

Задача 1. Дана матрица

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Найти обратную матрицу, путём проведения элементарных преобразований.

Решение:

Напоминание: для нахождения обратной матрицы справа к ней следует дописать единичную и, подвергая первую элементарным преобразованиям над её строками, попытаться сделать из неё единичную матрицу. Если это удалось, то дописанная справа единичная матрица, подвергнутая тем же преобразованиям, и будет обратной. Если привести матрицу к единичной таким способом не удастся, то обратной у неё не существует.

Элементарные преобразования над строчками матрицы бывают трёх типов:

- (а) Обмен местами рядов с номерами i и j (сокращённо $R_i \leftrightarrow R_j$),
- (б) Умножение ряда с номером i на ненулевое число r (сокращённо $R_i \rightarrow rR_i$),
- (в) Замена ряда с номером i на него минус кратное ряда j (сокращённо $R_i \rightarrow R_i - rR_j$),

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{R_2 \rightarrow -R_2} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{R_2 \rightarrow R_2 + R_3} \\ & \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{R_1 \rightarrow R_1 - 3R_3} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{R_1 \rightarrow R_1 - 2R_2} \\ & \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \end{aligned}$$

Ответ: обратная матрица равна

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение выполнено автоматически.

Программу – учебное пособие разработал Артемий Берлинков.

Web-интерфейс Павла Лапина.