Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Волгоградский государственный технический университет»
Факультет электроники и вычислительной техники
Кафедра «Высшая математика»

«УТВЕРЖДАЮ»
Проректор по учебной работе
[redacted] А.М. Дворянкин
«___»______________2012 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

Направление: 230100.62 «Информатика и вычислительная техника»
Профиль: «Автоматизированные системы обработки информации и управления»

Факультет подготовки и переподготовки инженерных кадров
Заочная форма обучения
(полная программа обучения)

Курс		1
Семестр		2
Число зачётных единиц	4	4
Всего часов по учебному плану, час	144	144
Всего часов аудиторных занятий, час	18	16
Лекции, час	8	6
Практические занятия, час	10	10
Контрольная работа (семестр)		2
Форма итогового контроля		экзамен

Волгоград 2012

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3.56
РП 230100.62-2-56
ЗП 12 ФГОС фак. ФПИК
ЭКЗ. № 3

Рабочая программа составлена на основании ФГОС ВПО и учебного плана по направлению 230100.62 «Информатика и вычислительная техника»

Составитель рабочей программы:

Доцент кафедры «Высшая математика»____________________В.А. Кобышев

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры высшей математики.
Протокол № 5 от 19 декабря 2011 г.

Заведующий кафедрой
д-р техн.наук, профессор ____________________________ А.С. Горобцов

Одобрено научно-методической комиссией факультета

Протокол № 4 от 20 декабря 2011 г.

Председатель НМК __________________________________ А.Н. Савкин

Декан ФПИК ____________________________________ А.Н. Савкин

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. *Цель преподавания дисциплины*

Цель преподавания дисциплины - дать студентам систематизированные сведения по линейной алгебре и аналитической геометрии для использования при решении прикладных и практических задач.

Дисциплина «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» по структуре учебного плана относится к базовой части математического и естественно-научного циклов. Она необходима всем студентам данного направления.

1.2. Задачи изучения дисциплины и вырабатываемые ею компетенции

Основными задачами изучения дисциплины являются:

овладение студентами основных понятий линейной алгебры и аналитической геометрии;

получение знаний по исследованию и решению систем линейных уравнений и вопросам применимости объектов линейной природы при применении методов линеаризации при решении практических задач;

получение знаний по данной дисциплине, необходимых для изучения других дисциплин: экология, машинная графика, электротехника и электроника, методы оптимизации, системный анализ и другие (следует заметить, что в основном знание основ данной дисциплины необходимо именно для изучения дисциплин профессионального характера).

Изучив дисциплину, студент должен обладать следующими обобщенными элементами компетенций:

1.3. Взаимосвязь учебных дисциплин

Дисциплина «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» основывается на знаниях, полученных в средней школе и является фундаментом для многих других дисциплин: математический анализ; дискретная математика; вычислительная математика; теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы и т.д.

Полученные при изучении данной дисциплины компетенции необходимы не только для непосредственного использования при изучении других дисциплин, но и в дальнейшей профессиональной деятельности.

1.4. Компетенции, формируемые в результате освоения учебной дисциплины

Согласно ФГОС по направлению, применительно к дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» выпускник должен обладать следующими компетенциями:

Общекультурные компетенции:

ОК-1 – владеть культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения;

ОК-10 – использовать основные законы естественно-научных дисциплин в профессиональной детальности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования;

ОК-12 – имть навыки работы с компьютером как средством управления информацией.

Профессиональные компетенции:

ПК-2 – осваивать методики использования программных средств для решения практических задач;

ПК-4 – разрабатывать модели компонентов информационных систем, включая модели баз данных;

ПК-5 – разрабатывать компоненты программных комплексов и баз данных, использовать современные инструментальные средства и технологии программирования.

Исходя из изложенных компетенций определяются следующие знания, умения и навыки, обеспечиваемые изучением дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

Студент должен знать:

основные методы исследования и решения систем линейных уравнений, векторную алгебру, методы и модели аналитической геометрии.

Студент должен уметь:

решать системы уравнений, применять при математическом моделировании векторную алгебру и аналитическую геометрию, производить, если необходимо линейные преобразования.

Студент должен иметь навыки:

построения математических моделей и анализа полученных результатов, применения методов векторной алгебры, линейных преобразований.

Отдельные элементы вырабатываемых в процессе изучения дисциплины компетенций приводятся в разделах 2 и 3.

2. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

Таблица 2.1

№ модуля	Наименования модуля, темы вопросов, изучаемых на лекциях и практических занятиях	Кол-во часов отводимых на лекции по теме	Практические (семинарские) занятия	Методические указания	Формы контроля	Компетенции
1	2	3	4	5	6	7
1 1.1	Матрицы, системы линейных уравнений. Матрицы, функции на матрицах. Понятие матрицы, виды матриц, действия над матрицами, обратная матрица. Понятие определителя, его свойства и вычисление. Ранг матрицы и его вычисление. *Компетенции: иметь представление о математических объектах-матрицах и функциях, аргументами которых являются матрицы.*	0,5	 1	МУ-1 МУ-3	К/р Экз	ОК-1, ОК-10 ОК-12 ОК-15 ПК-2 ПК-4 ПК-5
1.2	Системы линейных уравнений. Виды систем линейных уравнений. Теорема Крамера. Решение системы линейных уравнений по формулам Крамера. Вычисление элементов обратной матрицы. Решение системы линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Системы однородных и неоднородных уравнений. Исследование системы линейных уравнений. *Компетенции: уметь исследовать и решать системы линейных уравнений.*		1			
2 2.1	Векторная алгебра. Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Понятие линейного пространства, его базиса и размерности.	 0,5	 2	МУ-2 МУ-3	К/р Экз	

Продолжение таблицы 2.1

1	2	3	4	5	6	7
	Линейные операции в координатной форме. *Компетенции: иметь представление о векторах и линейных пространствах.*					
2.2	Скалярное произведение векторов. Понятие скалярного произведения и его свойства. Выражение скалярного произведения в прямоугольных координатах. Применение скалярного произведения при решении задач и доказательстве утверждений. *Компетенции: уметь применять скалярное произведение при решении задач.*	1	2			
2.3	Векторное и смешанное произведения векторов. Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение векторов и его свойства. Выражение векторного и смешанного произведений векторов через координаты сомножителей. Векторы и системы линейных уравнений. *Компетенции: понимать смысл векторного и смешанного произведений и уметь их применять при решении задач.*	1	3			
3 3.1	Аналитическая геометрия. Плоскость в пространстве: основные задачи. Прямая в пространстве: основные задачи. Взаимное расположение прямой и плоскости. *Компетенции: уметь применять линейные геометрические объекты в пространстве при решении задач (метод линеаризации).*	 1	 3	МУ-2 МУ-3	К/р Экз	
3.2	Прямая на плоскости. Виды уравнения прямой. Взаимное расположение прямых. Расстояние от точки до прямой. *Компетенции: уметь применять линейные геометрические объекты на плоскости при решении задач.*	1	4			

Продолжение таблицы 2.1

1	2	3	4	5	6	7
3.3	Кривые и поверхности второго порядка. Вывод канонических уравнений эллипса, гиперболы, параболы. Исследование формы кривой по ее уравнению. Исследование формы поверхности второго порядка с помощью сечений. Общее уравнение кривой и его исследование. *Компетенции: иметь представление о кривых и поверхностях второго порядка.*	0,5	4			
4 4.1	Линейные преобразования. Линейные операторы. Определение и примеры линейных операторов. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора. *Компетенции: иметь представление о линейных операторах.*	0,5	 5		к/р Экз	
4.2	Собственные векторы и собственные значения. Характеристическое уравнение матрицы. Характеристическое уравнение линейного оператора. Собственные векторы линейного оператора. Вычисление собственных значений и собственных векторов. Свойства собственных векторов. Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду. *Компетенции: иметь представление и линейных преобразованиях и операторах и использовать их при решении задач.*		5		к/р экз	
4.3	Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к диагональному виду. Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы. *Компетенции: иметь представление о квадратичных формах.*				Экз	
	Итого	6				

3. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Практические занятия

Таблица 3.1

№ занятий	Наименование тем занятий и вырабатываемые компетенции	Объем час
1	2	3
1	Линейные и нелинейные операции над матрицами. *Компетенции: уметь производить операции над матрицами.*	1
1,2	Вычисление определителей. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера. Вычисление элементов обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. *Компетенции: уметь решать системы линейных уравнений.*	3
3	Линейные действия над векторами. Действия над векторами в координатной форме (в прямоугольном базисе). Нелинейные операции над векторами: скалярное произведение, смешанное произведение). *Компетенции: уметь использовать векторы при решении задач.*	2
4	Плоскость и прямая в пространстве, их взаимное расположение. Прямая на плоскости. *Компетенции: уметь решать задачи на прямую и плоскость.*	2
5	Линейные преобразования. Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования. Приведение уравнения второй степени к каноническому виду. *Компетенции: уметь выполнять линейные преобразования.*	2
	Итого	10

3.2. Контрольная работа

Задания для контрольной работы выдаются преподавателем в начале семестра.

Контрольную работу студент должен выполнять самостоятельно и прислать её на рецензию в университет.

3.3. Основная и дополнительная литература

Основная литература

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: учебник Т 1: Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – М. : Дрофа , 2008.
2. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии : учебник. – М. : Физматлит, 2003.
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике : полный курс. – М. : Айрис-пресс, 2008.
4. Гусак А.А. Высшая математика в двух томах. – Мн. : Тетросистема, 2004.
5. Шипачев В.С. Высшая математика : учебник. – М. : Высш. шк., 2006.
6. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. Учебное пособие для студентов вузов. ч. 1 / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М. : Мир и образование, 2003.

Дополнительная литература

1. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Шишкин А.А. Линейная алгебра в опросах задачах: Уч. пособие / Под ред. В.Ф. Бутузова. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001.
2. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – Спб.: Лань, 2009.

3.4. Перечень методических указаний (МУ)

1. Элементы линейной алгебры. Учебные задания. Составители: Бочкин А.М., Букина Т.Е., Бурняшева Т.А., Егорова Д.П., Кобышев В.А., Краснокутская И.П. – ВПИ, 1992.
2. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии. Варианты заданий к самостоятельной работе. Составители: Андреева М.И., Григорьева О.Е., Лунева И.Г., Чигиринская Н.В. – ВолгГТУ, 1997.
3. Задачи по линейной алгебре и аналитической геометрии. Методические указания. Составители: Бочкин А.М., Горобцов А.С., Кобышев В.А., Рыжов Е.Н., Шушков В.И., Юшкин И.В. / ВолгГТУ. – Волгоград, 2007.

4. ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

Протокол согласования представлен в таблице 4.1

Таблица 4.1

Протокол согласования рабочей программы учебной дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

Наименование дисциплин, изучение которых опирается на данную дисциплину	Наименование кафедры, которой производится согласование рабочей программы	Предложения об изменениях в рабочей программе, подпись зав. кафедрой, с которой производится согласование	Принятое решение (протокол, дата) кафедры-разработчика

5. ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ

Лист изменений и дополнений представлен в таблице 5.1

Таблица 5.1

Лист изменений и дополнений, внесённых в рабочую программу

Дополнения и изменения	Номер протокола, дата пересмотра, подпись зав. кафедрой	Дата утверждения и подпись декана

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЕ И АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ
(для заочной и заочно-сокращённой форм обучения)

Студент должен выполнять контрольные задания по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой его учебного номера (шифра).

1-10 Решить линейное матричное уравнение (найти матрицу C).

$$1)\ \begin{pmatrix} 2 & -1 & 6 \\ 1 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix} + 2C = 3\cdot\begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix};\ 2)\ \begin{pmatrix} 2 & 3 & -11 \\ -7 & -8 & -15 \\ -7 & 1 & 34 \end{pmatrix} + 3C = 2\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix};$$

$$3)\ \begin{pmatrix} 7 & -3 & 2 \\ 7 & 20 & -7 \\ 21 & 17 & 6 \end{pmatrix} - 3C = 2\cdot\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ -1 & 4 & 7 \\ 3 & 10 & 3 \end{pmatrix};\ 4)\ \begin{pmatrix} 7 & 12 & 9 \\ -4 & 11 & 4 \\ 11 & 0 & 3 \end{pmatrix} - 3C = 2\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ -1 & -2 & -7 \\ -5 & -1 & 8 \end{pmatrix};$$

$$5)\ 3\cdot\begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} - C = 2\cdot\begin{pmatrix} -1 & 5 & -6 \\ 1 & -2 & 6 \\ 1 & 6 & 8 \end{pmatrix};\ 6)\ 3\cdot\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -2 & 5 & 0 \\ -1 & 0 & 7 \end{pmatrix} - 2C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 15 \end{pmatrix};$$

$$7)\ \begin{pmatrix} 7 & -3 & 2 \\ 7 & 20 & -7 \\ 21 & 17 & 6 \end{pmatrix} - 2C = 3\cdot\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & 4 & -7 \\ 5 & -1 & 0 \end{pmatrix};\ 8)\ 2\cdot\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 1 & -6 & 3 \end{pmatrix} + 3C = \begin{pmatrix} 7 & 12 & 9 \\ -4 & 11 & 4 \\ 11 & 0 & 3 \end{pmatrix};$$

$$9)\ \begin{pmatrix} 4 & 0 & -6 \\ -2 & 4 & 0 \\ -6 & 8 & 0 \end{pmatrix} + 2C = 2\cdot\begin{pmatrix} 3 & -7 & -1 \\ 4 & 5 & 0 \\ 1 & 5 & -5 \end{pmatrix};\ 10)\ \begin{pmatrix} 2 & 3 & -11 \\ -7 & -9 & -15 \\ -7 & 1 & 34 \end{pmatrix} - 2C = 3\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ -1 & -2 & -7 \\ -5 & -1 & 9 \end{pmatrix}.$$

11-20 Найдите произведение указанных матриц.

$$11)\ \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & -4 \\ 2 & -5 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 & 0 \\ 3 & 5 & -1 & 2 \end{pmatrix};\ 12)\ \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 1 & -4 & -6 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix};$$

$$13)\ \begin{pmatrix} 12 & -3 \\ 2 & -1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & -2 \\ 3 & -3 & 6 & 4 \end{pmatrix};\ 14)\ \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 6 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 3 \\ 3 & 3 & -5 & 4 \end{pmatrix};$$

$$15)\ \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \\ 11 & 2 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 6 & 4 & 3 & 1 \\ 0 & -3 & 2 & -1 \end{pmatrix};\ 16)\ \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 3 & 3 & 5 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix};$$

$$17)\ \begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 7 & 1 \\ 1 & -5 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 2 \\ 3 & -4 & -3 & 5 \end{pmatrix};\ 18)\ \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} -4 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{pmatrix};$$

$$19)\ \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 1 & 12 & 8 & 0 \\ -3 & 2 & -4 & 5 \end{pmatrix};\ 20)\ \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 & -2 \\ 3 & 3 & 19 & -12 \end{pmatrix}.$$

21-30 Решите системы линейных уравнений как матричные уравнения AX=B. Выполните проверку, решив систему по формулам Крамера.

21) $\begin{cases} 3x+2y-z=1 \\ x+y-z=4 \\ 2x-y+3z=-2 \end{cases}$ 22) $\begin{cases} 3x+2y+z=5 \\ -x-y+2z=1 \\ 4x+3y+z=5 \end{cases}$ 23) $\begin{cases} x+y+2z=2 \\ 2x+2y+3z=-2 \\ x-2y+z=1 \end{cases}$ 24) $\begin{cases} 3x-4y+2z=1 \\ 4x-2y+z=3 \\ 5x-y+3z=2 \end{cases}$

25) $\begin{cases} x+3y+2z+2 \\ -4x+5y+z=6 \\ -3x+y+4z=-4 \end{cases}$ 26) $\begin{cases} 9x-4y+2z=29 \\ -6x+3y+7z=-1 \\ -9x+9y-7z=5 \end{cases}$ 27) $\begin{cases} x+2y-z=4 \\ 3x-5y+3z=1 \\ -x+7y+2z=6 \end{cases}$

28) $\begin{cases} x-y-2z=0 \\ 3x+y-z=-13 \\ -4x+2y-3z=15 \end{cases}$ 29) $\begin{cases} x-2y-z=3 \\ x+3y+2z=-1 \\ x+y-z=-3 \end{cases}$ 30) $\begin{cases} x+y+3z=-2 \\ -x-y+5z=10 \\ 5x-y+z=-12 \end{cases}$

31–40. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3=b_1, \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3=b_2, \\ a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3=b_3. \end{cases}$$

Доказать ее совместимость и решить двумя способами: 1) методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления.

31. $\begin{cases} 3x_1+2x_2+x_3=5, \\ 2x_1+3x_2+x_3=1, \\ 2x_1+x_2+3x_3=11. \end{cases}$ **32.** $\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3=6, \\ 2x_1+3x_2-4x_3=20, \\ 3x_1-2x_2-5x_3=6. \end{cases}$

33. $\begin{cases} 4x_1-3x_2+2x_3=9, \\ 2x_1+5x_2-3x_3=4, \\ 5x_1+6x_2-2x_3=18. \end{cases}$ **34.** $\begin{cases} x_1+x_2+2x_3=-1, \\ 2x_1-x_2+2x_3=-4, \\ 4x_1+x_2+4x_3=-2. \end{cases}$

35. $\begin{cases} 2x_1-x_2-x_3=4, \\ 3x_1+4x_2-2x_3=11, \\ 3x_1-2x_2+4x_3=11. \end{cases}$ **36.** $\begin{cases} 3x_1+4x_2+2x_3=8, \\ 2x_1-x_2-3x_3=-4, \\ x_1+5x_2+x_3=0. \end{cases}$

37. $\begin{cases} x_1+x_2-x_3=1, \\ 8x_1+3x_2-6x_3=2, \\ 4x_1+x_2-3x_3=3. \end{cases}$ **38.** $\begin{cases} x_1-4x_2-2x_3=-3, \\ 3x_1+x_2+x_3=5, \\ 3x_1-5x_2-6x_3=-9. \end{cases}$

39. $\begin{cases} 7x_1-5x_2=31, \\ 4x_1+11x_3=-43, \\ 2x_1+3x_2+4x_3=-20. \end{cases}$ **40.** $\begin{cases} x_1+2x_2+4x_3=31, \\ 5x_1+x_2+2x_3=20, \\ 3x_1-x_2+x_3=9. \end{cases}$

41-50. Даны два линейных преобразования:

$$\begin{cases} x_1' = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3, \\ x_2' = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3, \\ x_3' = a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3; \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1'' = b_{11}x_1' + b_{12}x_2' + b_{13}x_3', \\ x_2'' = b_{21}x_1' + b_{22}x_2' + b_{23}x_3', \\ x_3'' = b_{31}x_1' + b_{32}x_2' + b_{33}x_3'. \end{cases}$$

Средствами матричного исчисления найти преобразование, выражающее x_1'', x_2'', x_3'' через x_1, x_2, x_3.

41. $\begin{cases} x_1' = 4x_1 + 3x_2 + 5x_3, \\ x_2' = 6x_1 + 7x_2 + x_3, \\ x_3' = 9x_1 + x_2 + 8x_3; \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1'' = -x_1' + 3x_2' - 2x_3', \\ x_2'' = -4x_1' + x_2' + 2x_3', \\ x_3'' = 3x_1' - 4x_2' + 5x_3'. \end{cases}$

42. $\begin{cases} x_1' = x_1 - x_2 - x_3, \\ x_2' = -x_1 + 4x_2 + 7x_3, \\ x_3' = 8x_1 + x_2 - x_3; \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1'' = 9x_1' + 3x_2' + 5x_3', \\ x_2'' = 2x_1' + 3x_3', \\ x_3'' = x_2' - x_3'. \end{cases}$

43. $\begin{cases} x_1' = 7x_1 + 4x_3, \\ x_2' = 4x_2 - 9x_3, \\ x_3' = 3x_1 + x_2; \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1'' = x_2' - 6x_3', \\ x_2'' = 3x_1' + 7x_3', \\ x_3'' = x_1' + x_2' - x_3'. \end{cases}$

44. $\begin{cases} x_1' = 2x_2, \\ x_2' = -2x_1 + 3x_2 + 2x_3, \\ x_3' = 4x_1 - x_2 + 5x_3; \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1'' = -3x_1' + x_3', \\ x_2'' = 2x_2' + x_3', \\ x_3'' = -x_2' + 3x_3'. \end{cases}$

45. $\begin{cases} x_1' = 3x_1 - x_2 + 5x_3, \\ x_2' = x_1 + 2x_2 + 4x_3, \\ x_3' = 3x_1 + 2x_2 - x_3; \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1'' = 4x_1' + 3x_2' + x_3', \\ x_2'' = 3x_1' + x_2' + 2x_3', \\ x_3'' = x_1' - x_2' + x_3'. \end{cases}$

46. $\begin{cases} x_1' = 4x_1 + 3x_2 + 2x_3, \\ x_2' = -2x_1 + x_2 - 3x_3, \\ x_3' = 3x_1 + x_2 + x_3; \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1'' = x_1' - 2x_2' - x_3', \\ x_2'' = 3x_1' + x_2' + 2x_3', \\ x_3'' = x_1' + 2x_2' + 2x_3'. \end{cases}$

47. $\begin{cases} x_1' = 4x_1 + 3x_2 + 8x_3, \\ x_2' = 6x_1 + 9x_2 + x_3, \\ x_3' = 2x_1 + x_2 + 8x_3; \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1'' = -x_1' + 8x_2' - 2x_3', \\ x_2'' = -4x_1' + 3x_2' + 2x_3', \\ x_3'' = 3x_1' - 8x_2' + 5x_3'. \end{cases}$

48. $\begin{cases} x_1' = x_1 - 3x_2 + 4x_3, \\ x_2' = 2x_1 + x_2 - 5x_3, \\ x_3' = -3x_1 + 5x_2 + x_3; \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1'' = 4x_1' + 5x_2' - 3x_3', \\ x_2'' = -x_1' - x_2' - x_3', \\ x_3'' = 7x_1' + 4x_3'. \end{cases}$

49. $\begin{cases} x_1' = 3x_1 + 5x_3, \\ x_2' = x_1 + x_2 + x_3, \\ x_3' = 3x_2 - 6x_3; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1'' = 2x_1' - x_2' - 5x_3', \\ x_2'' = 7x_1' + x_2' + 4x_3', \\ x_3'' = 6x_1' + 4x_2' - 7x_3'. \end{cases}$

50. $\begin{cases} x_1' = x_1 + 2x_2 + 2x_3, \\ x_2' = -3x_2 + x_3, \\ x_3' = 2x_1 + 3x_3; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1'' = 3x_1' + x_2', \\ x_2'' = x_1' - 2x_2' - x_3', \\ x_3'' = 3x_2' + 2x_3'. \end{cases}$

51-60. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей A.

51. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. **52.** $A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix}$.

53. $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 \\ 1 & -4 & 9 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$. **54.** $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

55. $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}$. **56.** $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

57. $A = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}$. **58.** $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -4 & -1 & 0 \\ 4 & -8 & -2 \end{pmatrix}$.

59. $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$. **60.** $A = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 13 & 0 \end{pmatrix}$.

61-70. Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка.

61. $15x^2 - 2\sqrt{55}xy + 9y^2 = 20$.

62. $5x^2 + 2\sqrt{3}xy + 3y^2 = 12$.

63. $5x^2 + 4\sqrt{6}xy + 7y^2 = 22$.

64. $4xy + 3y^2 = 36$.

65. $5x^2 + 8xy + 5y^2 = 9$.

66. $13x^2 - 48xy + 27y^2 = 45$.

67. $4x^2 + 24xy + 11y^2 = 20$.

68. $3x^2 - 2\sqrt{5}xy - y^2 = 8$.

69. $6x^2 - 4\sqrt{14}xy + 5y^2 = 26$.

70. $x^2 - 2\sqrt{21}xy + 5y^2 = 24$.

71-80. Дано комплексное число z. Требуется: **1)** записать число z в алгебраической и тригонометрической формах; **2)** найти все корни уравнения $\omega^3 + z = 0$.

71. $z = 2\sqrt{2}/(1+i)$. **72.** $z = 4/\left(1+i\sqrt{3}\right)$.

73. $z = -2\sqrt{2}/(1-i)$. **74.** $z = -4/\left(1-i\sqrt{3}\right)$.

75. $z = -2\sqrt{2}/(1+i)$. **76.** $z = 2\sqrt{2}/(1-i)$.

77. $z = 4/\left(1-i\sqrt{3}\right)$. **78.** $z = -4/\left(\sqrt{3}-i\right)$.

79. $z = 1/\left(\sqrt{3}+i\right)$. **80.** $z = 1/\left(\sqrt{3}-i\right)$.

81–90. Даны векторы **a** (a_1; a_2; a_3), **b** (b_1; b_2; b_3), **c** (c_1; c_2; c_3), и **d** (d_1; d_2; d_3) в некотором базисе. Показать, что векторы **a**, **b, c** образуют базис и найти координаты вектора **d** в этом базисе.

81. a (1; 2; 3), **b** (–1; 3; 2), **c** (7; –3; 5), **d** (6; 10; 17).

82. a (4; 7; 8), **b** (9; 1; 3), **c** (2; –4; 1), **d** (1; –13; –13).

83. a (8; 2; 3), **b** (4; 6; 10), **c** (3; –2; 1), **d** (7; 4; –11).

84. a (10; 3; 1), **b** (1; 4; 2), **c** (3; 9; 2). **D** (19; 30; 7).

85. a (2; 4; 1), **b** (1; 3; 6), **c** (5; 3; 1), **d** (24; 20; 6).

86. a (1; 7;3), **b** (3; 4; 2), **c** (4; 8; 5), **d** (7; 32; 14).

87. a (1; –2; 3), **b** (4; 7; 2), **c** (6; 4; 2), **d** (14; 18; 6).

88. a (1; 4; 3), **b** (6; 8; 5), **c** (3; 1; 4), **d** (21; 18; 33).

89. a (2; 7; 3), **b** (3; 1; .8), **c** (2;–7; 4), **d** (16; 14; 27).

90. a (7; 2; 1), **b** (4; 3; 5), **c** (3; 4; –2), **d** (2; –5; –13).

91–100. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти: **1)** длину ребра A_1A_2; **2)** угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4; **3)** угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; **4)** площадь грани $A_1A_2A_3$; **5)** объем пирамиды; **6)** уравнения прямой A_1A_2; **7)** уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; **8)** уравнения высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.

91. A_1 (4; 2; 5), A_2 (0; 7; 2), A_3 (0; 2; 7), A_4 (1; 5; 0).

92. A_1 (4; 4; 10), A_2 (4; 10; 2), A_3 (2; 8; 4), A_4 (9; 6; 4).

93. A_1 (4; 6; 5), A_2 (6; 9; 4), A_3 (2; 10; 10), A_4 (7; 5; 9).

94. A_1 (–3; 5; 4), A_2 (8; 7; 4), A_3 (5; 10; 4), A_4 (4; 7; 8).

95. A_1 (10; 6; 6), A_2 (–2; 8; 2), A_3 (6; 8; 9), A_4 (7; 10; 3).

96. A_1 (1; 8; 2), A_2 (5; 2; 6), A_3 (5; 7; 4), A_4 (4; 10; 9).

97. A_1 (6; 6; 5), A_2 (4; 9; 5), A_3 (4; 6; 11), A_4 (6; 9; 3).

98. A_1 (7; 2; 2), A_2 (5; 7; 7), A_3 (9; 3; 1), A_4 (2; 3; 7).

99. A_1 (8; 6; 4), A_2 (10; 5;.5), A_3 (5;б; 8), A_4 (8; 10; 7).

100. A_1 (7; 7; 3), A_2 (6; 5; 8), A_3 (3; 5; 8), A_4 (8; 4; 1).

101. Уравнение одной из сторон квадрата x+3y–5=0. Составить уравнения трех остальных сторон квадрата, если *P*(–1; 0) — точка пересечения его диагоналей. Сделать чертеж.

102. Даны уравнения одной из сторон ромба x–3y+10=0 и одной из его диагоналей x+4y–4=0; диагонали ромба пересекаются в точке *P*(0; 1). Найти уравнения остальных сторон ромба. Сделать чертеж

103. Уравнения двух сторон параллелограмма x+2y+2=0 и x+y–4=0, а уравнение одной из его диагоналей x–2=0. Найти координаты вершин параллелограмма. Сделать чертеж.

104. Даны две вершины *A* (–3; 3) и *B(5;* –1) и точка *D* (4; 3) пересечения высот треугольника. Составить уравнения его сторон. Сделать чертеж.

105. Даны вершины *A* (–3; –2), *B* (4; –1), *C* (1; 3) трапеции *ABCD* (*AD*//*BC*). Известно, что диагонали трапеции взаимно перпендикулярны. Найти координаты вершины *D* этой трапеции. Сделать чертеж.

106. Даны уравнения двух сторон треугольника 5x–4y+15=0 и 4x+y–9=0. Его медианы пересекаются в точке *P* (0; 2). Составить уравнение третьей стороны треугольника. Сделать чертеж.

107. Даны две вершины *A* (2; –2) и *B* (3; –1) и точка *P* (1; .0) пересечения медиан треугольника *ABC*. Составить уравнение высоты треугольника, проведенной через третью вершину *C*. Сделать чертеж.

108. Даны уравнения двух высот треугольника x+y=4 и y=2x и одна из его вершин *A* (0; 2). Составить уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж.

109. Даны уравнения двух медиан треугольника x–2y+1=0 и y–1=0 и одна из его вершин *A* (1; 3). Составить уравнения его сторон. Сделать чертеж.

110. Две стороны треугольника заданы уравнениями 5x–2y–8=0 и 3x–2y–8=0, а середина третьей стороны совпадает с началом координат. Составить уравнение этой стороны. Сделать чертеж.

111–120. Линия задана уравнением $r=r(\varphi)$ в полярной системе координат. Требуется: **1)** построить линию по точкам начиная от $\varphi=0$ до $\varphi=2\pi$ н придавая φ значения через промежуток $\pi/8$; **2)** найти уравнение данной линии в декартовой прямоугольной системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью; **3)** по уравнению в декартовой прямоугольной системе координат определить, какая это линия.

111) $r=\dfrac{1}{1+\cos\varphi}$; 112) $r=\dfrac{1}{2+\cos\varphi}$; 113) $r=\dfrac{4}{2-3\cos\varphi}$;114) $r=\dfrac{8}{3-\cos\varphi}$; 115) $r=\dfrac{1}{2+2\cos\varphi}$;
116)$r=\dfrac{5}{3-4\cos\varphi}$;117)$r=\dfrac{10}{2+\cos\varphi}$;118)$r=\dfrac{3}{1-2\cos\varphi}$;119)$r=\dfrac{1}{3(1-\cos\varphi)}$;120)$r=\dfrac{5}{6+3\cos\varphi}$

Тетрадь

для контрольных работ
по линейной алгебре и аналитической геометрии

учени студента класса гр. АУЗ-161

________ школы ________

N з/к 20111750

№10.

Решить линейное матричное уравнение (найти матрицу C)

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -11 \\ -7 & -9 & -15 \\ -7 & 1 & 34 \end{pmatrix} - 2C = 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ -1 & -2 & -7 \\ -5 & -1 & 9 \end{pmatrix}$$

Решение

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -11 \\ -7 & -9 & -15 \\ -7 & 1 & 34 \end{pmatrix} - 2C = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -9 \\ -3 & -6 & -21 \\ -15 & -3 & 27 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -11 \\ -7 & -9 & -15 \\ -7 & 1 & 34 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 3 & -9 \\ -3 & -6 & -21 \\ -15 & -3 & 27 \end{pmatrix} = 2C$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ -4 & -3 & 6 \\ 8 & 4 & 7 \end{pmatrix} = 2C \quad / : 2$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & -1,5 & 3 \\ 4 & 2 & 3,5 \end{pmatrix} = C$$

Ответ: $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & -1,5 & 3 \\ 4 & 2 & 3,5 \end{pmatrix}$

№20.

Найдите произведение указанных матриц.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 & -2 \\ 3 & 3 & 19 & -12 \end{pmatrix}$$

Решение

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 & -2 \\ 3 & 3 & 19 & -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+9 & 5+9 & 4+57 & -2-36 \\ 6 & 6 & 38 & -24 \\ 6+12 & 10+12 & 8+76 & -4-48 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 12 & 14 & 61 & -38 \\ 6 & 6 & 38 & -24 \\ 18 & 22 & 84 & -52 \end{pmatrix}$$

Ответ: $\begin{pmatrix} 12 & 14 & 61 & -38 \\ 6 & 6 & 38 & -24 \\ 18 & 22 & 84 & -52 \end{pmatrix}$

№30.

Решите систему линейных уравнений как матричное уравнение $AX = B$. Выполните проверку, решив систему по формулам Крамера.

$$\begin{cases} x + y + 3z = -2 \\ -x - y + 5z = 10 \\ 5x - y + z = -12 \end{cases}$$

Решение

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -1 & -1 & 5 \\ 5 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 10 \\ -12 \end{pmatrix}$

$|A| = (-1)^{1+1} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{3+1} \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} -1 \\ 5 \end{vmatrix}$

$= 4 + 26 + 18 = 48 \neq 0$

$$M_{1,1} = \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot 1 - 5 \cdot (-1) = 4$$
$$A_{1,1} = (-1)^{1+1} \cdot M_{1,1} = 4$$

$$M_{1,2} = \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot 1 - 5 \cdot 5 = -26$$
$$A_{1,2} = (-1)^{1+2} \cdot M_{1,2} = 26$$

$$M_{1,3} = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot (-1) - 5 \cdot (-1) = 6$$
$$A_{1,3} = (-1)^{1+3} \cdot M_{1,3} = 6$$

$$M_{2,1} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 3 \cdot (-1) = 4$$
$$A_{2,1} = (-1)^{2+1} \cdot M_{2,1} = -4$$

$$M_{2,2} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 3 \cdot 5 = -14$$
$$A_{2,2} = (-1)^{2+2} \cdot M_{2,2} = -14$$

$$M_{2,3} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) - 5 \cdot 1 = -6$$
$$A_{2,3} = (-1)^{2+3} \cdot M_{2,3} = 6$$

$$M_{3,1} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 5 - 3 \cdot (-1) = 8$$
$$A_{3,1} = (-1)^{3+1} \cdot M_{3,1} = 8$$

$$M_{3,2} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 5 - 3 \cdot (-1) = 8$$
$$A_{3,2} = (-1)^{3+2} \cdot M_{3,2} = -8$$