

Одобрено кафедрой  
«Высшая и прикладная математика»

## **МАТЕМАТИКА**

**Задание на контрольные работы № 4-7  
с методическими указаниями по выполнению  
для студентов-бакалавров 2 курса  
направления: «Управление в технических системах»**

**профиля: «Системы и технические средства автоматизации и управления»**

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

## ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

Задачи, включенные в контрольную работу, взяты из сборника задач, подготовленного коллективом преподавателей кафедры «Высшая и прикладная математика» РОАТ МГУПС. Все задачи имеют тройную нумерацию, которая включает номер раздела из программы по математике для соответствующей специальности, уровень сложности задачи и порядковый номер задачи. Студент выполняет те задачи, последняя цифра которых совпадает с последней цифрой его учебного шифра. Например, студент, учебный шифр которого имеет последнюю цифру 1, в контрольной работе №4 решает задачи 15.1.51, 15.1.101, 15.2.51, 15.2.101, 15.3.1; в контрольной работе №5 – 11.2.11, 11.2.21, 11.3.85, 16.1.11, 16.1.31; в контрольной работе №6 – 17.1.31, 17.2.1, 17.2.31, 17.2.41, 17.3.1, в контрольной работе №7 – 18.1.1, 19.1.1, 19.2.1, 19.3.1.

Перед выполнением контрольной работы студент должен ознакомиться с содержанием разделов математических дисциплин, на освоение которых ориентирована выполняемая контрольная работа. Необходимую учебную литературу студент может найти в рабочей программе по математике для своей специальности (в программе указана как основная, так и дополнительная литература).

Каждая контрольная работа выполняется в отдельной тетради, на обложке которой должны быть указаны: дисциплина, номер контрольной работы, шифр студента, курс, фамилия, имя и отчество студента. На обложке вверху справа указывается фамилия и инициалы преподавателя-рецензента. В конце работы студент ставит свою подпись и дату выполнения работы.

В каждой задаче надо полностью выписать ее условие. В том случае, когда несколько задач имеют общую формулировку, следует, переписывая условие задачи, заменить общие данные конкретными, взятыми из соответствующего номера.

Решение каждой задачи должно содержать подробные вычисления, пояснения, ответ, а также, в случае необходимости, и рисунки. После каждой задачи следует оставлять место для замечаний преподавателя-рецензента. В случае невыполнения этих требований преподаватель возвращает работу для доработки без ее проверки.

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4**  
**Обыкновенные дифференциальные уравнения.**

**15.1.1–15.1.70.** Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения. Сделать проверку.

$$15.1.51. \quad y' = \frac{y}{x} + 6\left(\frac{y}{x}\right)^6;$$

$$15.1.52. \quad y' = \frac{y}{x} + e^{\frac{6y}{x}};$$

$$15.1.53. \quad y' = \frac{y}{x} + \sqrt{36 - \frac{y^2}{x^2}};$$

$$15.1.54. \quad y' = \frac{y}{x} + 36 + \frac{y^2}{x^2};$$

$$15.1.55. \quad xy^6 y' = y^7 + x^7;$$

$$15.1.56. \quad y' = \frac{y}{x} + 7\left(\frac{y}{x}\right)^7;$$

$$15.1.57. \quad y' = \frac{y}{x} + e^{\frac{7y}{x}};$$

$$15.1.58. \quad y = -\frac{x}{7} \ln(-7 \ln|Cx|);$$

$$15.1.59. \quad y' = \frac{y}{x} + \frac{49x^2 + y^2}{x^2};$$

$$15.1.60. \quad xy^7 y' = x^8 + y^8.$$

**15.1.101–15.1.110.** Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения. Сделать проверку.

$$15.1.101. \quad 2x + 2xy^2 + \sqrt{2 - x^2} y' = 0, \quad y(1) = 0;$$

$$15.1.102. \quad xy' + xe^{y/x} - y = 0, \quad y(1) = 1;$$

$$15.1.103. \quad 20xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 5xy^2dx, \quad y(1) = 1;$$

$$15.1.104. \quad xy' = y \ln(y/x), \quad y(1) = e;$$

$$15.1.105. \quad 3(x^2y + y)dy + \sqrt{9 + y^2} dx = 0, \quad y(0) = 0;$$

$$15.1.106. \quad xy' + y = x + 1, \quad y(1) = 0;$$

$$15.1.107. \quad y' \cos x = (y + 1) \sin x, \quad y(0) = 0;$$

$$15.1.108. \quad xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad y(1) = 0;$$

$$15.1.109. \quad y' - y/x = x^2, \quad y(1) = 0;$$

$$15.1.110. \quad y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x, \quad y(0) = 0.$$

**15.2.51–15.2.60.** Найти общее решение линейного дифференциального уравнения. Сделать проверку.

$$15.2.51. \quad y'' - 5y' + 4y = 0;$$

$$15.2.52. \quad y'' - y' = 0;$$

$$15.2.53. \quad y'' - 8y' + 16y = 0;$$

$$15.2.54. \quad y'' - 2y' + 17y = 0;$$

$$15.2.55. \quad y'' - 8y' + 17y = 0;$$

$$15.2.56. \quad y'' - 4y' - 5y = 0;$$

$$15.2.57. \quad y'' + 4y' - 5y = 0;$$

$$15.2.58. \quad y'' - 2y' + y = 0;$$

$$15.2.59. \quad y'' - 2y' + 26y = 0;$$

$$15.2.60. \quad y'' - 10y' + 26y = 0.$$

**15.2.101–15.2.110.** Найти частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения. Сделать проверку.

$$15.2.101. y'' + 4y' - 12y = 8\sin 2x, \quad y(0) = 0, y'(0) = 0;$$

$$15.2.102. y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3, \quad y(0) = 4/3, y'(0) = 1/27;$$

$$15.2.103. y'' + 4y = e^{-2x}, \quad y(0) = 0, y'(0) = 0;$$

$$15.2.104. y'' - 2y' + 5y = xe^2, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0;$$

$$15.2.105. y'' + 5y' + 6y = 12\cos 2x, \quad y(0) = 1, y'(0) = 3;$$

$$15.2.106. y'' - 5y' + 6y = (12x - 7)e^{-x}, \quad y(0) = 0, y'(0) = 0;$$

$$15.2.107. y'' - 4y' + 13y = 26x + 5, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0;$$

$$15.2.108. y'' - 4y' = 6x^2 + 1, \quad y(0) = 2, y'(0) = 3;$$

$$15.2.109. y'' - 2y' + y = 16e^x, \quad y(0) = 1, y'(0) = 2;$$

$$15.2.110. y'' + 6y' + 9y = 10e^{-3x}, \quad y(0) = 3, y'(0) = 2.$$

**15.3.1–15.3.10.** Найти общее решение системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами с помощью характеристического уравнения. Сделать проверку

найденного решения  $\left( ' = \frac{d}{dt} \right)$ .

$$15.3.1. \begin{cases} x' = 4x + 6y, \\ y' = 4x + 2y. \end{cases}$$

$$15.3.2. \begin{cases} x' = -5x - 4y, \\ y' = -2x - 3y. \end{cases}$$

$$15.3.3. \begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = 8x + y. \end{cases}$$

$$15.3.4. \begin{cases} x' = 6x + 3y, \\ y' = -8x - 5y. \end{cases}$$

$$15.3.5. \begin{cases} x' = -x + 5y, \\ y' = x + 3y. \end{cases}$$

$$15.3.6. \begin{cases} x' = 3x - 2y, \\ y' = 2x + 8y. \end{cases}$$

$$15.3.7. \begin{cases} x' = -4x - 6y, \\ y' = -4x - 2y. \end{cases}$$

$$15.3.8. \begin{cases} x' = -5x - 8y, \\ y' = -3x - 3y. \end{cases}$$

$$15.3.9. \begin{cases} x' = -x - 5y, \\ y' = -7x - 3y. \end{cases}$$

$$15.3.10. \begin{cases} x' = -7x + 5y, \\ y' = 4x - 8y. \end{cases}$$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

### Ряды. Ряды Фурье. Теория функций комплексного переменного.

**11.1.11–11.1.20.** Написать простейшую формулу  $n$ -го члена по указанным членам.

<p>11.1.11. <math>1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \dots</math> ;</p> <p>11.1.13. <math>1 + \frac{2}{2} + \frac{3}{4} + \frac{4}{8} + \dots</math> ;</p> <p>11.1.15. <math>\frac{3}{4} + \frac{4}{9} + \frac{5}{16} + \frac{6}{25} + \dots</math> ;</p> <p>11.1.17. <math>\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots</math> ;</p> <p>11.1.19. <math>1 + \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{1 \cdot 4 \cdot 7} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10} + \dots</math> ;</p>	<p>11.1.12. <math>\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \dots</math> ;</p> <p>11.1.14. <math>1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots</math> ;</p> <p>11.1.16. <math>\frac{2}{5} + \frac{4}{8} + \frac{6}{11} + \frac{8}{14} + \dots</math> ;</p> <p>11.1.18. <math>1 - 1 + 1 - 1 + \dots</math> ;</p> <p>11.1.20. <math>1 + \frac{1}{2} + 3 - \frac{1}{4} + 5 + \frac{1}{6} + \dots</math> .</p>
---	---

**11.2.21–11.2.30.** Исследовать сходимость ряда.

<p>11.2.21. <math>\frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \dots + \frac{1}{2n+1!} + \dots</math> ;</p> <p>11.2.23. <math>\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + 2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} + \dots + n \operatorname{tg} \frac{\pi}{2^{n+1}} + \dots</math> ;</p> <p>11.2.25. <math>\frac{2}{1} + \frac{2 \cdot 5}{1 \cdot 5} + \dots + \frac{2 \cdot 5 \dots 3n-1}{1 \cdot 5 \dots 4n-3} + \dots</math> ;</p> <p>11.2.27. <math>\sin \frac{\pi}{2} + 4 \sin \frac{\pi}{8} + \dots + n^2 \sin \frac{\pi}{2^n} + \dots</math> ;</p> <p>11.2.28. <math>\frac{1}{2 \ln^2 2} + \frac{1}{3 \ln^2 3} + \dots + \frac{1}{n \ln^2 n} + \dots</math> ;</p> <p>11.2.29. <math>\frac{1}{2 \ln 2} + \frac{1}{3 \ln 3} + \dots + \frac{1}{n \ln n} + \dots</math> ;</p> <p>11.2.30. <math>\left( \frac{1+1}{1+1^2} \right)^2 + \left( \frac{1+2}{1+2^2} \right)^2 + \dots + \left( \frac{1+n}{1+n^2} \right)^2 + \dots</math> .</p>	<p>11.2.22. <math>\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \dots + \frac{n}{2^n} + \dots</math> ;</p> <p>11.2.24. <math>\frac{1}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \frac{n^2}{3^n} + \dots</math> ;</p> <p>11.2.26. <math>\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{n}{n+1!} + \dots</math> ;</p>
--	---

**11.3.81–11.3.90.** Разложить функцию  $f(x)$  в ряд Фурье в указанном интервале. Выписать полученный ряд и три первых члена разложения отдельно. Построить график данной функции

$$f(x) \text{ и ее приближения } s_2(x) = \sum_{k=0}^2 u_k(x).$$

$$11.3.81. \quad f(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}, \quad I = [0, \pi];$$

$$11.3.82. \quad f(x) = chx, \quad I = [0, \pi];$$

$$11.3.83. \quad f(x) = \sin 2x, \quad I = [0, \pi];$$

$$11.3.84. \quad f(x) = e^x, \quad I = [0, \ln 2];$$

$$11.3.85. \quad f(x) = \sin x, \quad I = [0, \pi];$$

$$11.3.86. \quad f(x) = x^2, \quad I = [0, 1];$$

$$11.3.87. \quad f(x) = \frac{\pi}{2} - x, \quad I = [0, \pi];$$

$$11.3.88. \quad f(x) = \sin 3x, \quad I = [0, \pi];$$

$$11.3.89. \quad f(x) = x + \frac{\pi}{2}, \quad I = [0, \pi];$$

$$11.3.90. \quad f(x) = x, \quad I = [0, l].$$

**16.1.11–16.1.20.** Найти значение функции  $w = f(z)$  в точке  $z_0 = x_0 + iy_0$ .

$$16.1.11. \quad f(z) = 2e^z + \frac{\pi}{z}, \quad z_0 = i \frac{\pi}{2};$$

$$16.1.12. \quad f(z) = 2 \sin z + \frac{z}{e}, \quad z_0 = -i;$$

$$16.1.13. \quad f(z) = 2z \cos z + \frac{2}{z \cdot e^2}, \quad z_0 = 2i;$$

$$16.1.14. \quad f(z) = -3e^z + i\pi^3 e^{-z} - z^3, \quad z_0 = \pi i;$$

$$16.1.15. \quad f(z) = ze^{-z} + \frac{\pi^2}{z}, \quad z_0 = -\pi i;$$

$$16.1.16. \quad f(z) = \frac{1}{z} e^{2z} + \frac{1}{z}, \quad z_0 = i \frac{\pi}{2};$$

$$16.1.17. \quad f(z) = z^2 \cos z + \frac{1}{2} e^{z^2}, \quad z_0 = i;$$

$$16.1.18. \quad f(z) = 2z \sin z + e^{z^4}, \quad z_0 = -i;$$

$$16.1.19. \quad f(z) = z^2 e^z + z^2, \quad z_0 = \pi i;$$

$$16.1.20. \quad f(z) = \frac{2 \sin z}{z} + e^{z^2}, \quad z_0 = i.$$

**16.1.31–16.1.40.** Представить заданную функцию  $\omega=f(z)$ , где  $z=x+iy$ , в виде  $\omega=u(x; y)+iv(x; y)$ ; проверить, является ли она аналитической. Если да, то найти значение ее производной в заданной точке  $z_0$ .

16.1.31.  $\omega = (iz)^3, z_0 = -1+i.$

16.1.32.  $\omega = e^{-z^2}, z_0 = 1.$

16.1.33.  $\omega = i(1-z^2) - 2z, z_0 = 1.$

16.1.34.  $\omega = e^{1-2z}, z_0 = \pi i/3.$

16.1.35.  $\omega = z^3 + 3z - i, z_0 = -i.$

16.1.36.  $\omega = e^{1-2iz}, z_0 = \pi/6$

16.1.37.  $\omega = 2z^2 - iz, z_0 = 1-i.$

16.1.38.  $\omega = e^{iz^2}, z_0 = \sqrt{\pi} i/2.$

16.1.39.  $\omega = z^3 + z^2 + i, z_0 = 2i/3.$

16.1.40.  $\omega = ze^z, z_0 = -1+i\pi.$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

### Теория вероятностей.

#### 17.1.31-17.1.40

17.1.31. В урне 10 белых, 15 черных, 20 синих и 25 красных шаров. Вынули 1 шар, какова вероятность того, что вытянутый шар синий или красный?

17.1.32. Два программиста набирают по одинаковому тексту. Первый программист с вероятностью 0,01 делает ошибку, второй с вероятностью 0,03. В наудачу выбранном тексте была сделана ошибка. Какова вероятность, что ее сделал 1 программист.

17.1.33. Вероятность попадания у стрелка при каждом выстреле 0,7. Найти вероятность того, что при восьми выстрелах будет 5 попаданий.

17.1.34. В первом ящике 2 белых и 10 черных шаров. Во втором ящике 8 белых и 4 черных шаров. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность что оба шара черные?

17.1.35. Легковые и грузовые машины проезжают по шоссе около бензоколонки, легковых в 2 раза больше, чем грузовых. Вероятность легковой машины подъехать к бензоколонке равна 0,7, а грузовой – 0,8. Какова вероятность, что первая проехавшая машина подъедет к бензоколонке.

17.1.36. В магазин вошло 6 покупателей. Вероятность совершить покупку для каждого равна 0,7. Найти вероятность того, что покупку совершат четверо.

17.1.37. В ящике 6 белых и 8 черных шаров. Вынули один за другим без возвращения 2 шара. Какова вероятность, что оба шара белые?

17.1.38. В доме отдыха 40% отдыхающих любят ловить рыбу, остальные – охотиться. Любители ловить рыбу с вероятностью 0,8 приносят добычу, а охотники с вероятностью 0,6. Добыча приносится в дом отдыха. Какова вероятность, что ее раздобыли охотники.

17.1.39. В цехе работает 7 станков. Каждый из них может выйти из строя в течении смены с вероятностью 0,2. Найти вероятность того, что будут работать до конца 5 станков.

17.1.40. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадет в мишень равна 0,9. Стрелок сделал 3 выстрела. Какова вероятность, что он попадет только вторым выстрелом?

#### 17.2.1-17.2.10

17.2.1.  $X$  – число выпадения герба при двух бросаниях монеты. Найти дисперсию случайной величины  $X$ .

17.2.2.  $X$  – число выпадения надписи при двух бросаниях монеты. Найти дисперсию случайной величины  $X$ .

17.2.3. В урне находится 2 белых и 3 черных шара. Наудачу извлекается 2 шара.  $X$  – число белых шаров среди отобранных. Найти дисперсию случайной величины  $X$ .

17.2.4.  $X$  – число выпадений пятерки на игральной кости. Найти дисперсию случайной величины  $X$ .

17.2.5. Вероятность того, что прибор исправен равна 0,8.  $X$  – число исправных приборов из двух выбранных. Найти дисперсию случайной величины  $X$ .

17.2.6. В коробке 5 кубиков пронумерованных от 1 до 5. Мальчик произвольным образом вынимает 2 кубика.  $X$  – число кубиков с нечетным номером среди двух выбранных. Найти дисперсию случайной величины  $X$ .

17.2.7. Станок-автомат производит 90% изделий первого сорта, 7% второго, а остальные третьего.  $X$  – число изделий первого сорта среди двух выбранных. Найти дисперсию случайной величины  $X$ .

17.2.8. Вероятность того, что в пакетике с чипсами попадет призовой купон равна 0,1.  $X$  – число пакетиков с купонами среди двух выбранных. Найти дисперсию случайной величины  $X$ .

17.2.9. В группе из шести человек два отличника. Наугад выбрали двух человек.  $X$  – число отличников из выбранных. Найти дисперсию случайной величины  $X$ .

17.2.10. 5% лотерейных билетов – выигрышные.  $X$  – число выигрышных билетов среди двух выбранных. Найти дисперсию случайной величины  $X$ .

**17.2.31–17.2.40.** Дискретная случайная величина  $X$  может принимать только два значения:  $x_1$  и  $x_2$  причем  $x_1 < x_2$ . Известны вероятность  $p_1$  возможного значения  $x$  математическое ожидание  $M(X)$  и дисперсия  $D(X)$ . Найти закон распределения этой случайной величины.

17.2.31.  $p_1 = 0,1$ ;  $M(X) = 3,9$ ;  $D(X) = 0,09$ .

17.2.32.  $p_1 = 0,3$ ;  $M(X) = 3,7$ ;  $D(X) = 0,21$ .

17.2.33.  $p_1 = 0,5$ ;  $M(X) = 3,5$ ;  $D(X) = 0,25$ .

17.2.34.  $p_1 = 0,7$ ;  $M(X) = 3,3$ ;  $D(X) = 0,21$ .

17.2.35.  $p_1 = 0,9$ ;  $M(X) = 3,1$ ;  $D(X) = 0,09$ .

17.2.36.  $p_1 = 0,9$ ;  $M(X) = 2,2$ ;  $D(X) = 0,36$ .

17.2.37.  $p_1 = 0,8$ ;  $M(X) = 3,2$ ;  $D(X) = 0,16$ .

17.2.38.  $p_1 = 0,6$ ;  $M(X) = 3,4$ ;  $D(X) = 0,24$ .

17.2.39.  $p_1 = 0,4$ ;  $M(X) = 3,6$ ;  $D(X) = 0,24$ .

17.2.40.  $p_1 = 0,2$ ;  $M(X) = 3,8$ ;  $D(X) = 0,16$ .

**17.2.41–17.2.50.** Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти плотность распределения вероятностей, математическое ожидание и дисперсию случайной величины. Схематично построить графики функций  $F(x)$  и  $f(x)$ .

$$17.2.41. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^2, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$17.2.42. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1; \\ (x^2 - x)/2, & 1 < x \leq 2; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$17.2.43. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^3, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$17.2.44. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 3x^2 + 2x, & 0 < x \leq 1/3; \\ 1, & x > 1/3. \end{cases}$$

$$17.2.45. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2; \\ x/2 - 1, & 2 < x \leq 4; \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

$$17.2.46. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^2/9, & 0 < x \leq 3; \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

$$17.2.47. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^2/4, & 0 < x \leq 2; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$17.2.48. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\pi/2; \\ \cos x, & -\pi/2 < x \leq 0; \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

$$17.2.49. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 2 \sin x, & 0 < x \leq \pi/6; \\ 1, & x > \pi/6. \end{cases}$$

$$17.2.50. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 3\pi/4; \\ \cos 2x, & 3\pi/4 < x \leq \pi; \\ 1, & x > \pi. \end{cases}$$

**17.3.1–17.3.10.** Известны математическое ожидание  $a$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  нормально распределенной случайной величины  $X$ . Найти вероятность попадания этой величины в заданный интервал  $(\alpha; \beta)$ .

17.3.1.  $a = 10, \sigma = 4, \alpha = 2, \beta = 13.$

17.3.2.  $a = 9, \sigma = 5, \alpha = 5, \beta = 14.$

17.3.3.  $a = 8, \sigma = 1, \alpha = 4, \beta = 9.$

- 17.3.4.  $a = 7, \sigma = 2, \alpha = 3, \beta = 10.$   
17.3.5.  $a = 6, \sigma = 3, \alpha = 2, \beta = 11.$   
17.3.6.  $a = 5, \sigma = 1, \alpha = 1, \beta = 12.$   
17.3.7.  $a = 4, \sigma = 5, \alpha = 2, \beta = 11.$   
17.3.8.  $a = 3, \sigma = 2, \alpha = 3, \beta = 10.$   
17.3.9.  $a = 2, \sigma = 5, \alpha = 4, \beta = 9.$   
17.3.10.  $a = 2, \sigma = 4, \alpha = 6, \beta = 10.$

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 7**  
**Элементы теории массового обслуживания.**  
**Математическая статистика.**

**18.1.1–18.1.10.** АТС имеет  $k$  линий связи. Поток вызовов – простейший с интенсивностью  $\lambda$  вызовов в минуту. Среднее время переговоров составляет  $t$  мин. Время переговоров распределено по показательному закону. Найти: 1) абсолютную и относительную пропускные способности АТС; 2) вероятность того, что все линии связи заняты; 3) среднее число занятых линий связи; 4) определить, имеет ли АТС число линий связи, достаточное для того, чтобы вероятность отказа не превышала  $\alpha$ .

- |                           |                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 18.1.1. $k = 5,$          | 18.1.2. $k = 5,$          | 18.1.3. $k = 6,$          |
| $\lambda = 0,6,$          | $\lambda = 0,8,$          | $\lambda = 0,7,$          |
| $t = 3,5, \alpha = 0,06.$ | $t = 2,9, \alpha = 0,05.$ | $t = 2,7, \alpha = 0,01.$ |
| 18.1.4. $k = 5,$          | 18.1.5. $k = 5,$          | 18.1.6. $k = 4,$          |
| $\lambda = 0,7,$          | $\lambda = 0,9,$          | $\lambda = 0,9,$          |
| $t = 3,5, \alpha = 0,05.$ | $t = 2,5, \alpha = 0,06.$ | $t = 2,1, \alpha = 0,01.$ |
| 18.1.7. $k = 6,$          | 18.1.8. $k = 3,$          | 18.1.9. $k = 5,$          |
| $\lambda = 0,8,$          | $\lambda = 0,7,$          | $\lambda = 0,8,$          |
| $t = 2,2, \alpha = 0,01.$ | $t = 3,1, \alpha = 0,06.$ | $t = 2,6, \alpha = 0,06.$ |
| 18.1.10. $k = 5,$         |                           |                           |
| $\lambda = 0,9,$          |                           |                           |
| $t = 2,8, \alpha = 0,05.$ |                           |                           |

**19.1.1–19.1.10.** На заводе имеется  $N$  токарных заготовок. Результаты выборочной проверки массы 500 заготовок приведены ниже:

Масса заготовок (кг)	29–30	30–31	31–32	32–33	33–34	Итого
Количество (штук)	6	38	202	198	56	500

Выборка собственно случайная бесповторная. Найти доверительный интервал для оценки средней массы заготовок при уровне доверительной вероятности  $\gamma = 0,95$ .

**Указание:** среднеквадратическую ошибку  $\tilde{\sigma}$  для бесповторной выборки определяют по

формуле 
$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{\sigma_B^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$
, где  $\sigma_B$  – выборочное среднеквадратическое отклонение;  $n = 500$ .

- |                      |                       |
|----------------------|-----------------------|
| 19.1.1. $N = 10000.$ | 19.1.2. $N = 9000.$   |
| 19.1.3. $N = 8000.$  | 19.1.4. $N = 7000.$   |
| 19.1.5. $N = 6000.$  | 19.1.6. $N = 5000.$   |
| 19.1.7. $N = 11000.$ | 19.1.8. $N = 12000.$  |
| 19.1.9. $N = 13000.$ | 19.1.10. $N = 14000.$ |

**19.2.1–19.2.10.** Данные наблюдений над двумерной случайной величиной  $(X, Y)$  представлены в корреляционной таблице. Методом наименьших квадратов найти выборочное

уравнение прямой регрессии  $Y$  на  $X$ . Построить график уравнения регрессии и показать точки  $(x; \bar{y}_x)$ , рассчитанные по таблице данных.

19.2.1.

$X$	$Y$						$n_x$
	23	25	27	29	31	33	
1	-	-	-	-	1	2	3
3	-	-	-	5	4	1	10
5	-	1	7	10	2	-	20
7	-	2	13	7	-	-	22
9	1	4	15	2	-	-	22
11	2	1	-	-	-	-	3
$n_y$	3	8	35	24	7	3	80

19.2.2.

$X$	$Y$					$n_x$
	10	20	30	40	50	
3	7	-	-	-	-	7
8	11	5	-	-	-	16
13	-	19	15	5	-	39
18	-	3	15	6	1	25
23	-	-	2	4	4	10
28	-	-	-	-	3	3
$n_y$	18	27	32	15	8	100

19.2.3.

$X$	$Y$				$n_x$
	9,6	9,8	10,0	10,2	
19,5	2	1	-	-	3
20,0	6	3	2	-	11
20,5	-	4	5	1	10
21,0	-	5	8	5	18
21,5	-	-	2	5	7
22,0	-	-	-	1	1
$n_y$	8	13	17	12	50

19.2.4.

$X$	$Y$					$n_x$
	34	38	42	46	50	
20	4	-	-	-	-	4
25	2	5	-	-	-	7
30	-	3	5	2	-	10
35	-	-	45	8	4	57
40	-	-	5	7	7	19
45	-	-	-	-	3	3
$n_y$	6	8	55	17	14	100

19.2.5.

$X$	$Y$					$n_x$
	20	30	40	50	60	
20	7	3	-	-	-	10
30	52	110	13	1	-	176
40	1	14	23	2	-	40
50	-	1	4	6	1	12
60	-	-	-	3	6	9
70	-	-	-	-	3	3
$n_y$	60	128	40	12	10	250

19.2.6.

$X$	$Y$					$n_x$
	90	100	110	120	130	
2	22	8	-	-	-	30
4	18	15	6	-	1	40
6	12	17	18	14	3	64
8	-	4	19	17	4	44
10	-	-	7	9	6	22
$n_y$	52	44	50	40	14	200

19.2.7.

$X$	$Y$					$n_x$
	45	55	65	75	85	
10	-	-	-	2	3	5
20	-	-	7	5	7	19
30	-	3	9	12	3	27
40	4	7	13	8	-	32
50	9	8	-	-	-	17
$n_y$	13	18	29	27	13	100

19.2.8.

$X$	$Y$					$n_x$
	2,15	3,85	5,55	7,25	8,95	
1,95	16	11	-	-	-	27
3,45	13	15	-	-	-	28
4,95	-	9	12	5	5	31
6,45	-	-	-	8	6	14
$n_y$	29	35	12	13	11	100

19.2.9.

$X$	$Y$							$n_x$
	20	30	40	50	60	70	80	
4	-	-	-	-	-	4	6	10
10	-	-	-	6	6	8	-	20
16	-	1	2	14	3	-	-	20
22	1	5	18	2	-	-	-	26
28	-	4	10	2	-	-	-	16
34	1	5	2	-	-	-	-	8
$n_y$	2	15	32	24	9	12	6	100

19.2.10.

$X$	$Y$					$n_x$
	17	19	21	23	25	
6,75	3	7	-	-	-	10
8,25	-	9	11	-	-	20
9,75	-	-	33	4	8	45
11,25	-	-	3	10	6	19
12,75	-	-	-	5	1	6
$n_y$	3	16	47	19	15	100

**19.3.1–19.3.10.** Известно эмпирическое распределение выборки объема  $n$  случайной величины  $X$ . Проверить гипотезу о распределении по закону Пуассона генеральной совокупности этой величины. Использовать критерий согласия Пирсона (хи-квадрат) при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ .

<b>Номер</b>	$x_i$	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b><i>n</i></b>
19.3.1	$n_i$	400	380	165	50	3	2	1000
19.3.2	$n_i$	240	119	32	6	2	11	400
19.3.3	$n_i$	270	166	49	10	3	2	500
19.3.4	$n_i$	337	179	71	9	3	1	600
19.3.5	$n_i$	200	181	78	31	8	2	500
19.3.6	$n_i$	114	62	17	4	2	1	200
19.3.7	$n_i$	500	330	130	29	9	2	1000
19.3.8	$n_i$	115	62	17	4	1	1	200
19.3.9	$n_i$	408	365	175	42	6	4	1000
19.3.10	$n_i$	420	370	146	51	9	4	1000