6), получим:

$$\Delta l = \frac{L}{d}\left(\lambda_{кр.} - \lambda_{ф}\right) \qquad (7)$$

Зная число штрихов N на 1 $мм$ решетки, найдем период решетки:

$$d = \frac{l}{N}. \qquad (8)$$

Подставляя (8) в формулу (7), получим:

$$\Delta l = \frac{L \cdot N}{l}\left(\lambda_{êð} - \lambda_{ô}\right),$$

где $N = 4 \cdot 10^5$ - число штрихов, приходящихся на 1 метр решетки

Произведем **вычисления:**

$$\Delta \ell = 1 \cdot 4 \cdot 10^5 (7,8 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7}) = 1,52 \cdot 10^{-1} (м) = 15,2\,см$$

Для определений числа спектральных линий красного цвета найдем максимальное значение κ_{max}., исходя из того, что максимальный угол отклонения лучей не может превышать 90° ($\sin 90^\circ = 1$).

Из формулы (1) имеем:

$$k = \frac{d \sin\varphi}{\lambda_{кр}}. \qquad (9)$$

Следовательно,

$$k_{\max} = \frac{d}{\lambda_{кр}}.$$

С учетом (8), получим:

$$k_{\max} = \frac{1}{n\lambda_{кр}} = \frac{1}{4 \cdot 10^5 \cdot 7,8 \cdot 10^{-7}} = 3,3.$$

Так как число κ_{max} должно быть обязательно целым, то κ_{max}=3. Влево и вправо от центра картины будет наблюдаться одинаковое число спектральных линий, равное $2\kappa_{max}$. Таким образом, общее число спектральных линий равно $2\kappa_{max}$ = 6.

Так как разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN, \qquad (10)$$

то минимальная разница длин волн двух спектральных линий, разрешаемых решеткой

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda = \frac{\lambda}{\text{к}N}. \qquad (11)$$

Две спектральные линии разрешены, если

$$\lambda_2 - \lambda_1 \geq \frac{\lambda}{\text{кN}}. \tag{12}$$

Подставляя (11) в (12) и, учитывая, что $\lambda = \lambda_1$, получаем:

$$\lambda_2 - \lambda_1 \geq \frac{\lambda_1}{\text{кN}}. \tag{13}$$

Из выражения (13) следует, что спектральные линии разрешены в спектрах с порядком

$$\kappa \geq \frac{\lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)\text{N}}. \tag{14}$$

Произведем вычисления:

$$\kappa \geq \frac{5 \cdot 10^{-7}}{(5{,}001 - 5) \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{5}} = 1{,}25.$$

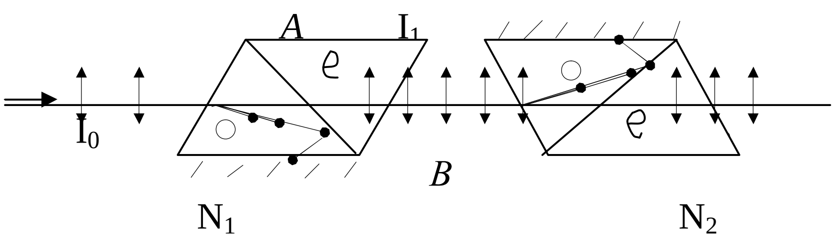
Так как κ - целое число, то в спектре порядка $k \geq 2$ указанная решетка может разрешить две линии с длинами волн 500 *нм* и 500,1 *нм*.

Ответ: 1) ширина спектра первого порядка равна 15,2 *см*;

2)число спектральных линий красного цвета, которые теоретически можно наблюдать с помощью данной дифракционной решетки, равно 6;

3) решетка может разрешить две линии с длинами волн 500 *нм* и 500,1 *нм* в спектрах, порядок которых $\kappa \geq 2$.

Задача 8. Во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, прошедшего через две призмы Николя, главные оси которых составляют угол 60° Потери света в каждой призме составляют 10% (рис.).



Дано: $\alpha = 60^0$;
$\kappa = 0{,}1$.

$\frac{I_0}{I_2} = ?$

Решение.

В результате двойного лучепреломления естественный луч света, попадая на первую призму Николя (поляризатор), раздваивается на обыкновенный (*о*) и необыкновенный (*е*) лучи. Оба луча поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Обыкновенный луч, подчиняясь закону преломления, преломляется и, подойдя к слою канадского бальзама в призме (граница AB), испытывает полное отражение и поглощается зачерненной боковой гранью призмы. Необыкновенный луч проходит через призму. Таким образом, на выходе поляризатора получается плоскополяризованный свет, интенсивность которого с учетом потерь на отражение и поглощение света поляризатором равна:

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1-\kappa), \tag{1}$$

где I_0 – интенсивность естественного света, падающего на поляризатор; κ – коэффициент, учитывавший потери на отражение и поглощение. Плоско поляризованный луч света, падая на вторую призму Николя (анализатор), также расщепляется на обыкновенный и необыкновенный лучи. Обыкновенный луч полностью поглощается призмой. Необыкновенный луч проходит через призму. После прохождения анализатора интенсивность света уменьшается как за счет отражения и поглощения света анализатором, так и из-за несовпадения плоскости поляризации света с главной плоскостью анализатора. В соответствии с законом Малюса и с учетом потерь на отражение и преломление света интенсивность равна:

$$I_2 = I_1 (1-\kappa) \cos^2 \alpha , \tag{2}$$

где α – угол между плоскостями поляризации поляризатора и анализатора. Подставляя выражение (1) в (2), имеем:

$$I_2 = \frac{1}{2} I_0 (1-\kappa)^2 cos^2 \alpha \ . \tag{3}$$

Относительное уменьшение интенсивности света при прохождении света через 2 призмы Николя равно:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-\kappa)^2 \cos^2 \alpha} \ . \tag{4}$$

Подставив в расчетную формулу (4) значение κ = 0,1; $\alpha = 60^\circ$, получим:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-0{,}1)^2 \cos^2 60^0} = 9{,}88.$$

Ответ: интенсивность естественного света уменьшится в 9,88 раз.

Задача 9. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения черного тела 0,58 *мкм*. Определить энергетическую светимость (излучательность) поверхности тела.

Дано: $\lambda_0 = 0{,}58 мкм = 5{,}8 \cdot 10^{-7} м$

$R_e - ?$

Решение.

Энергетическая светимость R_e абсолютно черного тела в соответствии с законом Стефана-Больцмана пропорциональна четвертой степени термодинамической температуры и выражается формулой

$$R_e = \sigma T^4, \qquad (1)$$

где σ – постоянная Стефана-Больцмана, T – термодинамическая температура.

Температуру T можно вычислить с помощью закона Вина:

$$\lambda_0 = \frac{b}{T}, \qquad (2)$$

где b – постоянная первого закона смещения Вина.

Используя формулы (2) и (1), получаем выражение:

$$R_e = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_0} \right)^4 \qquad (3)$$

Произведем **вычисления:**

$$R_e = 5,67 \cdot 10^{-8} \left(\frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{5,8 \cdot 10^{-7}} \right)^4 = 3,54 \cdot 10^7 \left(\frac{Вт}{м^2} \right) = 35,4 \left(\frac{МВт}{м^2} \right).$$

Ответ: энергетическая светимость поверхности тела равна $35,4 \frac{МВт}{м^2}$.

Задача 10. Определить максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра:

1) ультрафиолетовым излучением с длиной волны 0,155 *мкм*;
2) гамма-излучением с длиной волны 1 *пм*.

Дано: $\lambda_1 = 0{,}155 мкм = 1{,}55 \cdot 10^{-7} м$,

$\lambda_2 = 1 пм = 1 \cdot 10^{-12} м$.

$\upsilon_{\max 1} - ?$ $\upsilon_{\max 2} - ?$

Решение.

Максимальную скорость фотоэлектронов можно определить из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта

$$\varepsilon = A + \frac{m\upsilon_0^{\,2}}{2}, \qquad (1)$$

где $\tilde{\varepsilon}$ - энергия фотонов, падающих на поверхность металла,

A – работа выхода электрона,

$\frac{m\upsilon_0^2}{2}$ - максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

Энергия фотона вычисляется также по формуле:

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}, \qquad (2)$$

где h - постоянная Планка, c - скорость света в вакууме, λ - длина световой волны.

Кинетическая энергия электрона может быть выражена или по классической формуле:

$$E_{max}^{(k)} = \frac{m\upsilon_0^2}{2} \qquad (3)$$

или по релятивистской формуле:

$$E_{max}^{(k)} = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right), \qquad (4)$$

где E_o – энергия покоя электрона, $\beta = \upsilon / c$.

Скорость фотоэлектрона зависит от энергии фотона, вызывающего фотоэффект. Если энергия ε фотона намного меньше энергии покоя E_o электрона, то может быть применена формула (3). Если же энергия фотона ε сравнима по величине с энергией покоя электрона E_o, то вычисление по формуле (3) приводит к большой ошибке, поэтому нужно пользоваться формулой (4).

1) Вычислим энергию фотона ультрафиолетового излучения по формуле (2):

$$\varepsilon_1 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{1,55 \cdot 10^{7}} = 1,28 \cdot 10^{-18} (\text{Дж})$$

Или
$$\varepsilon_1 = \frac{1,28 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 8(\text{эВ}).$$

Полученная энергия фотона (8 *эВ*) много меньше энергии покоя электрона (0,51 *МэВ*). Следовательно, в этом случае кинетическая энергия фотоэлектронов в формуле (1) может быть выражена по классической формуле (3):

$$\varepsilon_1 = A + \frac{m_0 v_{max}^2}{2},$$

Откуда

$$\upsilon_{\max} = \sqrt{2(\varepsilon_1 - A) / m_o}. \qquad (5)$$

Проверим размерность выражения (5).

$$\left(\frac{[\varepsilon_1 - A]}{[m_o]}\right)^{\frac{1}{2}} = (1Дж/1кг)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1Н \cdot 1м}{1кг}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1кг \cdot 1м \cdot 1м}{1с^2 \cdot 1кг}\right)^{\frac{1}{2}} = 1м/с\ .$$

Подставим значение величин в формулу (5):

$$\upsilon_{\max} = \sqrt{\frac{2(1,28 \cdot 10^{-18} - 0,75 \cdot 10^{-18})}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 1,08 \cdot 10^{6}\ (м/с)\ м/с\ .$$

2) Вычислим энергию фотона гамма-излучения:

$$\varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{10^{-12}} = 1,99 \cdot 10^{-13}\ (Дж)$$

или во внесистемных единицах:

$$\varepsilon_2 = \frac{1,99 \cdot 10^{-13}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,24 \cdot 10^{6}\ (эВ) = 1,24 МэВ.$$

Работа выхода электрона (A = 4,7 *эВ*) пренебрежимо мала по сравнению с энергией фотона (ε_2 = 1,24 *МэВ*), поэтому можно принять, что максимальная кинетическая энергия электрона равна энергии фотона. Так как в данном случае кинетическая энергия электрона больше его энергии покоя, то для вычисления скорости электрона следует использовать релятивистскую формулу кинетической энергии (4).

Из этой формулы

$$\beta = \sqrt{(2E_o + E^{(k)}_{max})E^{(k)}_{max}} \,/\, \left(E_0 + E^{(k)}_{\max}\right).$$

Заметив, что $\upsilon = c \cdot \beta$ и $E^{(k)}_{max} = \varepsilon_2$, получим:

$$v_{max} = c\frac{\sqrt{(2E_o + \varepsilon_2)\varepsilon_2}}{E_o + \varepsilon_2}.$$

Энергии E_o и ε_2 входят расчетную формулу в виде отношения, поэтому их можно выражать во внесистемных единицах.

Вычисление:

$$v_{max} = 3 \cdot 10^8 \frac{\sqrt{(2 \cdot 0,51 + 1,24) \cdot 1,24}}{0,51 + 1,24} = 2,85 \cdot 10^8 (м/с)$$

Ответ: максимальная скорость фотоэлектронов, вырываемых с

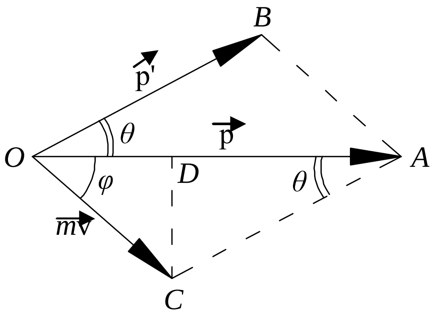
максимальная скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра гамма-излучением, равна $2,85 \cdot 10^8 м/с$

Задача 11. Фотон с энергией ε = 0,75 МэВ рассеялся на свободном электроне под углом θ = 60°. Принимая, что кинетическая энергия и импульс электрона до соударения с фотоном были пренебрежимо малы, определить: 1) энергию $\varepsilon^{'}$ рассеянного фотона; 2) кинетическую энергию T электрона отдачи; 3) направление его движения.

Дано: $\varepsilon = 0{,}75ÌýÂ$.

θ = 60°.

$\varepsilon' - ?$ T - ? $\varphi - ?$



Решение.

1. Энергию рассеянного фотона найдем, воспользовавшись формулой Комптона:

$$\lambda^{'} - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_0 c}\left(1 - \cos\theta\right), \qquad (1)$$

где λ - длина волны падающего фотона;

λ - длина волны рассеянного фотона;

m_0 - масса покоя электрона;

$c = 3 \cdot 10^8\, м/с$ - скорость света в вакууме;

θ - угол рассеяния фотона.

Выразив длины волн λ' и λ через энергии ε', рассеянного фотона, и ε , падающего фотона, получим:

$$\frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon^{'}} - \frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon} = \frac{2\pi\hbar}{m_0 c}\left(1 - \cos\theta\right). \qquad (2)$$

Приведем выражение (2) к виду

$$\frac{1}{\varepsilon^{'}} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1 - \cos\theta}{m_0 c}. \qquad (3)$$

Известно, что энергия покоя электрона

$$E_0 = m_0 c^2 \quad \text{(формула Эйнштейна)} \qquad (4)$$

С учетом (4) формулу (3) запишем в виде:

$$\varepsilon^{'} = \frac{\varepsilon}{\left(\varepsilon / E_0\right)\left(1 - \cos\theta\right) + 1}. \qquad (5)$$

Подставив числовые значения величин, получим значение энергии рассеянного фотона:

$$\varepsilon' = 0{,}43\ МэВ.$$

2. Кинетическая энергия электрона отдачи, как это следует из закона сохранения энергии, равна разности между энергией падающего фотона и энергией рассеянного фотона:

$$T = \varepsilon - \varepsilon' = 0{,}32(МэВ). \qquad (6)$$

3. Направление движения электрона отдачи найдем, применив закон сохранения импульса, согласно которому импульс падающего фотона P равен векторной сумме импульсов рассеянного фотона и электрона отдачи.

$$\vec{P} = \vec{P}' + m\vec{V}\ , \qquad (7)$$

где $\vec{P}$ - импульс падающего фотона;
$\vec{P}'$ - импульс рассеянного фотона;
$m\vec{V}$ - импульс электрона отдачи.

Векторная диаграмма импульсов изображена на рисунке. Все векторы проведены из точки O, где находился электрон в момент соударения с фотоном. Угол φ определяет направление движения электрона отдачи.

Из треугольника OCD находим

$$tg\varphi = \frac{|CD|}{|OD|} = \frac{|CA|\sin\theta}{|OA| - |CA|\cos\theta}, \qquad (8)$$

или

$$tg\varphi = \frac{p'\sin\theta}{p - p'\cos\theta} = \frac{\sin\theta}{p/p' - \cos\theta}. \qquad (9)$$

Так как $P = \dfrac{\varepsilon}{c}$ и $P' = \dfrac{\varepsilon'}{c}$, то

$$tg\varphi = \frac{\sin\theta}{\varepsilon/\varepsilon' - \cos\theta}. \qquad (10)$$

Преобразуем формулу (10) так, чтобы угол φ выражался непосредственно через величины ε и θ, заданные в условии задачи. Из формулы (3) следует:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = \frac{\varepsilon}{E_0}\left(1 - \cos\theta\right) + 1. \qquad (11)$$

С учетом (5) формула (10) примет вид:

$$tg\varphi = \frac{\sin\theta}{\left(1 + \varepsilon/E_0\right)\left(1 - \cos\theta\right)}. \qquad (12)$$

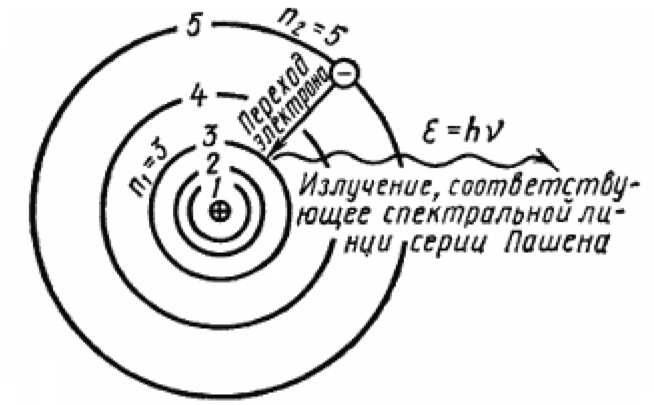
Учитывая, что $\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$ и $1-\cos\theta = 2\sin^2\frac{\theta}{2}$ после соответствующих преобразований получим:

$$tg\varphi = \frac{ctg(\theta/2)}{1+\varepsilon/E_0}. \qquad (13)$$

После вычисления по формуле (13) найдем $tg\varphi = 0{,}701$, откуда φ = 35°.

Ответ: энергия рассеянного фотона равна 0,43 *МэВ*; кинетическая энергия электрона отдачи равна 0,32 *МэВ*; направление движения электрона отдачи определяется углом *φ*, равным 35°.

Задача 12. Определить энергию ε фотона, соответствующего второй линии в первой инфракрасной серии (серии Пашена) атома водорода.



Решение.

Энергия ε фотона, излучаемого атомом водорода при переходе электрона с одной орбиты на другую,

$$\varepsilon = E_i\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right), \qquad (1)$$

где E_i - энергия ионизации атома водорода;

$n_1 = 1,2,3,...$ - номер орбиты, на которую переходит электрон;

$n_2 = n_1+1; n_1+2;...;n_1+m$ - номер орбиты, с которой переходит электрон.

m - номер спектральной линии в данной серии.

Для серии Пашена $n_1 = 3$; для второй линии этой серии $m = 2$; $n_2 = n_1 + m = 3 + 2 = 5$.

Подставив числовые значения в формулу (1), найдем энергию фотона: $\varepsilon = 0{,}97\,эВ$.

Ответ: энергия фотона, соответствующего второй линии в первой инфракрасной серии (серии Пашена) атома водорода равна 0,97 *эВ*.

Контрольная работа № 3

ЗАДАЧИ

310. Написать уравнение колебания, получившегося в результате сложения двух одинаково направленных гармонических колебаний, заданных уравнениями $x_1 = 0.02\cos 0.25t$ и $x_2 = 0.01\cos 0.25(t+1)$

311. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки *A = 2 см*, полная энергия колебаний *W=3·10*$^{-7}$ *Дж*. При каком смещении от положения равновесия на колеблющуюся точку действует сила *F=2.25·10*$^{-5}$ *Н*?

312. Материальная точка совершает колебания по закону $x = x_0 \sin(2\pi t + \pi/6)$. В какой момент времени её потенциальная энергия равна кинетической? Вычислите значение энергии в этот момент времени.

313. Полная энергия тела, совершающего гармонические колебания *W = 5·10*$^{-7}$ Дж, амплитуда колебаний X_m *= 2·10*$^{-2}$ м. Определите смещение, при котором на тело действует сила *F = 2.25·10*$^{-5}$ Н и максимальную силу, действующую на тело.

314. Тело массой *10 г* совершает гармонические колебания по закону $x = 0.1\cos(4\pi t + \pi/4)$, *м*. Определите максимальные значения: возвращающей силы и кинетической энергии.

315. К невесомой спиральной пружине подвесили груз массой *0.1 кг*, при этом пружина удлинилась на *5 см*. Потом груз оттянули на *3 см* и отпустили. Определите уравнение смещения груза; скорость в момент прохождения равновесия; полную энергию колеблющегося груза.

316. Определить период колебаний стержня длиной *0.5 м* около оси, проходящей через точку, лежащую на трети его длины. Чему равна приведенная длина этого физического маятника.

317. Определить период колебаний стержня длиной *0.3 м* около горизонтальной оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец. Чему равна приведенная длина этого физического маятника.

318. Сплошной однородный диск радиусом *10 см* колеблется около оси, перпендикулярной к плоскости диска и проходящей через край диска. Найти период колебаний и приведенную длину этого физического маятника.

319. Как изменится период вертикальных колебаний груза, висящего не двух одинаковых пружинах, если от последовательного соединения пружин перейти к параллельному их соединению.

320. Две точки находятся на расстоянии *Δx = 50 см* друг от друга на прямой, вдоль которой распространяется волна со скоростью *v = 50 м/с*. Период *T* колебаний равен *0.05 с*. Найти разность фаз Δφ колебаний в этих точках

321. Скорость звука в воде *1450 м/с*. Источник колебаний, находящийся в воде, имеет частоту *200 Гц*. Определите длину звуковой волны в воде; расстояние между ближайшими точками, совершающими колебания в противоположных фазах; разность фаз двух точек, находящихся на расстоянии *1 м*.

322. Два когерентных источника колеблются в одинаковых фазах с частотой $\nu = 400$ *Гц*. Скорость распространения колебаний в среде $v = 1$ *км/с*. Определите, при какой наименьшей разности хода, не равной нулю, будет наблюдаться: 1) максимальное усиление колебаний; 2) максимальное ослабление колебаний.

323. Наблюдатель, стоящий на станции, слышит гудок проходящего электровоза. Когда электровоз приближается, частота звуковых колебаний гудка равна ν_1, а когда удаляется — ν_2. Принимая, что скорость звука известна, определите скорость V электровоза; собственную частоту ν_0 колебаний гудка.

324. Электропоезд проходит со скоростью *72 км/ч* мимо неподвижного приемника и дает гудок, частота которого *300 Гц*. Принимая скорость звука равной *340 м/с*, определите скачек частоты, воспринимаемый приемником.

325. Поезд проходит со скоростью *54 км/ч* мимо неподвижного приемника и подает звуковой сигнал. Приемник воспринимает скачек частотой $\Delta\nu = 53$ *Гц*. Принимая скорость звука равной *340 м/с*, определите частоту тона звукового сигнала.

326. Найти смещение от положения равновесия точки, расположенной на расстоянии $r = \lambda/6$ от источника колебаний, для момента времени $t = T/4$. Амплитуда колебаний $A = 2$ *см*.

327. От одного источника до точки М звуковая волна доходит за время $t_1 = 0.67$ *с*, а от второго источника до той же точки волна доходит за $t_2 = 0.7$ *с*. Что будет наблюдаться в точке М: усиление или ослабление звука, если волны когерентные с длиной волны $\lambda = 6.8$ *м*? Скорость звука *340 м/с*.

328. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $v = 15$ *м/с*. Период колебаний точек шнура равен *1.2 с*, амплитуда $A = 2$ *см*. Определить длину волны, фазу колебания, скорость и ускорение точки отстоящей на расстоянии $x = 45$ *м* от источника волн в момент времени $t = 4$ *с*.

329. Звуковые колебания, имеющие частоту $\nu = 0.5$ *кГц* и амплитуду $A = 0.25$ *мм*, распространяются в упругой среде. Длина волны $\lambda = 70$ *см*. Найти: скорость распространения волны и максимальную скорость движения частиц в среде.

330. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0.6$ *мкм*. Найти разность Δr между радиусами светлых колец с порядковыми номерами $k_1=3$ и $k_2 = 4$. Радиус кривизны линзы $R = 8$ *м*. Наблюдение ведется в отраженном свете.

331. На дифракционную решетку, имеющую *200* штрихов на *1 мм*, нормально падает свет от разрядной трубки с водородом. Под каким наименьшим углом дифракции максимумы линий $\lambda_1 = 410.2$ *нм* и $\lambda_2 = 656.3$ *нм* совпадают?

332. На дифракционную решетку, имеющую *100* штрихов на *1 мм*, нормально падает свет от разрядной трубки с водородом. Под какими углами видны первый и последний спектры соответствующие линии $\lambda_1 = 410.2$ *нм*.

333. На дифракционную решетку, имеющую *100* штрихов на *1 мм*, нормально падает свет от разрядной трубки с водородом. Под какими углами видны первый и последний спектры соответствующие линии $\lambda_1 = 656.3$ *нм* совпадают?

334. В опыте с зеркалом Френеля расстояние от мнимых источников света до экрана равно *3 м*. Расстояние между источниками *0.4 мм*. Расстояние между максимумами соседних интерференционных полос на экране *4.5 мм*. Определить длину волны источника монохроматического света.

335. Мыльная пленка освещается белым светом. Угол падения лучей равен 30^o. Какова наименьшая толщина мыльной пленки, если при наблюдении в отраженном свете она представляется красной ($\lambda = 0.7$ *мкм*)? Показатель преломления пленки считать равным $n = 1.33$.

336. Два когерентных источника света посылают на экран свет длиной волны $\lambda = 550$ *нм*, дающий на экране интерференционную картину. Источники удалены один от другого на $d = 2.2$ *мм*, а расстояние от экрана равно $l = 2.2$ *м*. Определить, что будет наблюдаться на экране в точке, находящейся под каждым источником.

337. Расстояние между двумя штрихами дифракционной решетки $d = 4$ *мкм*. На решетку нормально падает свет с длиной волны $\lambda = 0.57$ *мкм*. Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка? Под каким углом он будет наблюдаться?

338. На поверхность дифракционной решетки нормально к ее поверхности падает монохроматический свет. Постоянная дифракционной решетки в $n=4.6$ больше длины световой волны. Найти наибольшее число M дифракционных максимумов, которые теоретически возможно наблюдать в данном случае? Найти угол между направлениями на эти максимумы.

339. Дифракционная решетка имеет $N = 400$ штрихов на длине $l = 2$ *мм*. Она расположена на расстоянии $L = 1$ *м* от экрана. На решетку падает белый свет с длиной волны красного цвета $\lambda_1 = 720$ *нм* и длиной волны фиолетового цвета $\lambda_2 = 430$ *нм*. Найти длину х спектра первого порядка.

340. Кварцевую пластинку поместили между скрещенными николями. При какой наименьшей толщине d_{min} кварцевой пластины поле зрения между николями будет максимально просветлено? Постоянная вращения кварца равна $\alpha = 27$ *град/мм*.

341. Пластинка кварца толщиной $h = 1$ *мм*, вырезанная перпендикулярно к оптической оси и помещенная между двумя параллельными николями, поворачивает плоскость поляризации на угол $\alpha = 20^o$. При какой толщине кварцевой пластинки свет не будет выходить из второго николя?

342. Во сколько раз ослабнет естественный свет, пройдя через два поляризатора, если угол между их главными плоскостями равен 45^o?

343. Яркость светового пучка после прохождения естественного света через две призмы николя уменьшилась в *5.4* раза. Определить процент потерь светового потока в связи с поглощением и отражением в каждом николе, если угол между главными сечениями николей составляет 45^o.

344. Луч света, идущий в стеклянном сосуде, наполненным серной кислотой, отражается от поверхности стекла. При каком угле падения отраженный свет максимально поляризован? Показатель преломления кислоты

1.43; показатель преломления стекла *1.52*. Чему равен угол между падающим и преломленным лучами?

345. Во сколь раз ослабляется свет, проходя через *3* николя, если плоскость поляризации каждого из них по отношению к предыдущему повернута на 30^o? Поглощением и отражением света проходящего через николи пренебречь.

346. Между плоскостями поляризатора и анализатора угол равен 60^o. Во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света по выходе из анализатора, если при прохождении каждого кристалла потери составляют *4%*.

347. Пластинка кварца толщиной $d = 2$ *мм* (удельное вращение кварца $\alpha = 15$ *град/мм*), вырезанная перпендикулярно оптической оси, помещенная между двумя скрещенными николями. Пренебрегая потерями света в николях, определить, во сколько раз уменьшится интенсивность света, прошедшего через эту систему.

348. Раствор глюкозы концентрацией 0.3 *г/см*^{3} в стеклянной трубке поворачивает плоскость поляризации проходящего через него монохроматического света на угол 30^o. Какой должна быть концентрация раствора глюкозы в этой трубке, чтобы он поворачивал плоскость поляризации на угол 45^o.

349. Пластинку кварца толщиной $d = 2$ *мм* поместили между параллельными николями, в результате чего плоскость поляризации монохроматического повернулась на угол $\varphi = 35°$. Какой наименьшей толщины d_{min} следует взять пластинку, чтобы поле зрения поляриметра стало совершенно темным.

350. При нагревании абсолютно черного тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась от *690* до *500* нм. Во сколько увеличилась при этом энергетическая светимость тела?

351. Отверстие муфельной печи излучает поток энергии, равный *454 Вт*. Площадь отверстия *20 см*^{2}. Определить температуру печи.

352. Мощность излучения абсолютно черного тела $P = 105$ *Вт*. Чему равна площадь излучающей поверхности тела, если длина волны, на которую приходится максимум излучения, $\lambda_{max} = 7 \cdot 10^{-7}$ *м*?

353. На какую длину волны приходится максимум излучения Солнца, если считать температуру верхних слоев фотосферы Солнца $T = 5800$ *К*? Какую энергию излучает Солнце за *1* секунду с единицы поверхности?

354. Максимум спектральной плотности энергетической светимости Солнца приходится на длину волны $\lambda = 0.48$ *мкм*. Считая, что Солнце излучает как черное тело, определить температуру и мощность, излучаемую его поверхностью.

355. Какого цвета будет звезда, если температура ее поверхности Т = 4000 К? Какую энергию излучает звезда за *1* секунду с единицы поверхности?

356. Определить энергию, излучаемую через смотровое окошко печи в течении *1* минуты, если температура печи *1500 К*, площадь смотрового окошка 10 см^2. Принять излучение печи за излучение абсолютно черного тела.

357. Источник света мощностью $P = 100\ Вт$ испускает $N = 5\cdot10^{20}$ фотонов за $t = 1\ с$. Найти длину волны излучения λ.

358. Длина волны, на которую приходится максимум излучения Солнца, $\lambda_{max} = 0.47\ мкм$, его радиус $R_c = 7\cdot10^8$ м. Найти изменение · массы Солнца Δm за $t = 10\ лет$. Солнце считать абсолютно черным телом.

359. Найти какое количество энергии с $10\ см^2$ поверхности за $30\ с$ излучает абсолютно черное тело, если известно, что максимальная плотность энергетической светимости приходится на длину волны $484\ нм$.

360. Фотон с энергией $\varepsilon = 0{,}51\ МэВ$ был рассеян при эффекте Комптона на свободном электроне на угол $\theta = 90°$. Определить кинетическую энергию Е электрона отдачи.

361. Определите длины волн и частоты, соответствующие границам серии Пашена.

362. Определите длины волн и частоты, соответствующие границам серии Бальмера

363. Определите длины волн и частоты, соответствующие границам серии Лаймана.

364. Работа выхода электрона из цезия равна $A = 1.8\ эВ$. Какова максимальная длина волны света, который способен выбить из металл (цезия) электрон с кинетической энергией $E = 2\ эВ$.

365. Калий освещается монохроматическим светом с длиной волны 400 нм. Определите наименьшее задерживающее напряжение, при котором фототок прекратиться. Работа выхода электронов из калия равна $2.2\ эВ$.

366. Фотоэлектроны вырываемые с поверхности металла полностью задерживаются при приложении обратного напряжения $U_0 = 3\ В$. Фотоэффект для этого металла начинается при частоте падающего монохроматического света $\nu_0 = 6\cdot10^{14}\ Гц$. Определите работу выхода электрона из этого металла и частоту применяемого излучения.

367. В спектре атомного водорода интервал между первыми двумя линиями, принадлежащими серии Бальмера, составляет $\Delta\lambda = 1{,}71\cdot10^{-7}\ м$. Определите постоянную Ридберга.

368. Рентгеновское излучение ($\lambda=1\ нм$) рассеивается электронами, которые можно считать практически свободными. Определить максимальную длину волны λ_{max} рентгеновского излучения в рассеянном пучке.

369. Какая доля энергии фотона приходится при эффекте Комптона на электрон отдачи, если рассеяние фотона происходит на угол $\theta = \pi/2$? Энергия фотона до рассеяния была $\varepsilon = 0{,}51\ МэВ$.

Контрольная работа № 4
ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Атомное ядро. Радиоактивность

1. Массовое число ядра (число нуклонов в ядре)

$$A = Z + N,$$

где Z –зарядовое число (число протонов); N – число нейтронов.

2. Закон радиоактивного распада

$$dN = -\lambda N dt,$$

Или

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где dN - число ядер, распадающихся за интервал времени dt;

N – число ядер, не распавшихся к моменту времени t;

N_0 - число ядер в начальный момент $(t = 0)$;

λ - постоянная радиоактивного распада.

3. Число ядер, распавшихся за время t,

$$\Delta N = N_0 - N = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right).$$

4. В случае, если интервал времени Δt, за который определяется число распавшихся ядер, много меньше периода полураспада $T_{\frac{1}{2}}$, то число распавшихся ядер можно определить по формуле

$$\Delta N = \lambda N \Delta t.$$

5. Зависимость периода полураспада от постоянной радиоактивного распада

$$T_{\frac{1}{2}} = (\ln 2)/\lambda = 0{,}693/\lambda.$$

6. Среднее время τ жизни радиоактивного ядра, т.е. интервал времени, за который число нераспавшихся ядер уменьшается в e раз,

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

7. Число N атомов, содержащихся в радиоактивном изотопе,

$$N = \frac{mN_A}{\mu},$$

где m – масса изотопа; μ - молярная масса;

$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ - постоянная Авогадро.

8. Активность радиоактивного изотопа

$$A = -dN/dt = \lambda N,$$

Или

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t},$$

где dN – число ядер, распадающихся за интервал времени dt;

A_0 - активность изотопа в начальный момент времени.

9. Удельная активность изотопа

$$a = \frac{A}{m}.$$

Закон поглощения излучения

$I = I_0 \exp(-\mu x)$, где I_0 – интенсивность поглощения на входе в поглощающий слой вещества; I – интенсивность поглощения после прохождения поглощающего слоя вещества; x – толщина слоя вещества; μ – линейный коэффициент поглощения.

$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}$ - слой половинного поглощения. После прохождения этого слоя интенсивность излучения становится равной $I = \frac{I_0}{2}$.

10. Дефект массы ядра

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я,$$

где Z – зарядовое число (число протонов в ядре);
A - массовое число (число нуклонов в ядре);
$(A - Z)$ - число нейтронов в ядре;
m_p - масса протона; m_n - масса нейтрона; m_z - масса ядра.

11. Энергия связи ядра

$$E_{св} = \Delta \mathrm{mc}^2,$$

где Δm - дефект массы ядра; c - скорость света в вакууме.

Обычно для расчетов пользуются внесистемными единицами энергии – *МэВ* и массы – *а.е.м.* Тогда численное значение коэффициента пропорциональности $c^2 = 931 МэВ$.

Молекулярно-кинетическая теория идеального газа

1.Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева-Клапейрона)

$$PV = \frac{m}{\mu}RT,$$

где P - давление газа, V - его объем, T-термодинамическая температура, m - масса газа, μ - масса одного моля газа,
$R = 8{,}31 Дж/(моль \cdot К)$-универсальная газовая постоянная,
$\nu = \frac{m}{\mu}$ - число молей.

2. Количество вещества (в молях)

$$\nu = \frac{N}{N_A} \quad \text{или} \quad \nu = \frac{m}{\mu},$$

где N - число молекул газа, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ *моль*$^{-1}$ - постоянная Авогадро.

3. Количество вещества в смеси газов определяется по формуле:

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n = N_1/N_A + N_2/N_A + \ldots + N_n/N_A$$

или

$$\nu = m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2 + \ldots + m_n/\mu_n\ ,$$

где ν_I, N_i, m_i, μ_I - соответственно количество вещества, число молекул, масса, молярная масса i-й компоненты смеси.

Молярная масса смеси газов:

$$\mu = \frac{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \ldots \nu_n}\ ,$$

где m_i - масса i-го компонента смеси, ν_i - количество вещества i-го компонента смеси, n - число компонентов смеси.

Массовая доля w_i i-го компонента смеси газов (в долях единицы)

$$\omega_i = \frac{m_i}{m}\ ,$$

где m- масса смеси.

Концентрация молекул

$$n = N / V = N_A \rho / \mu,$$

где N - число молекул, содержащихся в данной системе;
ρ -плотность веществ; V - объем системы.

Формула справедлива не только для газов, но и для любого агрегатного состояния вещества.

4. По закону Дальтона давление смеси газов равно сумме их парциальных давлений

$$P = P_1 + P_2 + \ldots + P_n,$$

где n - число компонентов смеси.

Парциальным давлением называется давление газа, которое имел бы каждый газ, входящий в состав смеси, при условии, что при данной температуре он один заполнял бы весь объем.

5.Основное уравнение молекулярно-кинетической теории:

$$P = n_0 kT$$

или

$$P = \frac{2}{3} n_0 < \varepsilon_n >,$$

где P - давление газа;

n_0 – число молекул в единице объема;

$k = \dfrac{R}{N_A} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана;

$< \varepsilon_n >$ - средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы;
Ò - абсолютная температура.
6.Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы:

$$\langle \varepsilon_n \rangle = \frac{3}{2}\mathrm{kT},$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\, Дж/К$ - постоянная Больцмана.

Средняя полная кинетическая энергия молекулы:

$$\langle \varepsilon_n \rangle = \frac{\mathrm{i}}{2}\mathrm{kT},$$

где i – число степеней свободы молекулы (для одноатомного газа i = 3; для двухатомного газа i = 5; для многоатомного газа i = 6).

Средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну степень свободы:

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{2}\mathrm{kT}$$

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул

$$< \varepsilon_n >= \frac{3}{2}kT,$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\, Дж/К$ - постоянная Больцмана;

7. Скорости молекул:

средняя квадратичная скорость

$$< v_{кв} >= \sqrt{3kT/m_i} = \sqrt{3RT/\mu},$$

средняя арифметическая скорость

$$< v >= \sqrt{8kT/\pi m_i} = \sqrt{8RT/\pi\mu},$$

наиболее вероятная скорость

$$v_{НВ} = \sqrt{2kT/m_i} = \sqrt{2RT/\mu},$$

где m_i - масса одной молекулы.

8. Закон для распределения молекул идеального газа по скоростям (закон Максвелла):

$$f(\upsilon) = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \upsilon^2 \cdot e^{-\frac{m_0\upsilon^2}{(2kT)}},$$

где $f(\upsilon)$ - функция распределения молекул по скоростям.

9. Распределение Больцмана (распределение частиц в силовом поле)

$$n = n_0 e^{-\frac{E_n}{kT}},$$

где n - концентрация частиц, E_n - потенциальная энергия молекулы в поле тяготения, n_0 - концентрация частиц в тех точках поля, где $E_n = 0$.

10. Барометрическая формула, выражающая зависимость давления идеального газа от высоты h над поверхностью Земли

$$p = p_0 e^{\frac{-\mu g h}{RT}}$$

где P - давление газа на высоте h_i;

P_0 - давление газа на высоте $h = 0$;

T - термодинамическая температура воздуха на высоте $h = 0$.

11.Средняя длина <*l*> свободного пробега молекул газа

$$< l > = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n},$$

где d – эффективный диаметр молекул; n – концентрация молекул газа.

12.Среднее число соударений молекул в единицу времени

$$< z > = \frac{< v >}{< l >}.$$

13.Динамическая вязкость (коэффициент внутреннего трения):

$$\eta = \frac{1}{3}\rho \cdot \overline{V} \cdot \bar{l} = \frac{1}{3} n_0 m_i \overline{V}\overline{l},$$

где ρ - плотность газа (жидкости);

n_0 - концентрация молекул газа;

m_i - масса одной молекулы;

$\bar{l}$ - средняя длина свободного пробега молекул.

14. Теплопроводность (коэффициент теплопроводности) газа:

$$\lambda = \frac{1}{3} C_{уд.\mathrm{V}} \cdot \rho \cdot < \upsilon > \cdot < l >,$$

где $C_{уд.\mathrm{V}}$ - удельная теплоемкость газа при постоянном объеме;

ρ - плотность газа;

$\overline{\upsilon}$ - средняя арифметическая скорость молекул;

$\bar{l}$ средняя длина свободного пробега молекул

15. Диффузия (коэффициент диффузии):

$$Д = \frac{1}{3} < \upsilon > \cdot < l >.$$

Основы термодинамики

1. Количество теплоты, сообщенное телу при теплообмене:

$$dQ = C \cdot dT ,$$

где C – теплоемкость тела; T – термодинамическая температура.

2. Виды теплоемкостей тел и связь между ними:

$$C = \frac{m}{\mu} C_\mu = mc_{уд} ,$$

где C_μ - молярная теплоемкость тела; $c_{уд.}$ - удельная теплоемкость тела.

3. Молярные теплоемкости при разны процессах:

$$C_{\mu P} = \frac{i+2}{2} R ; \quad C_{\mu V} = \frac{i}{2} R ,$$

где $C_{\mu P}$ - молярная теплоемкость при изобарическом процессе;

$C_{\mu V}$ - молярная теплоемкость при изохорическом процессе.

4. Уравнение Роберта-Майера:

$$C_{\mu P} - C_{\mu V} = R .$$

5. Внутренняя энергия идеального газа:

$$U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot T ,$$

где m - масса газа; μ - молярная масса газа;

i - число степеней свободы молекулы;

$R = 8{,}31 Дж/(моль \cdot К)$ - молярная газовая постоянная;

Т – термодинамическая температура.

или

$$U = \frac{m}{\mu} \cdot C_V \cdot T = \frac{PV}{\gamma - 1}$$

6. Элементарная работа, связанная с изменением объема газа:

$$dA = PdV \qquad \text{или} \qquad A = \int_{V_1}^{V_2} PdV ,$$

где V_1 и V_2 - начальный и конечный объемы газа.

7. Первое начало (закон) термодинамики

а) в дифференциальной форме:

$$\delta Q = dU + \delta A ,$$

где δQ - количество тепла, сообщенное системе;

dU - изменение внутренней энергии системы;

δA - работа, совершенная системой.
б) в интегральной форме:

$$Q = \Delta U + A.$$

8. Работа газа при изотермическом процессе

$$A = Q = P_1 V_1 \ln \frac{P_1}{P_2} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{P_1}{P_2},$$

где P_1 и P_2 - начальное и конечное давления.
9. Уравнение адиабатического процесса (уравнение Пуассона):

$$PV^{\gamma} = const \quad \text{или} \quad TV^{\gamma - 1} = const,$$

где $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ - показатель адиабаты.
10. Термический коэффициент полезного действия тепловой машины:

$$\eta = \frac{A}{Q_1},$$

где Q_1 - количество тепла, полученное системой от нагревателя;
A – работа цикла.
11. Термический коэффициент цикла Карно:

$$\eta = \frac{Q_н - Q_х}{Q_н} = \frac{T_н - T_х}{T_н},$$

где $Q_н$ - тепло, полученное от нагревателя;
$Q_х$ - тепло, переданное холодильнику;
$T_н$ - температура нагревателя; $T_х$ - температура холодильника

12. Изменение энтропии двух состояний системы:

$$\Delta S = S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{dQ}{T},$$

где S_1 и S_2 - начальное и конечное состояние системы. Знак равенства соответствует обратимом процессу, а знак неравенства – необратимому.
dQ - элементарное количество теплоты, полученное телом при температуре *T*.

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu}\left(C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right),$$

т.е изменение энтропии идеального газа при переходе его из состояния 1 в состояние 2 *не зависит от вида процесса перехода*.

При адиабатическом процессе:

$$s = const\,;\ \Delta S = 0\,.$$

При изотермическом процессе:

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1}\,.$$

При изохорном процессе:

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_V \ln \frac{T_2}{T_1}\,.$$

13. Энтропия для квазистационарных процессов:

$$dS = \frac{dQ}{T}\,.$$

14. Формула Больцмана:

$$S = k \cdot \ln W\,,$$

где S - энтропия системы;
W - термодинамическая вероятность состояния системы;
$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ Дж/К$ - постоянная Больцмана.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Вычислить дефект массы и энергию связи ядра ${}^{7}_{3}Li$.

Решение.

Масса ядра всегда меньше суммы масс свободных (находящихся вне ядра) протонов и нейтронов, из которых ядро образовалось. Дефект массы ядра Δm и есть разность между суммой масс свободных нуклонов (протонов и нейтронов) и массой ядра, т.е.

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я \tag{1}$$

где Z – зарядовое число (число протонов в ядре);
A - массовое число (число нуклонов в ядре);
$(A - Z)$ - число нейтронов в ядре;
m_p - масса протона; m_n - масса нейтрона; m_z - масса ядра.

В справочных таблицах всегда даются массы нейтральных атомов, но не ядер, поэтому формулу (1) целесообразно преобразовать так, чтобы в нее входила масса нейтрального атома. Можно считать, что масса нейтрального атома равна сумме масс ядра и электронов, составляющих электронную оболочку атома:

$$m_a = m_z + Z \cdot m_e\,. \tag{2}$$

Из (2) выразим массу ядра:

$$m_z = m_a - Zm_e.$$

Выразив в равенстве (1) массу ядра по формуле (2), получаем

$$\Delta m = Zm_p + (A-Z)m_n - m_a + Zm_e, \text{ или}$$

$$\Delta m = Z(m_p + m_e) + (A-Z)m_n - m_a.$$

Замечая, что

$$m_p + m_e = m_H,$$

где m_H - масса атома водорода, окончательно находим

$$\Delta m = Zm_H + (A-Z)m_n - m_a. \qquad (3)$$

выражение (3) числовые значения масс, получим

$$\Delta m = 3 \cdot 1{,}00783 + (7-3) \cdot 1{,}00867 - 7{,}01601 = 0{,}04216(\grave{a}.\mathring{a}.\grave{\imath}\ .).$$

В соответствии с законом пропорциональности массы и энергии

$$E = c^2 \cdot \Delta m,$$

где c – скорость света в вакууме.

Коэффициент пропорциональности $c^2 = 9 \cdot 10^{16}\, м^2/с^2$, или $c^2 = \frac{\Delta E}{\Delta m} = 9 \cdot 10^{16}\, Дж/кг$.

Если вычислить энергию связи, пользуясь внесистемными единицами, то $c^2 = 931 МэВ / а.е.м.$

Если вычислить энергию связи, пользуясь внесистемными единицами, то $c^2 = 931 МэВ / а.е.м.$ С учетом этого формула (4) примет вид

$$E = 931 \cdot \Delta m\, (МэВ).$$

Подставив найденное значение дефекта массы ядра в формулу (5), получим

$$E = 931 \cdot 0{,}04216 Мээ = 39{,}2 МэВ.$$

Ответ: дефект массы ядра ${}_3^7Li$ составляет 0,04216 а.е.м.

энергия связи атомного ядра ${}_3^7Li$ равна 39,2*МэВ*.

Задача № 2. Вычислить энергию ядерной реакции ${}_1^1P + {}_5^{11}B \longrightarrow 3{}_2^4He$.

Дано:

${}_1^1P + {}_5^{11}B \longrightarrow 3{}_2^4He$;

$m_P = 1{,}00783 а.е.м.$;

$m_B = 10{,}01294 а.е.м.$;

$m_{He} = 4{,}00260 а.е.м.$

$m_e = 0{,}00055 а..е.м.$

$Q-?$

Решение.

$Q=\left(m_P+m_B^Я-3m_{He}^Я\right)\cdot c^2$,   (1)

где m_P - масса протона;

$m_B^Я$ - масса ядра бора;

$m_{He}^Я$ - масса ядра гелия;

c - скорость света в вакууме.

Пользуясь внесистемными единицами полагают $c^2=931\dfrac{МэВ}{а.е.м.}$.

При числовых подсчетах по формуле (1) массы ядер бора и гелия находим как разность масс нейтральных атомов и масс электронов, содержащихся в электронных оболочках данных атомов:

$m_B^Я=m_B-5m_e$;

$m_{He}^Я=m_{He}-2m_e$.

$Q=\left(m_P+m_B-5m_e-3\cdot m_{He}+6\cdot m_e\right)\cdot c^2$;

$Q=\left(m_P+m_B-3m_{He}+m_e\right)\cdot c^2$

$Q=(1{,}00783\,а.е.м.+10{,}01294\,а.е.м.-3\cdot 4{,}00260\,а.е.м.+0{,}00055\,а.е.м.)\cdot$

$\cdot 931\dfrac{МэВ}{а.е.м.}=-918{,}413МэВ$

Так как $Q<0$, энергия поглощается, реакция является эндотермической.

Ответ: энергия ядерной реакции равна -918,413 МэВ, реакция является эндотермической.

Задача 3. Определить, сколько киломолей и молекул водорода содержится в объеме 50 м^3 под давлением 767 мм рт. ст. при температуре 18°С. Какова плотность и удельный объем газа?

Дано:

V = 50 м^3

Р = 767 мм. рт. ст. ≅ 767·133 Па

T = 291 К

M = $2\cdot 10^{-3}$ кг/моль

ν – ?

N – ?

ρ – ?

d – ?

Решение:

На основании уравнения Менделеева – Клайперона:

$$pV=\nu RT$$

устанавливаем число киломолей ν, содержащихся в заданном объеме V. Зная p - давление, V – объем, T – температуру газа, R – молярную газовую постоянную можно определить ν:

$$\nu=\frac{pV}{RT};$$

Число молекул N, содержащихся в данном объеме, находим, используя число Авогадро N_A (которое определяет какое количество молекул содержится в одном киломоле). Общее количество молекул, находящихся в массе m данного газа, может быть установлено, так как известно число молей ν.

$$N = \nu N_A.$$

Подставляя в формулу число киломолей, устанавливаем число молекул, содержащихся в объеме V: $N = 2{,}11 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{26} = 12{,}7 \cdot 10^{26}$.

Плотность газа $\rho = m/V$ определяем из уравнения Менделеева - Клайперона:

$$pV = \frac{m}{M}RT; \qquad \rho = \frac{pM}{RT}.$$

Подставляя числовые значения в единицах СИ в формулы, определим плотность газа:

$$\nu = \frac{767 \cdot 133 \cdot 50}{8{,}31 \cdot 10^3 \cdot 291} = 2{,}11\,(\text{кмоль})$$

$$\rho = \frac{767 \cdot 1{,}33 \cdot 10^2 \cdot 2}{8{,}31 \cdot 10^3 \cdot 291} = 8{,}44 \cdot 10^{-2}\,(\text{кг/м}^3).$$

Удельный объем газа d определяем из уравнения Менделеева - Клайперона:

$$d = \frac{V}{m} = \frac{RT}{pM}; d = \frac{8{,}31 \cdot 10^3 \cdot 291}{767 \cdot 133 \cdot 2} \approx 11{,}9\,(м^3/кг)$$

Ответ: d = 11,9 $м^3$/кг, ν = 2,11кмоль, $\rho = 8{,}44 \cdot 10^{-2}$ кг/$м^3$

Задача 4. В сосуде объемом 2 $м^3$ находится смесь 4 кг гелия и 2 кг водорода при температуре 27°С. Определить давление и молярную массу смеси газов.

Дано:

$V = 2$ $м^3$

$m_1 = 4$ кг

$M_1 = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль

$m_2 = 2$ кг

$M_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль

$T_1 = 300$ К

p - ?

M - ?

Решение:

Воспользуемся уравнением Менделеева - Клайперона, применив его к гелию и водороду:

$$p_1 V = \frac{m_1}{M_1}RT \qquad (1)$$

$$p_2 V = \frac{m_2}{M_2}RT \qquad (2)$$

где p_1 – парциальное давление гелия; m_1 – масса гелия; M_1 – его молярная масса; V – объем сосуда; T – температура газа; $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К) – молярная газовая постоянная; p_2 – парциальное давление водорода; m_2 – масса водорода; M_2 – его молярная масса.

По закону Дальтона: $p = p_1 + p_2$ (3)

Из уравнений (1) и (2) выразим p_1 и p_2 и подставим в уравнение (3):

$$p = \frac{m_1 RT}{M_1 V} + \frac{m_2 RT}{M_2 V} = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)\frac{RT}{V} \qquad (4)$$

С другой стороны, уравнение Менделеева - Клайперона для смеси газов имеет вид:

$$pV = \left(\frac{m_1 + m_2}{M}\right)RT \qquad (5)$$

Сравнивая (4) и (5) найдем молярную массу смеси газов по формуле:

$$M = \frac{m_1 + m_2}{\dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2}} = \frac{m_1 + m_2}{\nu_1 + \nu_2}, \qquad (6)$$

где ν_1 и ν_2 – число молей гелия и водорода соответственно.
Вычисления:

$$p = \left(\frac{4}{4\cdot 10^{-3}} + \frac{2}{2\cdot 10^{-3}}\right)\cdot\frac{8{,}31\cdot 300}{2} \approx 2{,}5\cdot 10^{6}\,(\text{Па}).$$

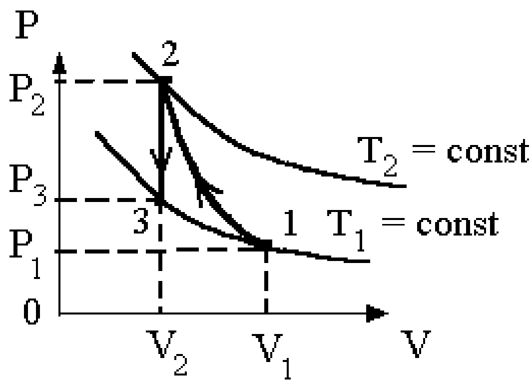
$$M = \frac{4+2}{\dfrac{4}{4\cdot 10^{-3}} + \dfrac{2}{2\cdot 10^{-3}}} = 3\cdot 10^{-3}\,(кг\,/$$

Ответ: $M = 3\cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Задача 5. При адиабатическом сжатии давление воздуха было увеличено от P_1 = 100 кПа до P_2 = 1 МПа. Затем при неизменном объеме температура воздуха была понижена до первоначальной. Определить давление P_3 газа в конце процесса.

Дано:
P_1 =100 кПа=$1\cdot 10^5$ Па
P_2 = 1 МПа =$1\cdot 10^6$ Па
V_2 = const
γ = 1,4
P_3 – ?

Решение:
На *PV* диаграмме представлен график, соответствующий процессу, указанному в условии задачи.



Процесс адиабатического сжатия 1-2 совершается без теплообмена и согласно уравнению Пуассона:

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma}, \qquad \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} = \frac{10^5}{10^6} = 0{,}1. \qquad (1)$$

Макроскопические параметры P, V, T воздуха в состоянии 1, 2, 3 связаны соотношением:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} = \frac{P_3V_3}{T_3},$$

откуда $P_1V_1 = P_3V_3$.

По условию задачи $V_2 = V_3$. Используя уравнение (1) можно записать

$$\frac{V_2}{V_1} = (0{,}1)^{\frac{1}{\gamma}}. \quad \text{Тогда} \quad P_3 = \frac{P_1}{(0{,}1)^{\frac{1}{\gamma}}} = 5{,}2 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Ответ: $P_3 = 5{,}2 \cdot 10^5$ Па.

Задача 6. Определить удельные теплоемкости c_p, c_v, для смеси 1 кг азота и 1 кг гелия.

Дано:

$m_1 = 1$ кг

$M_1 = 28$ кг/кмоль

$i_1 = 5$

$m_2 = 1$ кг

$M_2 = 4$ кг/кмоль газа.

$i_2 = 3$

c_p - ?

c_v - ?

Решение:

Удельной теплоемкостью какого – либо газа называется величина, равная количеству теплоты, которое нужно сообщить единице массы тела, чтобы повысить его температуру на 1 градус. При этом величина теплоемкости зависит от условий, при которых происходит нагревание. Если нагревание происходит при постоянном объеме, то:

$$c_V = \frac{\Delta Q_V}{\Delta T m},$$

где $\Delta Q_V = \Delta U_V$, т.е. все сообщаемое количество теплоты идет на изменение внутренней энергии системы. Изменение внутренней энергии смеси газа определяется формулой: $\Delta U = \frac{m_1}{M_1} \cdot \frac{i_1}{2} R\Delta T + \frac{m_2}{M_2} \cdot \frac{i_2}{2} R\Delta T$, где i_1 и i_2 – число степеней свободы первого и второго газов.

Окончательно получим:

$$c_V = \frac{\left(\frac{m_1}{M_1} \cdot \frac{i_1}{2} + \frac{m_2}{M_2} \cdot \frac{i_2}{2}\right) R}{m_1 + m_2}. \tag{1}$$

Если нагревание происходит при постоянном давлении, то

$$c_p = \frac{\Delta Q_p}{\Delta T m}, \tag{2}$$

где $\Delta Q_p = \Delta U + \Delta A_1$, т.е. сообщаемое газу количество теплоты идет не только на изменение внутренней энергии, но и на работу по расширению газа. Работа при изобарическом расширении для каждого газа равна: $\Delta A_1 = \frac{m_1}{M_1} R\Delta T$; $\Delta A_2 = \frac{m_2}{M_2} R\Delta T$, поэтому:

$$\Delta Q_p = \left(\frac{m_1}{M_1}\cdot\frac{i_1}{2}+\frac{m_2}{M_2}\cdot\frac{i_2}{2}\right)R\Delta T + \left(\frac{m_1}{M_1}+\frac{m_2}{M_2}\right)R\Delta T .$$

Подставляя это значение в уравнение (2), получим:

$$c_p = \frac{\left[\frac{m_1}{M_2}\left(\frac{i_1}{2}+1\right)+\frac{m_2}{M_2}\left(\frac{i_2}{2}+1\right)\right]R}{m_1+m_2} .$$

Произведем вычисления:

$$c_V = \frac{\left(\frac{1}{8}\cdot 3{,}5+\frac{1}{2}\cdot 2{,}5\right)\cdot 8{,}31\cdot 10^3}{2} \approx 3116(\text{Дж/(кг}\cdot\text{К)}).$$

Ответ: $C_V = 3116\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$.

Задача 7. В цилиндре под поршнем находится водород, который имеет массу 0,02 кг и начальную температуру 27°С. Водород сначала расширился адиабатически, увеличив свой объем в 5 раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился в 5 раз. Найти температуру в конце адиабатического расширения и работу, совершаемую газом. Изобразить процесс графически.

Дано:

m = 0,02 кг

T_1 = 27°С = 300 К

$M = 2\cdot 10^{-3}$ кг/моль

$\frac{V_2}{V_1} = 5$

$i = 5$

T_2 - ?

A - ?

Решение:

При адиабатном процессе температура и объем газа связаны соотношением:

$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$, где $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$ – отношение теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме. Для водорода γ = 1,4.

Отсюда выражение для конечной температуры T_2 будет:

$$T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 300\left(\frac{1}{5}\right)^{0{,}4} \approx 157(\text{К}).$$

Работа A_1 газа при адиабатическом расширении равна изменению внутренней энергии:

$$A_1 = \frac{m}{M}C_V(T_1-T_2) = \frac{m}{M}\frac{i}{2}R(T_2-T_1).$$

Работа A_2 газа при изотермическом процессе может быть выражена в виде: $A_2 = RT_2\frac{m}{M}\ln\frac{V_2}{V_1}$.

Подставляя известные числовые значения величин, входящих в правую часть равенства, и выполняя арифметические действия, находим:

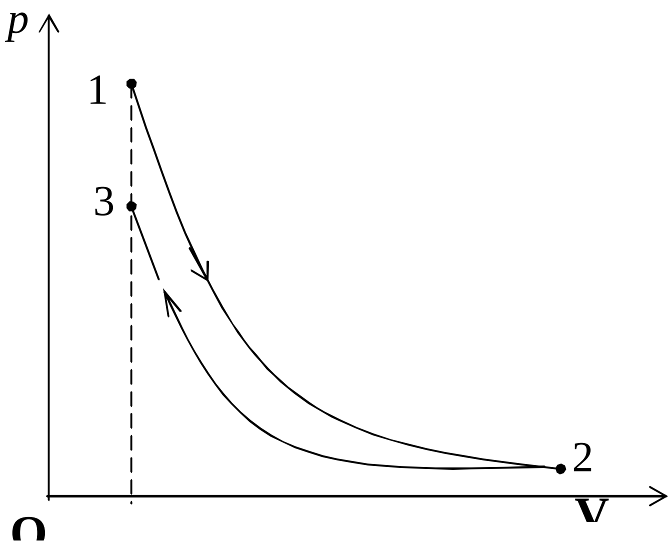
$$A_1 = \frac{0{,}02 \cdot 5 \cdot 8{,}31 \cdot 10^3}{2 \cdot 2}\left(300 - 157\right) \approx 2{,}97 \cdot 10^4\,(\textit{Дж}).$$

$$A_2 = 8{,}31 \cdot 10^3 \cdot 157 \cdot \frac{0{,}02}{2} \ln\frac{1}{5} \approx -2{,}1 \cdot 10^4\,(\textit{Дж}).$$

Знак «минус» показывает, что при сжатии газа работа совершается над газом внешними силами. Полная работа, совершенная газом при описанных процессах, равна:

$$A = 2{,}97 \cdot 10^4 - 2{,}1 \cdot 10^4 = 8{,}7 \cdot 10^3 (\textit{Дж}$$

График процесса приведен на рисунке 1.



Ответ: А = 8,7 · 10^3 Дж.

Задача 8. Идеальный двухатомный газ, содержащий количество вещества $\nu = 1$ моль и находящийся под давлением $P_1 = 0{,}1$ МПа при температуре $T_1 = 300$ К, нагревают при постоянном объеме до давления $P_2 = 0{,}2$ МПа. После этого газ изотермически расширялся до начального давления и затем изобарно был сжат до начального объема V_1. Построить график цикла. Определить температуру T газа для характерных точек цикла и его термический КПД η.

Дано:

$i = 5$

$\nu = 5$моль

P_1= 0,1 Мпа = $1 \cdot 10^5$ Па

T_1= 300 К

P_2= 0,2 Мпа = $2 \cdot 10^5$ Па

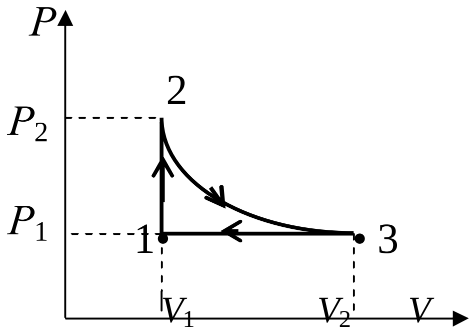
T_2 – ?

T_3 – ?

η – ?

Решение:

В координатах P, V график цикла имеет следующий вид



Переход газа на участке 1-2 происходит изохорически при V_1 = const. Давления и температуры газов в состояниях 1 и 2 связаны между собой соотношением:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{2}.$$

Отсюда $T_2 = 2T_1 = 600$ К.

Так как переход газа 2-3 изотермический, то $T_2 = T_3$.

Термический КПД цикла определяется выражением

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \qquad (1)$$

где Q_1 – количество теплоты, полученное от нагревателя за цикл, Q_2 – количество теплоты, отданное холодильнику за цикл.

Газ получает количество теплоты на участках 1-2 и 2-3

$$Q_1 = Q_{1\text{-}2} + Q_{2\text{-}3},$$

где $Q_{1\text{-}2} = C_v \nu (T_2 - T_1)$ – количество теплоты, полученное при изохорическом нагревании,

$Q_{2\text{-}3} = \nu R T_2 \ln(P_2/P_1)$ – количество теплоты, полученное при изотермическом расширении.

Газ отдает количество теплоты на участке 3-1 при изобарическом сжатии:

$$Q_{3\text{-}1} = Q_2 = C_p \nu (T_2 - T_1),$$

$C_v = \frac{i}{2}R$ – молярная теплоемкость газа при V = const, C_p $\frac{i+2}{2}R$ – молярная теплоемкость газа при P = const.

Подставив значения Q_1 и Q_2, C_v и C_p в формулу (1) получим:

$$\eta = \frac{T_2 \ln \frac{P_2}{P_1} - (T_2 - T_1)}{T_2 \ln \frac{P_2}{P} + \frac{i}{2}(T_2 - T_1)} = 0{,}099, \qquad \eta = 9{,}9\ \%.$$

Ответ: $T_2 = T_3 = 600$ K, $\eta = 9{,}9$ %.

Контрольная работа № 4
ЗАДАЧИ

410. Баллон вместимостью $V = 20$ *л* содержит смесь водорода и азота при температуре *290 К* и давлении *1 МПа*. Определите массу водорода, если масса смеси *150 г*.

411. Три баллона ёмкостью *3, 7* и *5 л* наполнены соответственно: кислородом ($p_1 = 2\cdot10^5$ *Па*) , азотом ($p_2 = 3\cdot10^5$ *Па*) и углекислым газом ($p_3 = 6\cdot10^4$ *Па*) при одной и той же температуре. Каково будет давление смеси газов, если баллоны соединить между собой? Процесс считать изотермическим.

412. Плотность газа при давлении $p = 2\cdot10^5$ *Па* и температуре $t = 17^0$ *С* равна $\rho = 8.2\cdot10^{-2}$ *кг/м*^{3}. Определите молярную массу и концентрацию молекул газа.

413. При нормальных условиях *1 л* газа имеет массу $m = 1.429\cdot10^{-3}$ *кг*. Определите: а) плотность газа; б) его молярную массу; в) число молекул в данной массе газа.

414. Азот содержится в сосуде при температуре $t = 27\ ^0C$ и давлении $p = 1.1\cdot10^5$ *Па*. Определите концентрацию молекул.

415. Какой объем занимает смесь азота массой *2 кг* и гелия массой *1 кг* при нормальных условиях? Чему равна молярная масса смеси?

416. Сосуд вместимостью *0.02 м*^{3} содержит азот массой *7 г* и водород массой *1 г* при температуре *280 К*. Определить давление и молярную массу смеси газов.

417. Найти плотность ρ газовой смеси, состоящей по массе m одной части кислорода и трех частей азота при давлении *100 кПа* и температуре *300 К.*

418. Принимая, что воздух состоит в основном из азота и кислорода, определите процентное содержание этих газов в нем. Молярная масса воздуха $M = 0.029$ *кг/моль*.

419. В сосуде находятся $m_1 = 14$ *г* азота и $m_2 = 9$ *г* водорода при температуре $t = 10$ °*C* и давлении $P = 1$ *МПа*. Найдите молярную массу μ смеси и объем V сосуда.

420. Кинетическая энергия поступательного движения молекул азота, находящегося в сосуде равна $5\cdot10^3$ *Дж,* а средняя квадратичная скорость его молекул равна $2\cdot10^3$ *м/с* количество азота в баллоне.

421. Найти внутреннюю энергию ΔU, а также кинетическую энергию поступательного $E_{пост}$ и вращательного $E_{вр}$ движения молекул, находящихся в *1 г* воздуха при температуре 15^0 *С*. Воздух считать однородным двухатомным газом, масса одного моля которого равна $29\cdot10^{-3}$ *кг/моль.*

422. Баллон содержит водород массой *10 г* при температуре *280 К*. Определить кинетическую энергию поступательного и кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы, а также полную кинетическую энергию всех молекул газа.

423. Найти среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре *113 °С*, а также кинетическую энергию поступательного движения всех молекул, содержащихся в *4 г* кислорода.

424. В закрытом сосуде находится *20 г* углекислого газа и *32 г* кислорода. Найти изменение внутренней энергии этой смеси газов при охлаждении её на 28^0 *С*.

425. В закрытом сосуде, объём которого $V = 5$ *л* под давлением $P = 1$ *МПа* находится углекислый газ. Определите изменение внутренней энергии при увеличении его температуры в три раза.

426. Азот газ занимает объем $V = 5$ $см^3$ и находится под давлением *1 кПа*. Найти внутреннюю энергию этого газа. Какая часть энергии приходится на долю поступательного, а какая на долю вращательного движения молекул?

427. Гелий занимает объем $V = 1$ *л* и находится под давлением *2 кПа*. Найти внутреннюю энергию этого газа. Какая часть энергии приходится на долю поступательного, а какая на долю вращательного движения молекул?

428. В сосуде находится кислород массой *4 г* при температуре 13^0 *С*. Определить внутреннюю энергию газа, а также энергию вращательного движения всех молекул.

429. В сосуде объём которого $V = 5$ *л* под поршнем, под давлением $P = 1$ *МПа* находится кислород. Определите изменение внутренней энергии при увеличении его температуры в два раза.

430. *1 кмоль* азота, взятого при нормальных условиях, расширяется адиабатически так что его объем увеличивается в пять раз. Найти работу расширения? До какой температуры он охладится?

431. Газ расширяется адиабатически так, что его давление падает от *200* до *100 кПа*. Затем он нагревается при постоянном объёме до первоначальной температуры, причем его давление возрастает до *122 кПа*. 1) Определить отношение c_p/c_v для этого газа. 2) Начертить график этого процесса.

432. Двухатомный газ, находящийся при температуре $27\ ^0C$ и давлении *2МПа*, сжимается адиабатически от объёма V_1 до объёма $V_2 = 0{,}5V_1$. Найти температуру и давление газа после сжатия.

433. В сосуде под поршнем находится газ при нормальных условиях. Расстояние между дном сосуда и дном поршня равно *25 см*. Когда на поршень положили груз массой *20 кг,* поршень опустился на *13,4 см*. Считая сжатие адиабатическим, найти для данного газа отношение $c_p\ /c_v$. Площадь поперечного сечения поршня равна $10\ см^2$; массой поршня пренебречь.

434. Двухатомный газ занимает объём $V_1 = 0{,}5$ *л* при давлении $p_1 = 50$ *кПа*. Газ сжимается адиабатически до некоторого объёма V_2 и давления p_2 и затем при постоянном объёме V_2 охлаждается до первоначальной температуры.

При этом давление его становится равным $p_0=100$ *кПа*. Начертить график этого процесса. Найти объём V_2 и давление p_2.

435. Определить показатель адиабаты у идеального газа, который при температуре $T = 350$ *К* и давлении $P = 0.4$ *МПа* занимает объем $V = 300$ *л* и имеет теплоемкость $C_{газа} = 857$ *Дж/К*.

436. При адиабатическом сжатии давление воздуха было увеличено от $P_1 = 0.3$ *кПа* до $P_2 = 0,5$ *кПа*. Затем при неизменном объеме температура воздуха была понижена до первоначальной. Определить давление P газа в конце процесса. Считать воздух двухатомным газом.

437. Найти показатель адиабаты для смеси газов, содержащей *10 г* гелия и *25 г* водорода.

438. Автомобильная шина была накачена до давления $2.2{\cdot}10^5$ Па при *288 К*. В процессе движения она нагрелась до *328 К* и лопнула. Считая процесс испускания воздуха из шины адиабатическим, определить на сколько он при этом охладился. Молярная масса воздуха *0.029 кг/моль*, воздух считать двухатомным газом. Атмосферное давление нормальное.

439. При адиабатическом нагревании $\nu = 5$ *моль* кислорода была совершена работа $A = 1$ *кДж*. До какой температуры T_2 был нагрет кислород, если его первоначальная температура $T_1 = 300$ *К*?

440. Некоторая масса кислорода под давление $p_1=200$ *кПа* занимала объем $V_1=1$ $м^3$. Газ нагрели сначала изобарно до объема $V_2 = 3$ $м^3$, а затем изохорно до давления $p_2 = 500$ *кПа*. Найти приращение внутренней энергии газа, работу, совершенную газом, и количество теплоты переданное ему.

441. При изотермическом расширении одного моля кислорода, имевшего температуру 27^0 С , газ поглотил *1740 Дж* теплоты. Во сколько раз увеличился при этом объём газа?

442. Углекислый газ находится в баллоне ёмкостью $V = 20.5$ *л* при температуре $t = 0^0$ С и давлении $p = 5{\cdot}10^5$ *Па*. Определите температуру и давление, если газ получит $1,25{\cdot}10^4$ *Дж* теплоты.

443. Азот массой $m = 200$ *г* нагревают при постоянном давлении от температуры $t_1 = 20$ *°С* до температуры $t_2 =200$ *°С*. Какое количество теплоты поглощается при этом? Каков прирост внутренней энергии газа? Какая работа совершается газом?

444. При изобарном нагревании *5 моль* кислорода была совершена работа *1 кДж*. До какой температуры T_2 был нагрет кислород, если его первоначальная температура $T_1 = 300$ *К*.

445. *10 г* кислорода находится под давлением *0,3 МПа* при температуре 10^0 *С*. После нагревания при постоянном давлении газ занял объём *10 л*. Найти количество теплоты, полученное газом; изменение внутренней энергии газа; работу, совершенную газом при расширении.

446. Водород занимает объем $V_1 = 10$ $м^{-3}$ при давлении $p_1 = 0.1$ *МПа*. Газ нагрели при постоянном объеме до давления $p_2=0.3$ МПа. Определить изменение внутренней энергии газа, работу, совершенную газом, и количество теплоты, сообщенное газу.

447. Водород массой m = *6,5 г*, находящийся при температуре t =*27 °С*, расширяется вдвое при постоянном давлении за счет притока тепла извне. Найти работу расширения; изменение внутренней энергии газа; количество теплоты, сообщенное газу.

448. При изотермическом расширении *10 г* азота, находящегося при температуре $17\ ^0C$, была совершена работа *860 Дж*. Во сколько раз изменилось давление азота при расширении?

449. В сосуде под поршнем находится *1 г* азота. Какое количество теплоты надо затратить, чтобы нагреть азот на $10\ ^0C$? На сколько при этом поднимется поршень? Масса поршня *1 кг* , площадь его поперечного сечения *10 см*^{2}. Давление азота над поршнем *100 кПа* .

450. Нагреватель тепловой машины, работающей по циклу Карно, имеет температуру t_1 = *200* °С.Найдите температуру T_2 охладителя, если при получении от нагревателя количества теплоты Q_1 = *1 Дж* машина совершает работу A = *0.4 Дж*? Потери на трение и теплоотдачу не учитывать.

451. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, получает за каждый цикл от нагревателя *600 Дж*. Температура нагревателя *400 К*, температура холодильника *300 К*. Найти работу, совершаемую машиной за один цикл, и количество тепла, отдаваемого холодильнику за один цикл.

452. Температура нагревателя в *3* раза выше температуры холодильника. Какую часть энергии, полученной в цикле Карно от нагревателя, газ отдаст холодильнику?

453. При совершении цикла Карно газ получил от нагревателя *16.77 кДж* энергии и совершил *5.59 кДж* работы. Во сколько раз температура нагревателя выше температуры холодильника?

454. Газ, совершающий цикл Карно, отдал охладителю теплоту Q =*14 кДж*. Определить температуру T_1 нагревателя, если при температуре охладителя T_2 = *280 К* работа цикла A = *6 кДж*.

455. Во сколько раз увеличится коэффициент полезного действия цикла Карно при повышении температуры нагревателя от T_1 = *380 К* до T_2 =*560 К* Температура охладителя T_3 = *280 К*.

456. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Температура T_1 нагревателя равна *500 К*, температура охладителя T_2 = *250 К*. Определить термический к.п.д. цикла, а также работу A_1 совершенную рабочим веществом при изотермическом расширении, если при изотермическом сжатии совершена работа A_2 =*70 Дж*.

457. Газ, совершающий цикл Карно получает теплоту Q_1 = *54 кДж*. Какую работу A совершает газ, если температура T_1 нагревателя в три раза выше температуры T_2 охладителя.

458. Совершая цикл Карно, газ получил от нагревателя теплоту Q_1=500 Дж и совершил работу A=100 Дж, температура нагревателя T_1=400 К Определить температуру T_2 охладителя

459. Паровая машина мощностью *14.7 кВт* потребляет за *1 час* работы *8.1 кг* угля с удельной теплотой сгорания $3.3{\cdot}10^7$ *Дж/кг*. Температура котла t_1 = *200 °С*, температура холодильника t_1 = *58 °С*. Найти фактический КПД тепловой машины. Определить во сколько раз КПД идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно при тех же температурах нагревателя и холодильника, превосходит КПД этой тепловой машины.

460. Найти энергию связи и удельную энергию связи в джоулях и электрон-вольтах для ядра $^{63}_{29}Cu$

461. Какая доля атомов радиоактивного изотопа $^{234}_{90}Th$, имеющего период полураспада *T = 24.1 дня,* распадается за секунду; за сутки; за месяц?

462. Сколько процентов начального количества актиния – *25* распадается за *5* дней, если период полураспада равен *10* дням.

463. *1/4* начального количества ядер радиоактивного изотопа распалось за *30* сут. Определите постоянную распада и период полураспада.

464. Период полураспада радиоактивного изотопа актиния составляет *10 сут*. Определите время, за которое распадается *1/3* начального количества ядер актиния.

465. *3/4* начального количества ядер радиоактивного изотопа распалось за *230 сут*. Определите постоянную распада и период полураспада.

466. Из каждого миллиона атомов радиоактивного изотопа каждую секунду распадается *200 атомов*. Определить постоянную распада и период полураспада изотопа.

467. Найти энергию связи и удельную энергию связи в джоулях и электрон вольтах для ядра $^{27}_{13}Al$

468. Найти энергию в джоулях и электрон вольтах, выделившуюся в ядерной реакции

$$^{7}_{3}Li + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{4}_{2}He$$

469. Найти энергию в джоулях и электрон вольтах, выделившуюся в ядерной реакции

$$^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{1}_{1}H + ^{17}_{8}O$$

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Основные физические постоянные

Физические постоянные	Обозначения	Значения
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с ^{2}
Гравитационная постоянная	G	$6{,}67\cdot10^{-11}$ м ^{3}/кг·с ^{2}
Постоянная Авогадро	N_A	$6{,}62\cdot10^{23}$ моль $^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	8,31Дж/моль·К
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд (заряд электрона)	e	$1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	c	$3\cdot10^{8}$ м/с
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/м ^{2} ·К ^{4}
Постоянная закона смещения Вина	b	$2{,}9\cdot10^{-3}$ м·К
Постоянная Планка	h	$6{,}62\cdot10^{-34}$ Дж·с
Комптоновская длина волны электрона	λ_C	$2{,}43\cdot10^{-12}$ м
Атомная единица массы	а.е.м.	$1{,}66\cdot10^{-27}$ кг
Электрическая постоянная	ε_0	$8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м

2. Масса и энергия покоя некоторых частиц
3.

Частица	m_0		E_0	
	кг	а.е.м.	Дж	МэВ
Электрон	$9{,}11\cdot10^{-31}$	0,00055	$8.16\cdot10^{-14}$	0,511
Протон	$1{,}672\cdot10^{-27}$	1,00728	$1{,}5\cdot10^{-10}$	938
Нейтрон	$1{,}675\cdot10^{-27}$	1,00867	$1{,}51\cdot10^{-10}$	939
Дейтрон	$3{,}35\cdot10^{-27}$	2,01355	$3{,}00\cdot10^{-10}$	1876
α-частица	$6{,}64\cdot10^{-27}$	4,00149	$5{,}96\cdot10^{-10}$	3733

3. Массы некоторых нейтральных атомов в а.е.м.

Элемент	Изотоп	Масса	Элемент	Изотоп	Масса
Водород	H_1^1	1,00783	Алюминий	${}^{27}_{13}Al$	26,98153
Водород	H_1^2	2,01410	Магний	${}^{24}_{12}Mg$	23,98504
Водород	H_1^3	3,01605	Серебро	${}^{107}_{47}Ag$	107,868
Гелий	${}^4_2He$	4,00260	Бериллий	${}^9_4Be$	9,01505
Гелий	${}^3_2He$	3,01603	Уран	${}^{235}_{92}U$	235,11750

Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение	Наименование	Значение
Радиус Земли	$6{,}37 \cdot 10^{6}$ м	Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3{,}84 \cdot 10^{8}$ м
Масса Земли	$5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг		
Радиус Луны	$1{,}74 \cdot 10^{6}$ м		
Масса Луны	$7{,}33 \cdot 10^{22}$ кг		

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка			**Приставка**		
Наименование	Обозначение	Множитель	Наименование	Обозначение	Множитель
экса	Э	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пэта	П	10^{15}	санти	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	милли	м	10^{-3}
гига	Г	10^{9}	микро	мк	10^{-6}
мега	М	10^{6}	нано	н	10^{-9}
кило	к	10^{3}	пико	п	10^{-12}
гекто	г	10^{2}	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^{1}	атто	а	10^{-18}

Греческий алфавит

Обозначения букв	**Названия букв**	**Обозначения букв**	**Названия букв**
Α,α	альфа	Ν,ν	ню (ни)
Β,β	бета	Ξ,ξ	кси
Γ,γ	гамма	Ο,ο	омикрон
Δ,δ	дельта	Π,π	пи
Ε,ε	эпсилон	Ρ,ρ	Ро
Ζ,ζ	дзета	Σ,σ	сигма
Η,η	эта	Τ,τ	тау
Θ,θ	тета	Υ,υ	ипсилон
Ι,ι	йота	Φ,φ	фи
Κ,κ	каппа	Χ,χ	хи
Λ,λ	лямбда	Ψ,ψ	пси
Μ,μ	ми (мю)	Ω,ω	омега